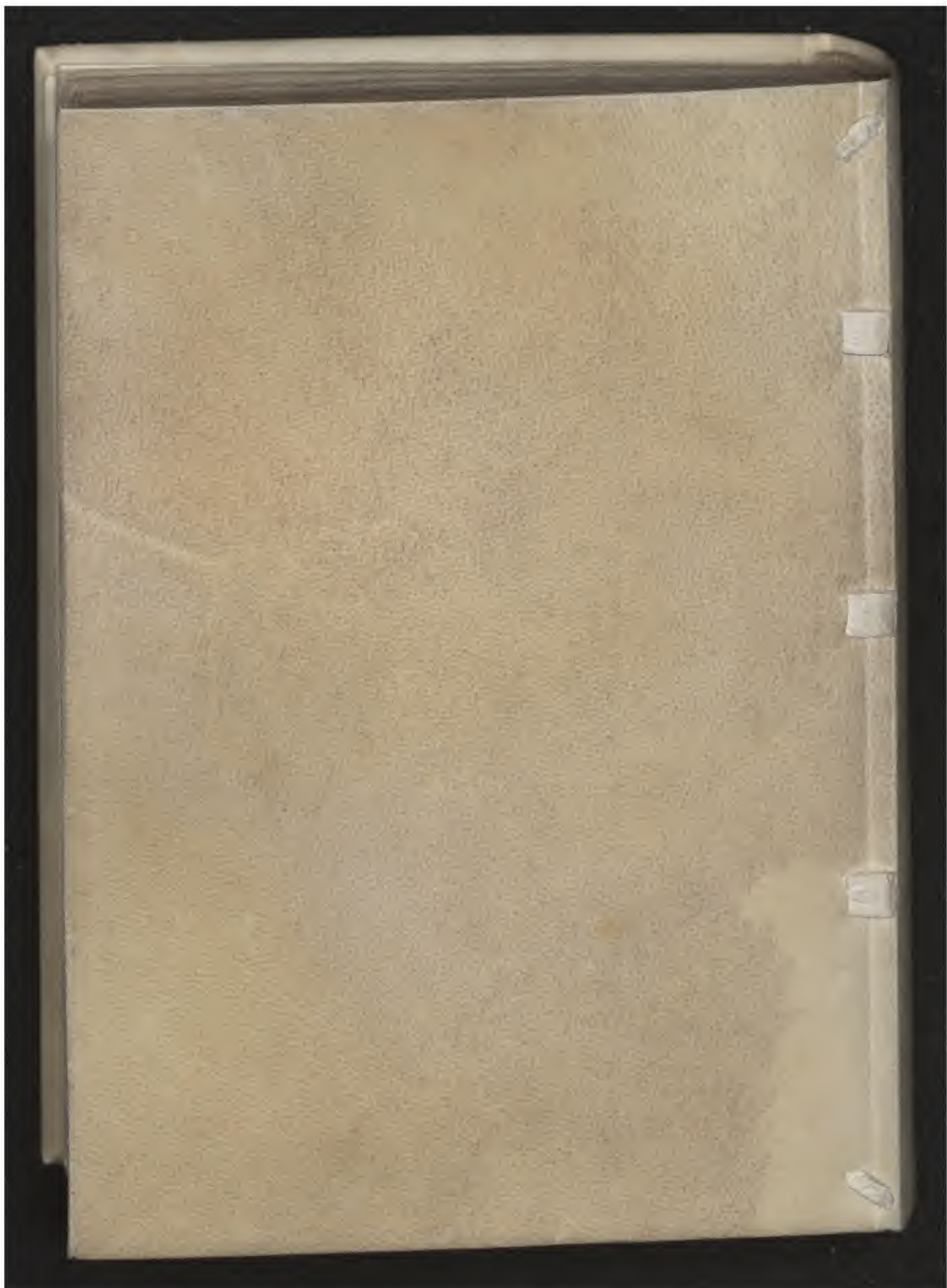


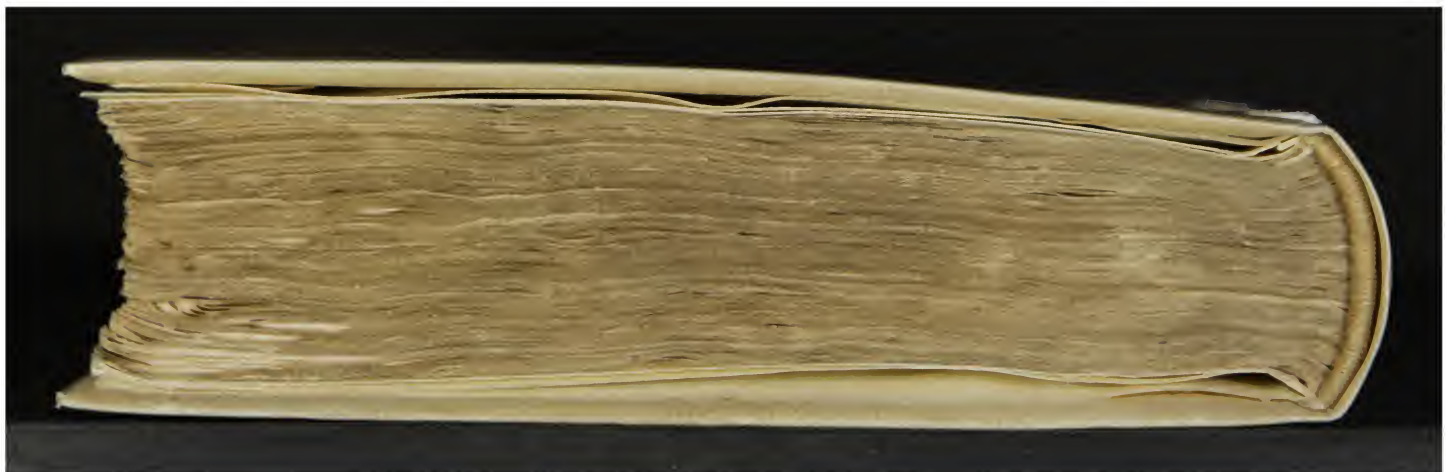




Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.283







Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.283



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.283



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di  
Firenze.  
CFMAGL. 1.6.283



1. 6. 283





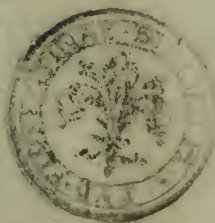








CHRISTOPHORI  
CLAVII BAMBERGENSIS  
E SOCIETATE IESV.  
GEOMETRIA  
PRACTICA.



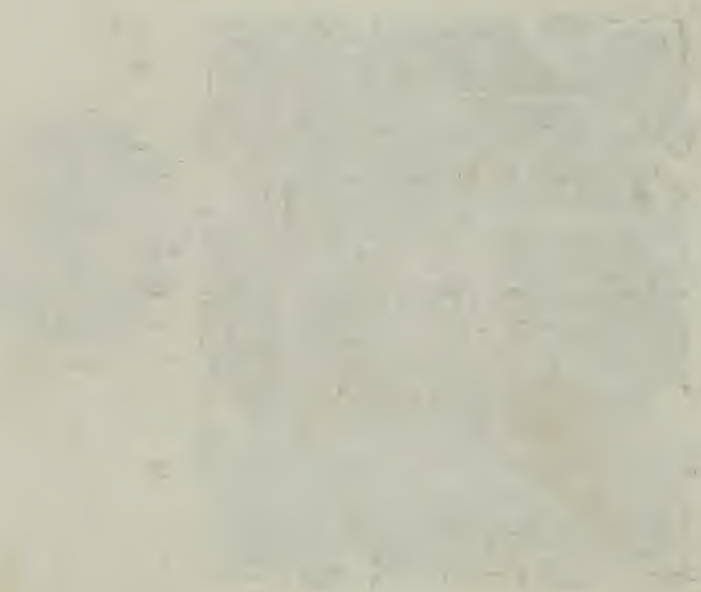
ROMAE,  
Ex Typographia Aloisij Zannetti. MDCIII.

*Superiorum Permissu.*

*Per Argentei Insuperiorum. turkish edition*



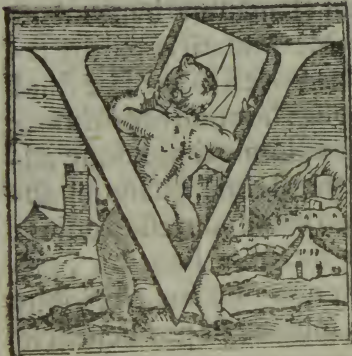
CHRISTOPHORI  
COLT RABBITUS  
E SOCIIS  
GEOGRAPHIA  
PRACTICA



AD  
HONORANDUM  
MAGISTRO  
CHRISTOPHORO COLT RABBITO  
E SOCIIS  
AUCTORI

PERILLVSTRI AC GENEROSO D.  
**GEORGIO FVGGERO**  
 SENIORI  
 BARONI IN KIRCHBERG,  
 ET VVEISSENHORN.

Christophorus Clauius e Societate  
 IESV S.P.D.



T veniet in manus tuas li-  
 ber hic meus, Generose  
 Domine, veniet & in men-  
 tem, vt opinor, Theocri-  
 tacum illud, βαρδιστας μεγα-  
 λωρον θεοι φίλοι: cum len-  
 tissimo gradu, quo mira-  
 celeritate aduolare debue-  
 rat, vix aliquando perue-  
 nerit. Serius omnino me-  
 rito tuo, & voto meo partus hic noster properat ad Pa-  
 tronum suum: verum si editum illum iam grauibus an-  
 nis reputaueris, facile apud te constitues, à tarda se-  
 nectute non nisi foetum tardum expectari potuisse.  
 Nunquam alias tam frequentibus, molestisque mor-  
 bis conflictatus, nunquam tanto arsi desiderio, vt quod  
 iam diu conceperam, aliquando in lucem exponerem,  
 experientia, & Pindarica voce doctus, ἀπείρουτων  
 ἐρότων ὄξύτερος ἀνὰ μαίαν. Obuersabar enim noctes,  
 diesque oculis meis, vir amplissime: & iure tuo, vt

† 2 iam



iam affecta perfecta tibi traderem, flagitare videbaris. Non exiguam vim pecuniae gentilitia liberalitate ad mensas deposueras, paratam in usus, expensasque cudendi libri: res monebat, ut diligentia mea minus prompta non esset munificentia tua. Accedebat quod onus Aetna grauius imposuerat obseruantia tua singularis in me: quo aliqua ex parte qua ratione leuari possem alia, non videbam. Vir enim in Mathematicis non vulgari cum laude exercitatissimus, tanto in honore habuisti semper labores, & libros meos, ut ijs qui te probe, meque norunt, pene miraculo possis esse. Si enim Clauij libros in manibus haberes eo consilio: ut amici tui scripta, quod potes, redderes meliora: doctrinam tuam omnes agnoscerent, laudarent beneuolentiam; Sed à te tanto viro in Mathematicis partus tenues, nec operae multae assidua versari manu, hoc illud est, quod iure mirari quis possit: hoc non obscurum, indicium, à te mea, quasi egregium, eximiumque aliquid sint, existimari. A qua praestantia quantum absum, quia video: ideo intelligo maximum esse studium in me tuum: à quo si praeter meritum honestor, pro merito certe ita obstringor, ut quae maxima est viribus meis grati animi testificatio, minima sit pro beneficio tuo. Hanc tamen qualemunque gratiae mentis in te significationem extare quam primum volebam, cum praesertim ad has rationes accessio fieret aliarum, quae apud optimum quemque plurimum semper valere consueuerunt. Ego enim has viuendi rationes, & instituta secutus, ad cuius alterius patrocinium meos libros adlegarem, nisi ad illum, quem vniuersus nostra Societatis ordo acerrimum sui propugnatorem, & amantissimum patronum semper expertus est? Familiaris igitur tibi cum sit tutela nostrum, mea haec ab inuidorum, igna-

ignarorumque moribus vindicabis, non auctoritate  
modo vrgens aduersarios, sed etiam doctrina. Qua  
cogitatione sum permotus, vt tibi præcipue Geome-  
triam Præcticam destinarem. Iis etenim, qui nostris in  
studijs non admodum defudarunt, si quid offeras tale,  
magna cura explicanda prius est, & commendanda  
per epistolam libri doctrina, ne se contemptos humilita-  
te muneris arbitrentur. Tu, vt hoc dūtaxat vnum legis,  
Geometria Præctica; quantum vtilitatis, voluptatisq. la-  
teat in toto libro, optime peruides. His igitur assiduis  
cogitationibus, quasi tot facibus inflāmatu; ætatē, vale-  
tudinēque aduersam, Deo propitio, tandem vici; &  
per hæc locorum interualla opus ad te tuum venire iu-  
beo. Tuum; inquam: & quia virtus, liberalitasque  
tua illud asseruere tibi: & quia ab eo scriptum est, qui  
tuus est. Quod si gratum fuisse tibi intelligam, labo-  
rum meorum fructum cumulatū feram, cum aman-  
tissimum mei re non ingrata donauerim. Vale.

ROMAE PRIDIE IDVS SEPTEMB. MDCIIII.



*Claudius Aquauina Societatis Iesu*

*Præpositus Generalis.*

**C**V M opus hoc Geometriæ Practicæ, a P. Christo-  
phoro Clauio Societatis nostræ Theologo com-  
positum, & in octo libros distributum, tres eiusdem  
Societatis Theologi, quibus id commisimus, reco-  
gnouerint, ac in lucem edi posse probauerint; facul-  
tatem concedimus, vt typis mandetur, si ita Reueren-  
dissimo D. Vicesgerenti, ac Reuerendiss. P. M. sacri  
Palatij videbitur. In quorum fidem has literas ma-  
nu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedi-  
mus. Romæ 23. Maij 1604.

*Claudius Aquauina Societatis Iesu Præp. Gen.*

---

*Imprimatur si placet R. P. M. S. Palatij.*

*B. Gypsius Vicesgerens.*

**E**G O Theodosius Rubeus Priuernas S. Theol. & I. V. D.  
ex commissione Reuerendiss. P. M. Ioannis Mariæ Bras-  
chelleñ. Sac. Palat. Apost. Mag. sedula, qua potui diligen-  
tia, euolui Geometriæ Practicæ libros octo, grauissimi, &  
doctissimi viri Christophori Clauij Bambergensis Socie-  
tatis IESV, in qua talis inuentionum vberras, & subtilissi-  
ma inuentorum demonstratio elucet, vt tanto viro, tantoq.  
ingenio digna censeatur. Ex quo facile deprehendi potest,  
in ea nihil Catholicæ Religionis, bonisq. moribus dissonum  
inueniri, eamq. in lucem non edere, esset patrisfamilias  
creditum talentum in terra defodere. Et ita ego censeo,  
saluo semper saniori iudicio. Dat. ex meo studio hac die  
16. Iulij 1604.

*Ego Theodosius Rubeus, qui supra, manu propria.*

---

*Imprimatur*

*Fr. Paulus de Francis de Neap. socius Reuerendiss. P. Magi-  
stri sacri Palatij Apost.*



# INDEX

CAPITVM, PROBLEMATVM,  
ac Propositionum horum 8.  
librorum.

---

## PRIMI LIBRI CAPITA.

I. INSTRVMENTI partium constructio, atque vsus  
multiplex. 4. vsque ad 14.

II. Constructio Quadrantis, in quo Minuta quoque  
ac Secunda deprehendantur, etiamsi gradus in ea secti  
non sint. Et quo pacto eadem Min. & Sec. obtineri pos-  
sint in Quadrante in 90. gradus distributo. Ac denique  
qua ratione ex data recta in paucissimas partes aequales diui-  
sa abscindi possint partes millesima, &c. 14. vsque ad 45.

III. Problemata varia triangulorum rectilineo-  
rum. 45. vsque ad 52.

---

## SECVNDI LIBRI PROBLEMATATA.

I. DISTANTIAM in plano, siue accessibilis ea sit,  
siue inaccessibilis, per duas stationes in eodem plano factas,  
per quadrantem metiri, quando in eius extremo erecta est  
altitudo aliqua perpendicularis, etiamsi infimum eius extre-  
mum non cernatur. Atque hinc altitudinem quoque ipsam  
elicere. 54.

LEMMA. Datis duabus rectis ad inuicem inclinatis,  
punctum, in quo conueniant, inuenire. 58.

II. Altitudinem inaccessibilem, quando distantia  
à loco mensuris ad basem altitudinis ignota est, per duas  
sta-

## I N D E X.

*Stationes in plano factas, per quadrantem dimetiri. Atque hinc distantiam quoque ipsam eruere, etiamsi extremus eius terminus non cernatur.* 60.

*III. Ex vertice montis, aut turris, in cuius summitate duæ Stationes fieri possint, è quibus signum aliquod in Horizonte appareat, altitudinem ipsius montis turrisue dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distantiam à turris basi, vel perpendiculo montis ad signum illud inuestigare.* 63.

*III. Ex vertice montis, vel turris, per duas Stationes in aliqua hasta erecta, vel in duabus fenestris turris, quarum una supra aliam existat, factas, è quibus signum aliquod in Horizonte videri possit, altitudinem ipsius montis, aut turris, per quadrantem metiri. Atque hinc distantiam quoque à perpendiculo montis, vel turris, usque ad signum visum cognoscere.* 65.

*V. Ex vertice montis, aut turris, altitudinē ipsius, si in plano, cui insistit, spatium aliquod è directo mensuris notum sit, per quadrantem deprehendere.* 68.

*VI. Distantiam ab oculo, vel pede mensuris ad quodvis punctum in aliqua altitudine notatum, per duas Stationes in plano factas, per quadrantem metiri.* 69.

*VII. Intervallum inter duopuncta in quolibet plano eleuato, siue illud ad Horizontem rectum sit, siue inclinatum, per quadrantem metiri.* 72.

*VIII. Longitudinem lineæ rectæ, quando mensur in uno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota, quæ perpendicularis sit in eo extremo ad planum, in quo linea iacet, existens alterum extremum videre potest, per quadrantem comprehendere.* 73.

*IX. Longitudinem, ad cuius extrema accedere non liceat, dummo ea appareant, & ipsa longitudo producta ad pedes mensuris pertingat, ex altitudine aliqua nota per quadrantem dimetiri.* 73.

*X. Longitudinem transversam in Horizonte, cuius utrumque extremum inspicere potest, notam efficere per quadrantem.* 74.

*XI. Longitudinem in Horizonte inter turrim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas statio-*



# I N D E X.

nes in fastigio factas, vel in duabus fenestris, quarum una sit sub altera ad perpendicularum, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo ignota sit, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75

XII. Longitudinem rectæ è directo mensuris positæ, cuius extremum utrumque, vel alterum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram recedat mensur, per quadrantem comprehendere. 76

XIII. Distantiam alicuius signi in Horizonte positi à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadrantem colligere. 77

XIII. Altitudinem inaccessibilem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum lineam rectam accedere possimus, aut recedere, ut duas stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis appareat, per quadrantem explorare. 78.

XV. Altitudinem inaccessibilem, quando neque distantia à loco mensuris ad eius basem nota est, neque è directo ipsius due stationes in plano fieri possunt, neq. deniq. basis appareat, per quadrantem notam reddere. Atque hinc obiter ipsam quoque distantiam elicere. 78.

XVI. Altitudinem maiorem ex minori cognita per duas stationes in summitate, vel in duabus fenestris factas, etiamsi solum maioris altitudinis vertex cernatur, per quadrantem adinvenire. Atque hinc distantiam quoque inter altitudines colligere. 80.

XVII. Altitudinem maiorem ex minori incognita, dummodo basis maioris cerni possit, per quadrantem perscrutari. 81.

XVIII. Altitudinem minorem ex maiori cognita, licet basis minoris non cerni possit, ope quadrantis peruefigare. Atque hinc distantiam quoque inter duas altitudines eruer. 82.

XIX. Altitudinem minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris videri possit, per quadrantem explorare. Atque hinc distantiam quoque inter duas altitudines conjicere. 83.

a POR-

## I N D E X.

XX. Portionem altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadrantem cognoscere. 83.

XXI. Altitudinem, cuius basis imposita sit alteri altitudini, & utraque illius extremitas cerni possit, etiamsi infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensuris cognita non sit, per quadrantem ex valle, aut ex plano Horizontis explorare. 84.

XXII. Distantiam accliuem montis à loco mensuris, & que ad basem altitudinis monti imposita, etiam non visam, una cum ipsa altitudine, quando mensur in ascensu montis consistit, prope verum, beneficio quadrantis efficere cognitam. 86.

XXIII. Profunditatem putei, vel edificiij cuiuscunque ad perpendiculum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 88.

XXIV. Profunditatem vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inaequalis, eiusque terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadrantem scrutari. 90.

## TERTII LIBRI PROBLEMATÀ.

QVADRATI Geometrici constructio. 93

I. Altitudinem Solis, vel stellæ cuiusvis per quadratum Geometricum obseruare. 96.

TABVLA Gnomonica. 100.

II. Distantiam inter te, & signum quodcunque in plano Horizontis positum, per quadratum peruestigare. 104.

EANDEM beneficio baculi, vel arundinis cognoscere. 109.

III. Distantiam in plano per duas stationes in eodem plano factas, per quadratum metiri, quando in eius extremo erecta est altitudo aliqua perpendicularis, etiamsi infimum



# INDEX

*num eius extremum non cernatur.* 109.

*IIII. Distantiam eandem per duas Stationes in aliqua altitudine erecta factas, ope quadrati perscrutari.* 113.

*V. Altitudinem cuiuslibet rei erecta per eius distantiam ab oculo mensoris, beneficio quadrati conijcere.* 116.

*VI. Altitudinem eandem, etiamsi eius distantia ab oculo mensoris neque data sit, neque inuenta, per duas stationes in plano factas, auxilio quadrati patefacere.* 117.

*VII. Altitudinem eandem, quando distantia ab oculo mensoris neque data est, neque inuenta, neque è directo altitudinis duæ stationes fieri possunt, per duas stationes in hasta aliqua erecta factas, per quadratum indagare.* 121.

*SCHOLIUM. Eandem altitudinem, eiusque distantiam ab oculo mensoris, una cum hypotenusa ab oculo ad fastigium altitudinis extensa, ope quadrati stabilis per unicam stationem venari, etiamsi solum fastigium rei erectæ cernatur: adeo ut scholium hoc omnia præstet, quæ in problem. 3. 4. 5. 6. & 7. per plures stationes inuestigauimus.* 123.

*VIII. Altitudinem turris, aut montis, ex eius summitate per quadratum dimetiri, quando in plano summitatis Horizonti æquidistante duæ stationes fieri possunt, & signum aliquod in Horizonte cernitur.* 125.

*IX. Altitudinem turris, vel montis, ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas per quadratum inuestigare, quando signum aliquod in Horizonte positum videri potest.* 127.

*SCHOLIUM. Eandem altitudinem ex eius vertice per unicam stationem, una cum distantia à turre vel perpendiculari montis ad signum in Horizonte positum, per quadratum stabile metiri.* 129.

*X. Ex summitate turris, vel aliqua eius fenestra, distantiam à base turris ad signum propositum in Horizonte, per quadratum cognoscere.* 131.

*XI. Ex altitudinis alicuius fastigio, etiâ si altitudo sit mensoris statura, distantiam inter duo signa in plano, cui altitudo insistit, si èa distantia è directo mensoris iaceat, & utrumque eius extremum cerni possit, per quadratum comprehendere.* 133.

*XII. Longitudinem in Horizonte extensam, per*

a 2 qua-



# I N D E X.

*quadratum metiri, quando mensor in uno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, propter tumorem aliquem interiectum, neque altitudinem in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat.* 133.

*XIII. Longitudinem in Horizonte è directo mensuris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque accedere liceat, neque è loco mensuris eam dimetiri, neque vlla adsit altitudo, dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo utrumque extremum appareat.* 135.

*XIIII. Altitudinem montis, vel turris, ex eius fastigio, quado è directo mensuris intervallum aliquod inter duo signa, vel etiam inter signum quodpiam, ac turrim cognitum est, per quadratum conijcere.* 135.

*XV. Distantiam ab oculo, vel pede mensuris, (vbiunque existat) ad quodvis punctum in aliqua altitudine notatum, per quadratum exquirere.* 136.

*XVI. Intervallum inter duo signa, vel puncta in quolibet plano siue recto ad Horizonte, siue inclinato, per quadratum metiri.* 139.

*XVII. Intervallum transuersum in Horizonte, cuius utrumque extremum videri potest, per quadratum metiri.* 141.

*XVIII. Distantiam alicuius signi in Horizonte positi à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadratum eruere, vbiunque mensor existat.* 141.

*XIX. Altitudinem inaccessibilem, cuius basis non videtur, & ad quam per nullum spatium secundum rectam lineam accedere possit mensor aut recedere, ut dua stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramve ad locum, è quo eius basis cernatur, per quadratum explorare.* 142.

*XX. Altitudinem maiorem ex minori cognita, etiam si solum maioris altitudinis vertex cernatur, per quadratum efficere notam.* 142.

*XXI. Altitudinem maiorem ex minori incognita, si tamen basis maioris cerni possit, per quadratum venari;* 142.

A L.

# I N D E X.

- XXII. ALTITVDINEM minorem ex maiori cognita,  
licet basis minoris cerni non possit, per quadratum scruta-  
ri. 144
- XXIII. ALTITVDINEM minorem ex maiori incogni-  
ta, dummodo basis minoris appareat, per quadratum eli-  
cere. 144
- XXIII. PORTIONEM altitudinis maioris ex minore  
altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadra-  
tum percipere. 145
- XXV. ALTITVDINEM, cuius basis imposita sit monti,  
vel alteri cuiuspiam altitudini, & utraque illius extremitas  
cerni possit, etiam si infimum punctum alterius, cui impo-  
nitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mē-  
soris cognita non sit, per quadratum ex valle, aut ex plano  
Horizontis explorare. 145
- XXVI. DISTANTIAM accliuem montis à loco mensoris  
vsque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non vi-  
sam, una cum ipsa altitudine, quando mensor in ascensu  
montis consistit, propè verum, beneficio quadrati efficere  
cognitam. 146
- XXVII. PROFVNDITATEM putei, vel edificij cuius-  
vis ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel si-  
gnum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadra-  
tum efficere notam. 148
- XXVIII. PROFVNDITATEM vallis, eiusdemque de-  
scensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius ter-  
minus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadra-  
tum cognoscere. 150
- XXIX. DISTANTIAM inter pedes mensoris, & signum  
aliquod in plano Horizontis, beneficio baculi metiri, quan-  
do extremus terminus distantie videri potest. 152
- XXX. ALTITVDINEM turris, aut alterius rei, per ba-  
culum indagare. 152
- XXXI. DISTANTIAM in plano Horizontis inter men-  
sorem, & signum quoduis, beneficio Normæ adinueni-  
re. 153
- XXXII. Altitudinem turris, aut alterius rei, per Normam  
inuestigare. 154
- XXXIII. Distantiā in plano Horizontis, quæ non sit valdè  
magna



# I N D E X.

- magna, alio modo facillimo dimetiri.* 154
- XXXIII. *Altitudinem cuiusque rei erecta ex eius umbra, quam, Sole lucente, projicit, si nota fuerit, per quadratum deprehendere.* 155
- XXXV. *Longitudinem umbra ab altitudine, Sole lucente, proiecta, quando altitudo est cognita, opus quadrati aperta, & manifestam facere.* 156
- XXXVI. *Distantiam in Horizonte inter mensorem, & signum aliquod visum, beneficio simplicissimi cuiusdam instrumenti comperire.* 157
- XXXVII. *Distantiam inter duo montium, aut turrium cacumina, ope praedicti instrumenti conjicere.* 158
- XXXVIII. *Longitudinem ascensus alicuius montis, si eius cacumen ab oculo in radice constituto videatur, eiusdem instrumenti beneficio cognoscere.* 159
- XXXIX. *Altitudinem, ad cuius basem pateat accessus, beneficio speculi plani, una cum distantia speculi a cacumine altitudinis deprehendere.* 160
- XL. *Altitudinem inaccessibilem beneficio speculi plani, una cum speculi distantia tam a base, etiam non visa, quam a cacumine altitudinis, cognoscere.* 161
- XLI. *Altitudinem monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici; vel portionem superiorem alicuius turris, beneficio speculi plani efficere notam.* 163
- XLII. *Situm cuiuslibet campi, aut atrij, vel templi, vel etiam urbis, aut regionis cuiusvis in plano describere, si è duobus locis intra ipsum situm assumptis baculi ex omnibus campi angulis erecti, vel certe ipsi anguli in edificio, aut urbe, vti loca regionis videri possint: simulque longitudes laterum campi, vel edificij, nec non distantias inter angulos, & vicinias locorum assumptorum, in data mensura cognoscere. Quod si talia duo loca intra situm eligi nequeant, idem efficere, dummodo situm possimus circumire.* 163
- XLIII. *Longitudinem trabis ad Horizontem inclinatae, cuius portio superior tantum conspiciatur, una cum angulo inclinationis, distantia basis a mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per quadratum metiri.* 167
- XLIII. *Visis duarum turrium summitatibus, etiamsi bases propter*

## I N D E X.

- propter ædificia interiecta occultentur, distantiam tam inter earum bases, quam inter earundem fastigia, una cum ipsarum altitudinibus, ac distantijs à mensore conijcere.* 168
- SCHOLIUM. Unica regula ad omnes rectas dimet:endas quando earum extrema videntur. 169
- XLV. Spatium terre inæquale pro ducendis aquis librare: aut etiam, si lubet, Horizonti æquidistans efficere.* 170

## Q V A R T I L I B R I C A P I T A.

- I. De area Rectangulorum. 173
- II. De area Triangulorum 175
- III. De area Quadrilaterorum non rectangulorum. 187
- IIII. De area multilaterarum figurarum irregularium. 188
- V. De area multilaterarum figurarum regularium. 193
- VI. De Dimensione circuli ex Archimede. 200
- PROPOSITIO I. Area cuiuslibet circuli æqualis est triangulo, cuius unum quidem latus circa angulum rectū semidiametro circuli, alterum verò peripheriæ eiusdem circuli æquale est. 200
- IOSEPHI Scaligeri error hoc in loco. 203
- PROPOSITIO II. Cuiuslibet circuli peripheria tripla est diametri, & adhuc superat parte, quæ quidem minor est decem septuagesimis, hoc est, septima parte diametri, maior vero decem septuagesimis primis. 204
- COROLLARIUM. Diameter per  $3\frac{1}{7}$ . multiplicata gignit numerum maiorem circumferentia; multiplicata verò per  $3\frac{1}{7}\frac{6}{7}$ . facit numerum circumferentia minorem. E contrario circumferentia diuisa per  $3\frac{1}{7}$ . procreat numerum minorem diametro: diuisa vero per  $3\frac{1}{7}\frac{6}{7}$ . producit numerum diametro maiorem. 211
- PROPOSITIO III. Circulus quilibet ad quadratum diametri proportionem habet, quam 11. ad 14. proxime. 211
- VII. De area circuli, inuentioneq. circumferentia ex diametro



## I N D E X.

<i>&amp; diametri ex circumferentia.</i>	212
PROPOSITIO I. Circulorum diametri inter se sunt, ut circumferentia.	215
PROPOSITIO II. Proportio quadrati ex diametro cuiuslibet circuli descripti ad circuli aream maior est, quam 14. ad 11. minor autem, quam 284 ad 223.	215
PROPOSITIO III. Proportio quadrati a circumferentia circuli cuiusvis descripti ad circuli aream maior est, quam 892. ad 71. minor autem, quam 88. ad 7.	216
VIII. De area segmentorum circuli.	220
I. Data circuli area, circumferentiam, ac diametrum cognoscere.	222
II. Dato arcu cuiusvis circuli, diametrum circuli in numeris inuestigare.	222
III. Datis diametris duorum circulorum, vel circumferentijs: Aut duobus lateribus homologis duarum figurarum similium, similiterq. positarum; quam proportionem circuli, vel figuræ inter se habeant, cognoscere.	222
III. Datis pluribus circulis, quorum diametri, vel circumferentiæ cognitæ sint: Item pluribus figuris similibus, similiterq. positis, quarum latera homologa sint nota; inuenire, diametrum, vel circumferentiam, cuius circulus omnibus circulis propositis æqualis sit: Item latus reperire, cuius figura similis, similiterque posita, æqualis sit omnibus propositis figuris.	223
V. Aream propositæ Ellipsis indagare.	224
VI. Aream propositæ Parabolæ inuestigare.	224

## QVINTI LIBRI CAPITA.

I. De area Parallelepipedorum, Prismatum, & Cylindrorum.	227
II. De area Pyramidum, & Conorum.	229
III. DE Area frusti Pyramidis, & Coni.	230
SCHOLIUM. De area variorum solidorum.	232
IIII. DE Area quinque corporum Regularium.	233
V. DE Area spheræ, inuentioneque superficiei conuexæ eiusdem	

# I N D E X.

- dem sphaera.* 242
- PROPOSITIO I.** Quam proportionem habent duæ quælibet partes aliquotæ magnitudinis cuiuscunque, eadem habent duæ similes partes alterius cuiusvis magnitudinis. 242
- PROPOSITIO II.** Rectangulum sub diametro, & circumferentia maximi circuli in sphaera comprehensum, quadruplum est circuli maximi, & superficiei conuexæ eiusdem sphaeræ æquale. 243
- PROPOSITIO III.** Eadem est proportio quadrati circumferentiæ circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ, quæ circumferentiæ maximi circuli ad diametrum. Item eandem est proportio quadrati diametri maximi circuli in sphaera ad superficiem sphaeræ, quæ diametri ad circumferentiam eiusdem circuli maximi. 244
- PROPOSITIO IIII.** Quadratum circumferentiæ circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 71. minorem vero, quam 22. ad 7. 245
- PROPOSITIO V.** Quadratum diametri circuli in sphaera maximi ad superficiem sphaeræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 7. ad 22. minorem vero, quam 71. ad 223. 245
- PROPOSITIO VI.** Proportio cubi ex circumferentia maximi in sphaera circuli descripti ad sphaeram, maior est, quam 298374. ad 5041. minor autem, quam 2904. ad 49. 246
- PROPOSITIO VII.** Cubus diametri sphaeræ ad sphaeram, maiorem proportionem habet, quam 21. ad 11. minorem vero, quam 426. ad 223. 247
- VI. De Area segmentorum sphaera.* 254
- VII. De Area sphaeroidis, eiusdemque portionum.* 257
- VIII. De Area Conoidis Parabolici.* 258
- IX. De Area Conoidis Hyperbolici.* 259
- X. De Area Soliorum.* 259
- XI. De Area corporum omnino regularium.* 260
- XII. De superficie conuexa coni, & cylindri recti.* 261



# I N D E X.

## SEXTI LIBRI PROPOSITIONES.

- I.** Si magnitudo in quotuis partes secetur utcumque, & alia quæpiam magnitudo in totidem partes ordine illis proportionales; habebunt quotlibet partes prioris magnitudinis simul ad reliquas omnes partes simul, eandem proportionem, quam totidem partes posterioris magnitudinis simul, ad reliquas omnes partes simul. Et si qualibet pars prioris magnitudinis secetur in duas partes utcumque, secetur autem & pars posterioris magnitudinis illi parti respondens in alias duas partes duabus illis proportionales; erunt quoque ibidem totæ magnitudines sectæ proportionaliter. 265
- II.** Dato Rectilineo, super datam rectam inter alias duas interceptam, constituere quadrilaterum æquale, cuius latus oppositum inter duas easdem rectas interceptum, datæ rectæ sit parallelum. Et datis duobus rectilineis inæqualibus quibuscunque, ex maiore per lineam uni lateri parallelam detrabere rectilineum minori æquale, quando id fieri potest. quod ex ipsa problematis solutione cognoscetur. 266
- III.** Diuiso rectilineo quolibet in triangula ex uno aliquo puncto, rectas lineas ipsis triangulis ordinè proportionales inuenire. 274
- IIII.** Datū rectilineum per rectam à quouis angulo, vel puncto in aliquo latere ductam in proportionem datam diuidere: ita ut antecedens proportionis in quam malueris partem vergat. 282
- SCHOLIVM.** Datum rectilineum ex dato angulo, vel puncto in latere, in quotuis partes æquales secare. 280
- V.** Datum rectilineum per rectam lineam datæ rectæ parallelam, in datam proportionem diuidere: ita ut antecedens proportionis in quam elegeris partem vergat. 282

SCHO-

# INDEX.

- SCHOLIUM. Datum rectilineum in quotuis partes æqua-  
les per lineas cuilibet rectæ parallelas distribuere. 289
- VI. Si duo triangula æqualia habeant unum latus commu-  
ne, & in diuersas partes vergant : Recta oppositos angulos  
connectens à latere illo communi bifariam secatur. 290
- VII. Si in triangulo basi parallela ducatur, & extrema pa-  
rallelarum rectis iungantur sese intersecantibus: Habebit  
utriusvis harum rectarum segmentum ab angulo incipiens  
ad reliquum in latere terminatum, eandem proportionem,  
quam latus ab illa recta diuisum ad partem eius superio-  
rem. Recta autem ex tertio angulo per intersecctionem di-  
ectarum rectarum extensa secabit utramque parallelam  
bifariam. 291
- VIII. Si in triangulo à duobus angulis due rectæ ducan-  
tur ad media puncta oppositorum laterum: Recta ex an-  
gulo reliquo per intersecctionem earum deducta secat quo-  
que reliquum latus bifariam. Cuiuslibet autem illarum  
trium linearum segmentum prope angulum ad reliquum  
segmentum duplam habet proportionem. Triangulum deni-  
que per rectas ab intersecctione ad angulos ductas in tria  
triangula æqualia diuiditur. 291
- IX. Si in triangulo ducatur recta utcumque duo latera  
secans: Erit totum triangulum ad abscissum triangulum,  
ut rectangulum sub duobus lateribus secis totius triangu-  
li comprehensum, ad rectangulum sub duobus lateribus  
trianguli abscissi, quæ priorum segmenta sunt, comprehen-  
sum. 292
- X. Datum triangulum ex dato puncto in eius latere in  
quotlibet partes æquales diuidere. 293
- XI. Datum triangulum per lineas vni lateri parallelas in  
quotlibet æquales partes diuidere. 294
- XII. Datum triangulum per rectam ex puncto extra  
triangulum dato ductam in duas partes æquales diuide-  
re. 294
- XIII. Datum parallelogrammum in quocumque partes  
æquales per lineas duobus lateribus oppositis æquidistantes  
diuidere. 296
- XIIII. Datum parallelogrammum per rectam ex puncto  
b 2 siue



## I N D E X.

- siue extra, siue intra ipsum, siue in aliquo latere dato du-*  
*etiam bifariam diuidere.* 296
- XV. *Inter duas rectas, duas medias proportionales, prope*  
*verum, inuenire: ex Herone & Apollonio Pergæo: ex Phi-*  
*lone Bysantio, ac Philopono: ex Diocle: ac postremo ex Ni-*  
*comede per lineam conchoideos.* 297. usque ad 304.
- XVI. *Datam figuram planam, vel circulum augere, vel*  
*minuere in data proportione.* 304
- XVII. *Datam figuram solidam qualemeunque ex ijs, de*  
*quibus Eucl. in libris Stereometria agit, augere, uel minue*  
*re in proportionem datam.* 305
- XVIII. *Inter duos numeros datos tum unum, tum duos*  
*medios proportionales reperire.* 306
- LEMMA. *Si sint quatuor lineæ continuè proportionales:*  
*parallelepipedum sub quadrato alterutrius extremarum,*  
*& altera extrema comprehensum, æquale est cubo mediæ*  
*proportionalis, quæ priori extremæ propinquior est.* 307
- XIX. *Radicem cuiuslibet generis extrahere.* 308
- EXTRACTIO radices quadratæ. 312
- EXTRACTIO radices cubicæ. 313
- EXTRACTIO radices surdesolidæ. 314
- REGVLA propria extractionis radices cubicæ. 316
- XX. *In numeris non quadratis, non cubis, non zensizensis,*  
*non surdesolidis, &c. radicem veram propinquam inueni-*  
*re.* 317
- XXI. *Radicem cuiusque generis ex data minutia extra-*  
*here.* 319
- XXII. *Radicem quadratam, & cubicam in numeris non*  
*quadratis, & non cubicis per lineas Geometricè inueni-*  
*re.* 322

## S E P T I M I L I B R I

### Propositiones.

- I. *Area cuiuslibet trianguli æqualis est rectangulo compre-*  
*henso sub perpendiculari à vertice ad basem protracta, &*  
*dimidia*

## I N D E X.

- dimidia parte basis. Item rectangulo comprehenso sub semisse perpendicularis, & tota base. Vel denique semissi rectanguli sub tota perpendiculari, & tota base comprehensi. 326
- II. Area cuiuslibet figura regularis aequalis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figura ad unum latus ducta, & sub dimidiato ambitu eiusdem figure. 327
- III. Area cuiuslibet figura regularis aequalis est triangulo rectangulo, cuius unum latus circa angulum rectum aequale est perpendiculari à centro figura ad unum latus ductæ, alterum verò æquale ambitui eiusdem figure. 328
- IIII. Area cuiuslibet circuli aequalis est rectangulo comprehenso sub semidiametro, & dimidiata circumferentia circuli. 328
- V. In omni triangulo rectangulo, si ab uno acutorum angulorum utcumque ad latus oppositum linea recta ducatur; erit maior proportio huius lateris ad eius segmentum, quod prope angulum rectum existit, quam anguli acuti prædicti ad eius partem dicto segmento lateris oppositam. 329
- VI. Isoperimetrarum figurarum regularium maior est illa, quæ plures continet angulos, plurave latera. 330
- VII. Proposito triangulo, cuius duo latera sint inæqualia, supra reliquum latus triangulum priori isoperimetrum, ac duo habens latera æqualia, describere. 331
- VIII. Duorum triangulorum isoperimetrorum eandem habentium basem, quorum unius duo latera sint æqualia, alterius verò inæqualia; maius erit illud, cuius duo latera æqualia sunt. 332
- IX. In similibus triangulis rectangulis quadratum à lateribus, quæ angulis rectis subtenduntur, tanquam ab una linea, descriptum, æquale est quadratis duobus simul, quæ à reliquis homologis lateribus, tanquam ex duabus lineis, ita ut qualibet duo latera homologa conficiant unam lineam rectam, describuntur. 333
- X. Datis duobus triangulis isoscelibus, quorum bases inæquales existant, duoque latera unius æqualia sint duobus lateribus alterius; super eisdem basibus duo alia triangula iso-



# I N D E X.

- isofcelia inter se quidem similia, prioribus verò simul sumptis isoperimetra simul sumpta, constituere.* 334
- XI. *Duo triangula isofcelia similia super inaequalibus basibus constituta, utraque simul maiora sunt duobus triangulis isofcelibus, utrisque simul, quæ habeant easdem bases cum prioribus, sintq. dissimilia quidem inter se, at isoperimetra prioribus duobus, necnon quatuor latera inter se habeant equalia.* 335
- XII. *Isoperimetrarum figurarum latera numero aequalia habentium maxima & æquilatera est, & æquiangula.* 338
- XIII. *Circulus omnibus figuris rectilineis regularibus sibi isoperimetris maior est.* 342
- COROLLARIUM. *Circulus absolute omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximus est.* 343
- XIII. *Area cuiuslibet pyramidis æqualis est solido rectangulo contento sub perpendiculari à vertice ad basem protracta, & tertia parte basis.* 343
- XV. *Area cuiuslibet corporis planis superficiebus contenti, & circa spheram aliquam circumscriptibilis, hoc est, à cuius puncto aliquo medio omnes perpendiculares ad eius bases productæ sunt æquales, æqualis est solido rectangulo contento sub una perpendicularium, & tertia parte ambitus corporis.* 344
- XVI. *Area cuiuslibet spheræ æqualis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro spheræ, & tertia parte ambitus spheræ.* 345
- XVII. *Sphæra omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis superficiebus contineantur, circaque alias spheras circumscriptibilia sint, hoc est, quorum omnes perpendiculares ad bases productæ ab aliquo puncto medio sint æquales, maior est.* 348
- XVIII. *Sphæra omnibus corporibus sibi isoperimetris, & circa alias spheras circumscriptilibus, quæ superficiebus conicis contineantur, ita ut latera omnia conica sint æqualia, maior est.* 349
- XIX. *Sphæra quolibet cono, & cylindro sibi isoperimetro maior est.* 351
- XX. *Dato semicirculo, vel quadranti, vel octauæ parti circuli*



# I N D E X.

- culi, aut decima sexta, &c. rectangulum constituere isoperimetrum, & æquale, si linea recta peripheria detur æqualis.* 352
- XXI.** Dato triangulo cuicunque parallelogrammum æquale, atque isoperimetrum constituere. 352
- XXII.** Dato rectilineo parallelogrammum rectangulum æquale, & Isoperimetrum constituere. Oportet autem latus quadrati rectilineo æqualis maius non esse semisse dimidiati ambitus dati rectilinei. 355
- APPENDIX DE circulo per lineas quadrando.** 356
- QVADRATVRA** Arabum, quam Iosephus Scaliger in suis cyclometricis approbat. Alberti Dureri, & quæ Campano perperam ascribitur, falsa est. 356. & 357
- QVADRATVRA** Hipocratis Chijper lunulas, acuta quidem, sed falsa quoque est. 357
- I. QVADRATRICEM** lineam describere. 359
- COROLLARIUM.** Si ex centro Quadratricis recta ducatur secans quadrantem, & quadratricem: ita se habebit arcus quadrantis ad eius arcum abscissum, ut semidiameter ad perpendicularem ex puncto quadratricis demissam. 363
- II.** SI quadrantis, & quadratricis idem centrum sit: erunt arcus quadrantis, semidiameter, & basis quadratricis continue proportionales. 364
- COROLLARIUM I.** Rectam reperire arcui quadrantis, ac proinde & semicircumferentiæ, immo & toti circumferentiæ æqualem. 365
- COROLLARIUM II.** Si basis Quadratricis statuatur semidiameter alicuius circuli: erit eius latus quartæ parti circumferentiæ illius circuli æquale, &c. 366
- COROLLARIUM III.** Si duæ lineæ eandem proportionem habeant, quam latus Quadratricis, eiusque basis, minor autem fiat semidiameter alicuius circuli: erit maior quartæ parti circumferentiæ illius circuli æqualis, &c. 367
- III. DATO** circulo quadratum æquale constituere. 367
- FACILIS** inuentio rectæ lineæ, quæ quartæ parti circumferentiæ dati circuli sit æqualis. 367

F A-

## I N D E X.

- FACILIS inuentio quadrati dato circulo æqualis. 368  
 III. DATO quadrato circulum æqualem describere. 369  
 COROLLARIUM. Circulum cuiunque figuræ rectilineæ  
 æqualem: Et contra, cuiunque circulo figuram rectilineā  
 qualemunque æqualem constituere 370  
 V. DATAE rectæ lineæ circumferentiam citculi reperire  
 æqualem. 370
- 

## O C T A V I L I B R I

### Propositiones.

- I. Figura regularis circulo circumscripta maiorem ambitum habet, quam circulus.* 372  
 LEMMA I. Si fuerint quatuor quantitates, & minor sit excessus inter primam & secundam, quam inter tertiā & quartam, sitque prima non minor, quam tertia, maior verò, quā secunda, item tertia maior, quam quarta: Erit minor proportio primæ quantitatis ad secundam, quam tertiæ ad quartam. 372  
 LEMMA II. Si circuli arcum duæ rectæ tangant, in vno puncto coeuntes, & in eodem arcu aptentur quotlibet rectæ æquales diuidentes ipsum in partes totidem æquales: Erunt duæ illæ tangentes omnibus hisce chordis simul maiores. 373  
 LEMMA III. Si circuli arcum tres rectæ tangant, in duobus punctis coeuntes, ita vt contactus punctum medium diuidat arcum bifariam, in eodem autem arcu accommodentur quotlibet rectæ numero pares, & inter se æquales; Erunt tres illæ tangentes omnibus his simul sumptis maiores. 374  
 CARDANI demonstratio, figuræ regularis circulo circumscriptæ ambitum maiorem esse, quam circuli ambitum. 375  
*II. Circulorum diametri inter se sunt, vt circumferentiæ.*  
*Ex Pappo.* 376  
*Arcus*



# I N D E X.

- III.** Arcus cuiusvis circuli ad arcum similem alterius circuli eandem habet proportionem, quam chorda ad chordam. Et contra, arcus eandem habentes proportionem, quam chordæ, similes sunt. 377
- IIII.** Dato quadrilatero aequale parallelogrammum in dato angulo, facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eucl. constituere. 378
- V.** Dato Rectangulo supra datam rectam aequale rectangulum, facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eucl. constituere. 379
- VI.** Dato rectilineo aequale rectangulum, facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eucl. constituere. 380
- VII.** Si ex duobus punctis ad unum punctum cuiusvis lineæ rectæ, quæ communis sectio sit plani per duo illa puncta ducti cum alio quopiam plano, duæ rectæ ducantur facientes cum illa duos angulos æquales: Erunt duæ hæ rectæ breviores quibuscunq. alijs duabus rectis, quæ ex ijsdem duobus punctis ad aliud punctum eiusdem lineæ rectæ ducuntur. 380
- SCHOLIVM.** Angulus incidentiæ apud Perspectivos angulo reflexionis æqualis est. 381
- VIII.** Si quis numerum mente conceperit, quot ei unitates possit tres operationes imperatas reliquæ sint, conijcere. 381
- IX.** Datum numerum quadratum in quotvis quadratos numeros partiri. 382
- X.** Propofitis duabus minutis inæqualibus: minutia, cuius numerator ex illorum numeratoribus, denominator autem ex denominatoribus conflatur, maior quidem est minore, minor vero maiore. 383
- XI.** Si duo numeri inter se primi non sint ambo quadrati, aut cubi: Neque eorum æquæ multiplices ulli, quadrati erunt, aut cubi. Et si eorum æquæ multiplices aliqui sint ambo quadrati, aut cubi: etiam ipsi erunt quadrati, aut cubi. 384
- XII.** In omni quadrilatera figura rectilinea, tria latera, ut libet, assumpta, maiora sunt reliquo latere. 385
- XIII.** Datis tribus punctis, per quæ circulus describendus sit, invenire alia puncta, per quæ idem circulus transire debeat. 385

c

Dato



# I N D E X.

- XIIII.** Dato excessu diametri Quadrati supra latus: Item dato excessu diametri Rhombi supra latus, vel lateris supra diametrum, unà cum vno Rhombi angulo: Dato præterea excessu diametri Rectanguli supra vtrumlibet laterum inæqualium, unà cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel unà cum proportionem eorundem inæqualium laterum: Dato denique excessu diametri Rhomboidis supra vtrumuis laterum inæqualium, vel vtriusuis inæqualium laterum supra diametrum, unà cum angulo Rhomboidis, & insuper cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel insuper cum proportionem duorum laterum inæqualium: Quadratum ipsum, Rhombum, Rectangulum, & Rhomboides constituere. 387
- XV.** In rectangulo parallelogrammo sumptis excessibus, quibus diameter duo latera superat: Rectangulum sub differentia excessuum, & minore excessu bis sumptum, unà cum quadrato minoris excessus bis sumpto, æquale est quadrato rectæ, quæ minus latus minorem excessum superat. 390
- XVI.** Datis excessibus, quibus diameter Rectanguli vtrumque latus superat: vtrumque latus, & diametrum inuenire. 392
- XVII.** Dato excessu diametri Rectanguli supra maius latus, & excessu maioris lateris supra minus: vtrumque latus, ac diametrum inuenire. 393
- XVIII.** Secta linea recta vtcunque, adiungere ei versus vtramuis partem lineam rectam, ita vt quadratum totius rectæ compositæ æquale sit quadrato rectæ adiunctæ, unà cum quadrato rectæ, quæ ex adiunctæ, & proximo segmento prioris lineæ conflatur. 393
- XIX.** Datis duabus rectis inæqualibus, quarum maior diametrum quadrati ex minore descripti non superat: Maiorem ita secare in duas partes inæquales, vt earum quadrata simul sumpta quadrato minoris lineæ sint æqualia. 394
- XX.** Data chorda alicuius arcus, unà cum perpendiculari, quæ ex medio puncto chordæ ad arcum vsque educitur: Quot gradus, vel palmos tam arcus, quam semidiameter circu-

# I N D E X.

- circuli completitur, inuenire.* 395
- XXI. *In omni triangulo quadratum maximi lateris minus est, quam duplum summæ quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum.* 396
- XXII. *Datis tribus rectis utcumque in plano non parallelis, nisi quando extremæ à mediâ aequaliter distant, rectam lineâ ducere, & quidem per datum punctum in mediâ, si omnes tres in uno puncto conueniant, ita ut eius segmenta inter mediâ, & extremas sint inter se aqualia, vel datam habeant proportionem.* 397
- XXIII. *Cuiuslibet lineæ, quamuis minimæ, exhibere multiplicem quamcumque, etiam si circino non accipiatur.* 398
- XXIII. *Ex qualibet lineola, quamuis minimâ, auferre partem, vel partes imperatas.* 399
- XXV. *Angulum datum rectilineum in tres æquales partes parti.* 399
- XXVI. *Si per idem punctum diametri in rectangulo duæ lineæ ducantur lateribus parallelæ: Erit rectangulum sub segmentis diametri comprehensum æquale duobus rectangulis sub segmentis duorum laterum comprehensis.* 400
- COROLLARIUM. *In quadrato rectangulum sub segmentis diametri comprehensum, æquale est duobus complementis.* 401
- XXVII. *Dato centro Ellipsis in lineâ axis in infinitum producta, unâ cum duobus punctis ad easdem partes axis, vel centri, per quæ transire dicatur Ellipsis: Vtrumque axis utriusque extremum inuenire.* 401
- XXVIII. *Si in circuli diametro producta punctum sumatur, ab eoque recta circulum tangens ducatur, à puncto autem contactus chorda ducatur ad diametrum perpendicularis: Recta ex eodem contactus puncto ad utrumlibet extremum diametri ducta diuidet angulum à tangente, & prædicta perpendiculari comprehensum bifariam. Item si ab eodem puncto in diametro producta assumpto recta ducatur circulum secans, & ab alterutro sectionis puncto ad intersectionem diametri cum prædicta chorda perpendiculari recta iungatur: Recta ex eodem sectionis puncto ad*

c 2 utrum-



# I N D E X.

- Utrumlibet diametri extremum ducta secabit quoque angulum à linea secante, & illa alia, quæ per intersectionem diametri cum prædicta chorda perpendiculari ducitur, bifariam.* 402
- XXIX.** Descriptionem pentagoni æquilateri, & æquianguli supra datam rectam ab Alberto Durero traditam, & quam omnes ferè architecti, atque artifices approbant, falsam esse, demonstrare. 404
- SCHOLIUM.** Descriptionem eiusdem pentagoni ab alijs nonnullis traditam, falsam quoque esse, demonstrare. 407
- XXX.** Inventionem lateris heptagoni in dato circulo non rectè à quibusdam tradi, demonstrare. 407
- XXXI.** Octogonum æquilaterum, & æquiangulum circulo inscriptum, medio loco proportionale est inter quadratum eidem circulo circumscriptum, & quadratū inscriptū. 309
- XXXII.** Si ex diametro quadrati detrahatur ipse latus: Reliqua linea erit latus alterius quadrati, cuius diameter est linea, quæ relinquitur, si latus inuentum bis ex diametro prioris quadrati auferatur, vel si idem latus inuentum ex prioris quadrati latere tollatur. 410
- XXXIII.** Octogonum æquilaterum, & æquiangulum ad datam altitudinem, latitudinemue constituere. 411
- XXXIII.** Ambitum terræ ex edito aliquo monte metiri. 412
- XXXV.** Prismati cuicunque cylindrum æqualem, & Pyramidi conum æqualem: Ac vicissim cylindro Prisma æquale, & cono æqualem Pyramidem constituere. 414
- XXXVI.** Dato cylindro, aut Prismati æqualem conum, vel Pyramidem sub eadem altitudine: Et vicissim dato cono, vel pyramidi æqualem cylindrum, aut Prisma eiusdem altitudinis constituere. 414
- COROLLARIUM I.** Tam Cylindrum, quam Prisma transmutare in Pyramidem, aut conum: Et Pyramidem tam in cylindrum, quam in prisma æquale conuertere. 415
- COROLLARIUM II.** Cylindrum, Prisma, Conum, ac Pyramidem commutare in parallelepipedum rectangulum æquale, cuius basis sit quadrata. 415
- XXXVI.** Datum cylindrum, vel Prisma: Similiter datum conum,

# I N D E X.

- conum, vel pyramidem cuiuscunque altitudinis, in aqualem sub data qualibet alia altitudine, & supra basem quotcunque angulorum reuocare.* 415
- XXXVIII.** *Dato parallelepipedo rectangulo cubum aqualem describere.* 416
- COROLLARIUM.** *Cylindro, prismati, cono, ac pyramidi cubum æqualem exhibere.* 416
- XXIX.** *Dato cubo æquale parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel supra datam basem construere.* 416
- COROLLARIUM.** *Cylindrum, prismam, conum, ac pyramidem in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basis commutare.* 417
- XL.** *Sphæræ datæ cubum æqualem; Et dato cubo æqualem spheram constituere.* 417
- COROLLARIUM I.** *Sphæræ datæ solidum rectangulum supra basem quotlibet angulorum æquale, & pyramidem cuiuscunque basis æqualem, vel etiam conum æqualem construere. Et vicissim cuilibet prismati spheram æqualem exhibere.* 418
- COROLLARIUM II.** *Sphæram cuilibet corpori regulari constituere æqualem.* 418
- XLI.** *Duobus, aut pluribus cubis unum cubum æqualem efficere.* 419
- SCHOLIUM.** *Quotlibet figuris solidis non cubis cubum æqualem construere.* 419
- XLII.** *Dato cubo corpus regulare, quod ex quinque elegeris, æqualem construere.* 419
- XLIII.** *Ex maiori cubo detrabere minorem, residuoque cubum æqualem exhibere.* 419
- SCHOLIUM.** *Ex quavis figura solida maiori minorem, quamcumque auferre, residuoque cubum æqualem constituere.* 420
- XLIIII.** *Datis duabus, aut pluribus spheris spheram unã æqualem constituere.* 420
- XLV.** *Ex maiori sphaera minorem spherã detrabere, residuoque spheram æqualem exhibere.* 420
- XLVI.** *Datum cubum, aut parallelepipedum, secundum datam*



# I N D E X.

<i>datam proportionem secare.</i>	420
SCHOLIVM. Prisma, vel cylindrum, secundum datam proportionem diuidere.	421
XLVII. <i>Figuram Ellipsi similem, quam ouatam dicunt, circino describere: Eiusque aream si beneficio trianguli æquilateri descripta est, explorare.</i>	421
SCHOLIVM. Tabula quadratorum, & cuborum vsque ad radicem 1000.	425
DIFFERENTIAE quadratorum, & cuborum.	434
DATO cubo, eiusque radice, qui numeri impares illum componant, inquirere.	437
VSVS tabulæ quadratorum, & cuborum in extrahendis radicibus quadratis, atque cubis.	438

# F I N I S.

# ERRATA

Quæ obiter animaduersa sunt.

<i>Pag.</i>	<i>linea</i>	<i>Errata</i>	<i>Correctiones</i>
<del>123</del>	16	altitudinis extensæ	altitudinis extensa
<del>163</del>	17	speculi plano	speculi plani
<del>194</del>	4. à fine	Ludouicus	Ludolphus
<del>223</del>	5	similes ex similiterque	similes similiterque
<del>327</del>	3	PROBLEMA	THEOREMA
<del>343</del>	7	ambitus	ambitu
<del>397</del>	10	inter se æquales	inter se æqualia
Post pag. 279. in sequente scribe numerum 280. & in alia sequente, 281.			
In figura problematis 13. lib. 2. & problematis 18. lib. 3. duc rectam B D, à B, in D.			
In figura problematis 22. lib. 2. & problematis 26. lib. 3. dele lineam CA, & duc lineam EA, ex E, ad A.			





# P R A E F A T I O.



VANDOQVIDEM Mathematicarum disciplinarum stadium scribendo ingressi, nonnullam eius partem, fauente Deo, percurrimus: Geometriæ practicæ tractatio omit- tendam non fuit, ut nisi metam tange- re licuerit, ab illa certe quam mini- me distemus. Ætatem senectute grauem allicit operis iucunditas, la- bore leuat varietas, amicorum preces tantum non cogunt, quò mea ferebar sponte, summa cum festinatione properare. Et vero, cum perpetua multo- rum annorum experientia compererim, admodum paucos es- se, qui non in Mathematicis exerceantur eo consilio, ut quæ didicerint, ad aliquem vsum trahant: in hoc quicquid est la- boris veniebam alacer, ut qui fructus è Mathematicis perci- pi possint ad humanæ vitæ commoda, non inani venditatione, sed re ipsa constaret. Etenim dum certa ratio traditur, qua- camporum longitudines, altitudines montium, vallium de- pressionem, locorum omnium inæqualitates inter se, & inter- ualla deprehendere metiendo debeamus: cuilibet liquet, ut arbitror, quantum commodi, vtilitatisque substructioni ædi- ficiorum, cultui agrorum, armorum tractationi, contempla- tioni siderum, alijsque artibus, & disciplinis ex horum co- gnitione manare possit. Hæc enim vna Mathematicarum re- rum scientiæ pars, sicut ab artificibus ob sui necessitatem aui- dè semper est arrepta: ita ob insignes vtilitates, quas in re to- ta militari suppeditat, in maximorum Principum, Regumque aulis omni tempestate versata est. Quamobrem & multos, & eruditos viros habuit, qui partes illius omnes accurata, & di- ligenti scriptione persecuti sunt: Inter quos, ut Leonardus Pi- sanus, Frater Lucas Pacciolus, Nicolaus Tartalea, Orontius, Cardanus, alijsque præcipuas obtinuerunt: ita eximia in cæ- teris laude floruerunt. Primas tamen adiudicari Io. Anto- nio Magino præstanti Mathematico; qui tamen tantum li- nearum dimensiones docuit, ea tamen copia, doctrina, per- spicacitate cuncta tradidit, ut locum non modo ijs, qui ante scripserunt, sed spem posteris æqualis gloriæ, ne dum maioris,

A

ade.



ademiſſe videatur. Verum quoniam & hic de vnica tantum parte fuit ſollicitus: & alij, quamuis aggreſſi omnia, multa tamen inter ſcribendum praterierunt: decreui, ſi quã poſſem, perficere: ut, quicquid vtiliter in Geometria practica ab alijs traditum, à me etiam inuentum eſt, vnus operis gyro clauderetur. Quod opus, cum ſpecies tres quantitatis continuæ ſint, in tria membra, partesq. præcipuas ſecuiumus: In prima rectas lineas, in altera ſuperficies, corpora metientes in poſtrema: cui adnectuntur alia, quæ non tam ad quantitatis dimensionem, quam ad alias Geometriæ praxes, ac demonſtrationes pertinent, à noſtro inſtituto non aliena.

*VNIVERSAM autem tractationem in octo libros partiti ſumus.*

*PRIMVS* propoſitiones tres omnino neceſſarias, & per quam vtilis ad omnium magnitudinum dimensionem accurate perficiendam continet.

*IN* ſecundo dimenſio linearum rectarum per Quadrantem Aſtronomicum tam pendulum, quàm ſtabilem abſoluitur.

*TERTVS* de earundem rectarum linearum dimenſione per Quadratum Geometricum tum pendulum, tum ſtabile, etiam per vnicam ſtationem, agit. Vbi etiam, qua ratione ſine huiusmodi inſtrumento earundem rectarum linearum Dimenſiones nonnullæ fieri poſſint, traditur.

*QVARTVS* ſuperficierum areas inquirir:

*QVINTVS* ſolidas magnitudines metitur.

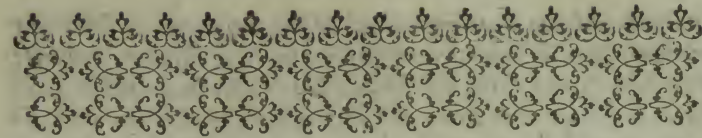
*ATQVE* hiſce quinque libris omnes tres partes Geometriæ practica à nobis propoſita explicantur.

*IN* ſexto deinde libro de Geodeſia, id eſt, de ſuperficierum rectilinearum cuiusque generis Diuiſione tam per rectas ex certo aliquo puncto ductas, quam per lineas parallelas, diſſertur. Vbi nonnulla etiam alia problemata ad idem argumentum ſpectantia ſoluuntur. Item qua ratione figuræ tam planæ, quam ſolidæ, vnà cum circulo ac ſphæra in data proportionem augendæ ſint, minuendæue. In cuius rei gratiam modi aliquot proponuntur inueniendarum duarum mediarum proportionalium inter duas rectas datas. Denique ars facilis, & expedita pro extrahendis radicibus cuiusque generis præſcribitur.

*SEPTIMVS* de figuris Iſoperimetris diſputat.

*IN* Octauo denique varia problemata, ac theorematum Geometrica pertractantur.

GEO-



# GEOMETRIAE PRACTICAE.

## LIBER PRIMVS

Tria capita ad dimensionem linearum summe  
necessaria complectens.



*T* magnitudinum dimensio omnibus  
suis numeris absoluta, perfectaue  
reddatur, tria primo hoc libro diligen-  
ter explicanda prius erunt. Primum  
construenda est norma quadam va-  
riarum partium, quam non incon-  
gruè Instrumentum partium voca-  
re possumus; quòd in eo variae partes  
& ad lineas rectas, & ad circulos di-  
uidendos, tum etiam ad alias operationes siue Geometricas, si-  
ue Astronomicas ritè perficiendas contineantur. Huius enim  
usus credi vix potest, quàm latè pateat tum in dimetiendis  
magnitudinibus sine numerorum multiplicatione, tum vero  
maxime in horologijs Solaribus ea ratione, quam per lineas  
Tangentes in noua horologiorum descriptione tradidimus, de-  
scribendis, & in alijs rebus tam Geometricis, quàm Astrono-  
micis, ut ex ijs, quae capite primo huius libri, & alibi tradi-  
turi sumus, perspicuum fiet. Secundo loco consiciendus est

A 2 qua-



quadrans, in quo præter gradus, Minuta quoque ac Secunda (quamvis in eo designata non sint) cognosci, ac discerni queant; docendumq; quæ ratione idem præstari possit in quolibet quadrante in 90. gradus exquisitè distributo: partesque centesimæ, atque millesimæ in recta quavis linea in paucissimas partes æquales diuisa dignoscendæ sint. Tertio atque postremo loco proponenda erunt, ac soluenda uaria problemata triangulorum rectilineorum, ut & latera eorum, atq. anguli ex quibusdam datis, & cognitis facile possint cognosci. Quamvis enim eadem hæc problemata ad finem Lemmatis 53. lib. 1. nostri Astrolabij exposita sint, tamen ne studiosus lector ad illud Lemma sæpius, & non sine molestia recurrere cogatur, libet ea hic repetere totidem penè verbis, quot in prædicto Lemmate perscripta sunt. Sed ecce tria hæc, quæ præmittenda esse diximus, tribus capitibus explicata sequuntur.

## INSTRUMENTI PARTIVM

Constructio, atque vsus.

## CAPVT I.

Instrumentum partium quo pacto construatur.



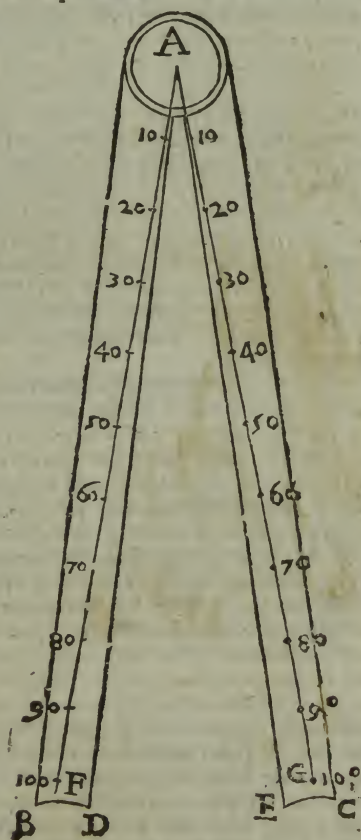
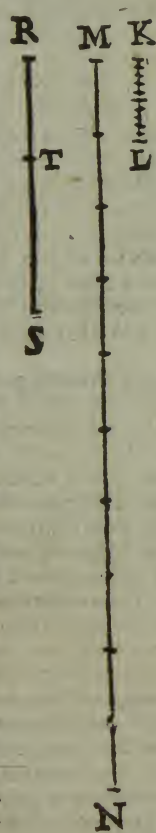
**I**ANT ex orichalco, vel alia materia solida, duæ regulæ  $ABD$ ,  $AEC$ , æquales omnino, quæ in  $A$ , ita coniungantur clauo aliquo tereti, ut circa  $A$ , vniformiter possint moueri, quemadmodum in Norma vulgari, quæ, prout opus est, constringi potest, & dilatari, fieri solet. Deinde ex  $A$ , in planis dictarum regularum duæ rectæ ducantur  $AF$ ,  $AG$ , quæque in 100. particulas æquales distribuantur, vel in 1000. si longiores sint. Ita enim ex qualibet recta quotius partes centesimæ, aut millesimæ abscindi poterunt. Immo si sumatur linea  $KL$ , continens 11. particulas ex illis 100. vel 1000. diuidaturque in 10. partes æquales, si quidem secta sit vtræque regula in 100. partes æquales, poterunt beneficio rectæ  $KL$ , continentis 11. particulas eiusmodi, & in 10. partes æquales diuisæ, ex data recta qualibet accipi quotius millesimæ partes, perinde ac si partes singulæ centesimæ in vtræque regula sectæ essent in denas particulas æquales: si vero vtræque regula in 1000. particulas distributa sit, & linea  $KL$ , talium 11. partium in 10. particulas dissecta, poterit ex quavis linea recta, proposita partes, quot quis voluerit, millesimarum decimæ auferri, non secus ac si singulæ partes millesimæ in regula distributæ essent in 10. particulas æquales, ut in vsu instrumenti dicemus.

RVR-

# LIBER PRIMVS. 5

R V R S V S si regula contineat 100. partes, & recta quæpiam MN, constans ex 101. eiusmodi particulis distribuatur in 100. partes, poterimus ex quavis data recta accipere partes decimas millesimarum. At si in regula notatæ sint 1000. partes, & linea quæpiam continens eiusmodi partes 101. secetur in 100. partes, deprehendi poterunt in qualibet recta quotcunque partes centesimæ millesimarum, ac si partes singulæ millesimæ in regula complecterentur partes 100. Si denique linea earum partium 1001. diuidatur in 1000. partes, capiemus in quavis recta partes millesimas millesimarum, per inde ac si partes millesimæ singulæ in regula partes 1000. comprehenderent, vt ex vsu instrumenti constabit. Atque hæc est constructio instrumenti in vna facie pro partibus linearum rectarum inquirendis

IN altera vero instru-  
menti facie  
designantur  
chordæ om-  
nium arcuū  
quadrantis  
hoc modo.  
Ductis ex  
centro A, re-  
ctis AF, AG,  
vt in priori  
facie, sumen-  
dus est qua-  
drans circuli  
chordam  
habens æqua-  
lem rectæ  
AF, & in  
rectas AF,  
AG, transfe-  
renda chor-  
da gradus 1.  
illius qua-  
drantis, dein  
de chorda  
grad. 2. 3.  
4. 5. & sic  
deinceps vsq-  
ad chordam  
89. graduū:  
ita enim ex  
quolibet qua-  
drante ab-  
scindere li-  
cebit arcum



quotcunque graduum, vt Num. 16. dicitur: quamuis nos beneficio particu-  
larum æqualium in priori facie positarum capiemus ex quadrante propo-  
10



to non solum gradus integros, sed etiam minuta, quod Num. 14. docebi-  
mus. Atque ita absoluta est constructio instrumenti in altera facie. Huius  
instrumenti vsus amplissimus est, vt diximus, & non obscure ex ijs, quæ se-  
quuntur, intelligi potest.

**1** QVANDO enim linea recta proposita rectæ AF, vel AG, in  
priori facie instrumenti æqualis est, nullo negotio ex ea abscinduntur quot-  
cunque partes centesimæ, aut millesimæ, prout instrumentum in 100. aut  
1000. partes fuerit diuisum; si nimirum partes, quæ desiderantur, ex instru-  
mento in datam rectam transferantur.

**2** QVANDO vero proposita linea non est æqualis rectæ AF, vel  
AG, in instrumento, dilatandum instrumentum est, vel constringendum,  
donec interuallum inter F, G, datæ lineæ sit æquale. Nam circinus inter  
partes rectarum AF, AG, quæ desiderantur, extensus dabit in recta pro-  
posita partes quæ sitas. Vt si data recta æqualis sit ipsi FG, & desiderentur  
50. partes centesimæ, continebit interuallum inter partes 50. & 50. in lineis  
AF, AG, partes 50. ex 100. in quas recta FG, cogitur esse diuisa, quod sic  
demonstratur. a Rectæ FG, & 50. 50. (si concipiatur ducta recta à parte 50.  
ad partē 50.) parallelæ sunt; propterea quod latera AF, AG, proportiona-  
liter secta sunt in 50. & 50. Sunt enim tam AF, AG, quam A 50, A 50, æqua-  
les b. Igitur erit vt A 50. ad rectam 50. 50. ita AF, ad FG. Et permutando vt  
A 50. ad AF, ita recta 50. 50. ad FG, cū ergo A 50. contineat partes 50. ex 100.  
totius AF, continebit quoque recta 50. 50. partes 50. ex 100. in quas diuisa  
esse concipitur FG. Eademque ratio est de cæteris. Nam verbi gratia inter-  
uallum quoque inter puncta 80. & 80 partes 80. complectetur ex 100. totius  
FG, &c. quæ demonstratio locum etiam habet, si in AF, contineantur 1000.  
partes, vt constat.

**3** NON aliter, propositis duabus rectis, quarum altera in quolibet partes  
æquales cogitur esse diuisa, cognoscemus, quotnam ex illis partibus alte-  
ra recta contineat; hac scilicet ratione. Aperto instrumento, statuatur  
interuallum rectæ diuisæ inter partes, in quas diuisa intelligitur. Nam si  
altera per circinum transferatur inter duas alias partes easdem, vel inter  
duo puncta ab eisdem duabus partibus æqualiter distantia, continebit illa  
recta tot partes, quot in regula AF, includuntur inter centrum A, & circini  
pedem: c propterea quod eandem proportionem habet segmentum regulæ  
AF, vsque ad interuallum rectæ diuisæ, ad segmentum eiusdem regulæ  
vsque ad interuallū alterius lineæ, quam interuallum rectæ diuisæ ad inter-  
uallum alterius lineæ habet, &c. Quod si linea hæc altera esset nimis longa,  
auferendum ex ea primum esset interuallum inter 100. & 100. quoties fieri po-  
test. Deinde reliquū segmentū transferendū in instrumentū, vt dictum est. Ver-  
bi gratia si altera rectarum diuisa sit in 50. partes æquales, sumemus ei æquale  
interuallū inter 50. & 50. Si ergo altera habuerit interuallū æquale rectæ FG,  
inter 100. & 100. continebit ea 100. partes æquales. Et si in ea superesset segmē-  
tum æquale interuallo 30. 30. contineret eadem recta partes 130. Quod si in-  
teruallum inter 100. & 100. ter in data recta contingeretur, & in super segmen-  
tum æquale interuallo 40. 40. complecteretur ea recta particulas 340. &c.

**3** ITA QVE si in Tangentibus nouæ descriptionis horologiorum (vt  
huius instrumenti utilitatem quoque in describendis horologijs aperiamus)  
sinus totus statuatur 100. quantuscunque ille sit, eique interuallum FG, po-  
natur æquale, capiemus commodissime quantumque Tangentem tabulæ in

noua

Centesimæ,  
vel millesi-  
mæ partes  
in recta li-  
nea quo mo-  
do accipian-  
tur.

a, 2. sexti.

b 4. sexti.

Diuisa recta  
in quotuis  
partes æqua-  
les, quot  
eiusmodi  
partes in  
quauis alia  
continean-  
tur.

c 4. sexti.

Tangentes  
quo modo  
accipiantur  
respectu si-  
nus totius  
100.



noua descriptione positæ, si ea, abiecta prima tantum figura ad dexteram, minor fuerit quam 100. Vt si quærat Tangens Grad. 39. min. 57. quoniam ea in tabula est 838. si abijciatur prima figura 8. ad dexteram, erit Tangens 83. respectu sinus totius 100. vel potius 84. propterea quod figura 8. abiecta maior est, quam 5. ac præinde pro ea vnitas adijcienda est, cum constituat  $\frac{8}{100}$  hoc est, plusquam  $\frac{1}{2}$ . Itaque si accipiantur in instrumento partes 84. paulo minus, vt dictum est, habebitur Tangens quæsitæ: si vero Tangens in tabula, abiecta prima figura ad dexteram, maior fuerit quam 100. accipienda est Tangens per denas, atque vnitates expressa, relictis centenis, & illi Tangenti postea sinus totus adijciendus est toties, quoties vnitas in centenis reperitur. Vt si quis velit Tangentem Grad. 68. min. 50. quoniam ea in tabula est 2583. & abiecta prima figura, 258. sumenda est Tangens 58. eique sinus totus FG, bis adijciendus, & sic de reliquis.

4 QVOD si rectam KL, partium 11. in 10. æquales partes diuisam, adhibere velimus accipere poterimus ex data recta partes millesimas. Quoniam enim ita se habet linea KL, ad vnā eius partem, vt portio A 10. rectæ AF, decem partium ad vnā, cum vtrobique proportio sit decupla; erit permutando quoque KL, ad A 10. vt vna particula ipsius KL, ad vnā particulam ipsius A 10. Cum ergo KL, contineat ipsam A 10. semel, & insuper partem ipsius decimam, (sumpta est enim KL, partium 11. qualium 10. est A 10.) continebit quoque vna particula ipsius KL, vnā particulam ipsius A 10. semel, & decimam insuper eius partem: Atque adeo duæ illius includent duas huius cum  $\frac{2}{100}$ . & tres continebunt tres cum  $\frac{3}{100}$ . & sic deinceps. Quare si verbi gratia desiderentur  $\frac{3}{100}$  accipiendæ erunt octo partes ex 100. totius AF, & insuper  $\frac{7}{100}$ . sequentis partis nonæ, cum decima pars vnus centesimæ sit  $\frac{1}{100}$ , quod ita fiet. Circino aliquo sumantur 7. partes ex KL, æque in AF, transferantur ex qualibet parte. Nam pes circini mobilis auferet  $\frac{7}{100}$ . ex octaua parte post pedem circini immobilis, quæ particula in nonā partem est transferenda. Ita enim, cū octo partes complectantur  $\frac{8}{100}$ . vnus centesimæ, (quod quælibet pars contineat  $\frac{1}{100}$ . vnus centesimæ.) hoc est,  $\frac{8}{100}$ . &  $\frac{7}{100}$ . vnus centesimæ contineant  $\frac{7}{100}$ . comprehendet tota linea abscissa  $\frac{8}{100}$ . Item si quis cupiat  $\frac{1}{100}$ . accipienda erit vna pars ipsius AF, &  $\frac{7}{100}$ . sequentis partis secundæ, vt paulo ante dictum est. Vel sic agemus. Sumptis 7. partibus ex KL, transferemus eas in AF, vbicunque libuerit. Nam abscissæ partes erūt  $7\frac{7}{100}$ . Vna ergo pars cum  $\frac{7}{100}$ . continebit  $\frac{1}{100}$ . Denique si optentur  $\frac{4}{100}$ . sumendæ erunt ex recta AF, partes 45. cum hæ æquiualeant  $\frac{4}{100}$ . Deinde  $\frac{7}{100}$ . ex sequenti parte quadragesima sexta, beneficio septem particularum rectæ KL, &c.

5 SI ergo sinus totus ponatur 1000. habebuntur Tangentes, vt in tabula nouæ descriptionis horologiorum positæ sunt, nulla figura abiecta. Sed quando Tangens maior est quam 1000. relictis millenis, accipiendæ sunt reliquæ partes millesimæ pro Tangente, eique toties sinus totus addendus, quoties vnitas in millenis relictis reperitur. Vt si quis velit Tangentem Grad. 40. min. 30. quæ in tabula est 854. accipiendæ sunt in regula AF, partes 85. &  $\frac{4}{100}$ . vnus. Ita enim Tangens continebit partes 854. ex 1000. At si quærat Tangens Grad. 80. min. 0. quæ in tabula est 5671. relictis millenis, accipiendæ sunt partes 67. &  $\frac{1}{100}$ . vnus partis, & Tangenti 671. addendus sinus totus quinque.

Millesimæ partes quo modo capiuntur, etiam si in instrumēto contineatur tantum partes 100.

Tangentes quo modo inueniuntur, posito sinu toto 100.

SARI



Decimæ par-  
tes millefi-  
marum quo  
modo sumā-  
tur, etiam si  
instrumen-  
tum diuisū  
sit in 100,  
partes dun-  
taxat.

Tangentes,  
posito sinu  
toto 10000.  
quo pacto su-  
mantur.

Qua ratio-  
ne ex inuen-  
ta parte mil-  
lesima, vel  
decies mil-  
lesima in  
AF, eadem  
reperiatur  
respectu da-  
ti sinus to-  
tius.

6 PARI ratione si adhibeatur recta MN, partium 101. diuisa in 100. depromemus ex recta AF, partes decimas millesimarum; cum quælibet particula rectæ MN, contineat vnam particulam ipsius AF, semel, & insuper  $\frac{1}{1000}$ . Ita vt quælibet particula rectæ AF, diuisa esse cogitur in 100. particulas; ac proinde tota AF, sit 10000. particularum, quod eodem modo demonstrabitur. Est enim eadem proportio MN, ad vnam particulam suam centesimam, quæ rectæ AF, ad vnam suam centesimam, &c.

7 ATQVE hac ratione haberi poterunt Tangentes, posito sinu toto 10000. abiectis nimirum tribus figuris primis ex Tangentibus tabulæ in nostro Theodosio descriptæ. Vt si velimus Tangentem Grad. 78. Min. 30. quæ in tabula (abiectis tribus figuris) est 49151. relictis denis millenarum, accipiemus partes 9151. nimirum partes 91. ex 100. regulæ AF, &  $\frac{5}{1000}$ . vnus, quod fiet, si partes 51. rectæ MN, transferantur in AF. Circinus enim vltra partes 51. abscindet  $\frac{5}{1000}$ . Nam quia singulæ particule rectæ AF, concipiuntur sectæ in 100. particulas, continebuntur in 91. partibus particule 9100. quibus si addantur 51. habebitur Tangens 9151. Huic tandem apponendus est sinus totus quater, propter quatuor denas millenarum relictas. Facile autem ad 91. partes adijcies particulam continentem  $\frac{5}{1000}$ . vnus centesimæ, si eam, (quæ nimirum vltra partes 51. regulæ AF, ex ilit) cum vna parte regulæ AF, transferas, vt pes circini inter partes 91. & 92. cadat, hoc est, si eam cum vna parte transferas ex parte 90. vel cum duabus partibus, ex parte 89. &c.

8 INVENTA porro Tangente in vtraque regula AF, AG, dabit interuallum inter Tangentem regulæ AF, & Tangentem regulæ AG, eandem Tangentem respectu sinus totius FG.

9 QUANDO autem Tangens tam exigua est, vt eius interuallum prope punctum A, accipi nequeat, vtetur hoc artificio. Sit verbi gratia sumenda Tangens 7. partium respectu sinus totius FG. Sumptis duabus Tangentibus maioribus, quarum maior minorem septem vnitatibus superet, nimirum 30. & 37. vel 80. & 87 &c. dabit earum differentia (si nimirum vtraque in aliquam rectam lineam transferatur) Tangentem 7. quæ quæritur: Atque ita semper sumendæ erunt duæ Tangentes maiores prope medium instrumentis quarum differentia æqualis sit Tangenti exiguæ propositæ.

10 SI vtraque regula AF, AG, contineat 1000. particulas, & sinus totus propositus constituat 1000. eique interuallum FG, æquale sumatur, commodiſſime accipientur omnes Tangentes, vt in tabula nouæ descriptionis horologiorum positæ sunt. Nam verbi gratia Tangens 2430. Grad. 67. min. 38. habebitur, si relictis millenis, sumatur interuallum inter partes 430. vtriusque regulæ AF, AG, eique sinus totus FG, bis adijciatur.

11 ET si adhibeas lineam KL, partium 11. diuisam in 10. accipere poteris Tangentes respectu sinus totius 10000. Item si rectam partium 101. in 100. particulas distributam adhibeas, habebis Tangentes respectu sinus totius 10000. Si denique rectam partium 1001. partiaris in 1000. particulas, obtinebis Tangentes, posito sinu toto 1000000. vt ex dictis patet.

12 QVOD dictum est de Tangentibus, intelligendum est etiam de sinibus, & secantibus. Nam si interuallum FG, æquale sit sinui alicui toti, siue is partium sit 100. siue 1000. siue plurium, dabunt interualla inter sinus, vel secantes in vtraque regula AF, AG, acceptas, per ea, quæ Num. 4. docuimus, sinus & secantes respectu sinus totius FG, acceptis, propterea quod per Lemma

5. lib.



8. lib. I. nostri Astrolabij, eandem proportionem habet sinus totus AF, ad sinum totum FG, quam sinus verbi gratia A 50. ad sinum arcus circuli, cuius semidiameter FG, qui arcus arcui sinus A 50. similis est. Cum ergo sit, ut AF, ad FG, ita A 50. ad rectam 50. 50. erit recta 50. 50. sinus arcus, qui arcui sinus A 50. similis est. Eademque ratio est de secantibus.

13 VICISSIM cognoscemus, quot particulas ex 1000. qualibet particula vnus partis rectæ AF, complectatur: hoc scilicet modo. Circino sumatur data particula, vna cum vna parte centesima, vel duabus, vel tribus, quatuor; circinusque decies repetatur in recta AF, diligenterque notetur segmentum rectæ AF, quod circinus percucurrit. Nam si ex partibus centesimis in eo segmento contentis abijciantur toties 10. quot partes vna cum particula data sumptæ fuerint, reliquus numerus indicabit partes decimas vnus centesimæ, hoc est, millesimas in data particula comprehensas. Et si cum reliqua particula eius segmenti (si qua forte superfit) similiter agemus, reperiemus partes decimas vnus millesimæ, hoc est, partes  $\frac{1}{1000}$ . Et si iterum operationem reperemus, inueniemus partes  $\frac{1}{10000}$ . quod quidem ad finem libelli de fabrica, & vsu instrumenti horologiorum demonstrauimus, eandemque demonstrationem breuiter capite insequenti Num. 14. repetemus. Exēpli causa. Si particula data cū tribus centesimis decies repetita percurrat partes 37. abiectis 30. continebuntur in data particula  $\frac{7}{100}$ . vnus centesimæ. Quare si ea particula data fuerit V. g. post vigesimam partem centesimam, continebit illud segmentum rectæ AF,  $\frac{2}{100}$ . Nam  $\frac{7}{100}$ . vnus centesimæ faciunt  $\frac{1}{100}$ . & 20. centesimæ, si singulæ in decem particulas congitentur esse scilicet, efficiunt  $\frac{2}{100}$ . quippe cum omnes centum partes æquiualet 1000. particulis. Quod si idem fiat cum reliqua particula (si qua forte superfuerit post 37 partes percursas) vna cum tribus centesimis, & inciderimus verbi gratia in particulam 34. abiectis 30. continebit ea particula  $\frac{4}{100}$ . vnus millesimæ, hoc est,  $\frac{1}{1000}$ . Et quia  $\frac{2}{100}$  æquivalent  $\frac{2}{1000}$ . si addatur  $\frac{1}{1000}$ . vltimo loco deprehensæ, habebimus  $\frac{3}{1000}$ . Si denique cum reliqua particula (si qua forte remanserit) vna cum tribus centesimis idem fiat, percursæque verbi gratia sint 39. partes, abiectis 30. supererunt  $\frac{9}{100}$ . vnus partis  $\frac{1}{100}$ . hoc est  $\frac{1}{10000}$ . Cum ergo  $\frac{3}{1000}$  efficiant  $\frac{3}{10000}$  si addantur  $\frac{1}{10000}$ . habebimus  $\frac{4}{10000}$ . Atque adeo si recta AF, statuatur sinus totus partium 10000. erit segmentum 20. partium cum particula data, sinus partium 20749. Si particula data commode per circinum possit comprehendere, & decies repetatur, dabunt centesimæ partes percursæ partes decimas vnus centesimæ, &c. Si quoque nonnunquam nulla superfit particula, ita ut verbi gratia inuentæ sint præcisè  $\frac{2}{100}$  multiplicandus erit tam numerator, quam denominator per 100. ut habeatur sinus 20700. respectu sinus totius 100000. quemadmodum & 40. centesimæ constituunt sinu 40000. respectu sinu totius 100000. Si namque vterque numerus minutæ  $\frac{4}{1000}$ . ducatur in 1000. ni fiet minutia  $\frac{4}{1000000}$ .

14 HOC eodem instrumento, & in eadem facie partium æqualium, ex data qualibet circumferentia auferemus arcum quotuis graduum, & minutarum, hac arte. Sit ex quadrante, cuius semidiameter interno F G, æqualis sit, abscindendus verbi gratia arcus grad. 53. hoc est, chorda huius arcus inuenienda. Sumatur ex tabula sinuum sinus semissis propositi arcus, graduum

B vide.

a 4. sexti.

Quo pacto cognoscat, tur, quot de cimæ in particula cuiusuis centesimæ partis contineatur.

Ex circulo qua ratione abscindatur arcus datorum grad. ac min.



videlicet 16. min. 45 qui sinus, abiectis quatuor figuris ad dexteram, est 450. respectu sinus totius 1000. Si ergo sinus hic respectu sinus totius AF, accipiat in recta AF, vsque ad 45. per ea, quæ supra Num. 4. & 12. tradita sunt, dabit interuallum inter 45. & 45. sinum quoque eundem respectu sinus totius FG, quod interuallum duplicatum dabit chordam dupli arcus grad. 26. min. 45. id est, chordam arcus grad. 53. min. 30. qui quaeritur. Si sinus totus statua- tur 10000. erit sinus grad. 26. min. 45. in tabula sinuum 4501. abiectis nimi- rum tribus figuris ad dexteram: qui in AF, capietur, vt Num. 6. & 12. di- ctum est.

QVOD si vtraque regula AF, AG, contineat 1000. partes, statui poterit si- nus totus 100000. & etiam plurium partium, si nimirum adhibeatur recta MN, partium 101. diuisa in 100. particulas, vel alia recta partium 1001. in 1000. particulas secta.

Quot gra-  
dus, ac mi-  
nuta in da-  
to arcu con-  
tineantur,  
quo pacto  
cognosca-  
tur.

15 E CONTRARIO facile etiam cognoscemus, quot gradus, & minu- ta in proposito arcu cuiusvis quadrantis contineantur. Sit enim in quadrante, cuius semidiameter FG, cui æqualis sit recta RS, datus aliquis arcus, cuius chordæ semissis sit RT. Huic RT, æqualis inueniatur recta 40. 40. inter rectas AF, AG, ita vt puncta 40. 40. vel abscindant æquales partes, vt in dato exem- plo, vel æqualiter distent à duabus partibus æqualibus. Deinde per ea, quæ Num. 13. scripsimus, inquiratur, quot partes ex 1000. vel 10000. vel 100000. in segmento ab A, vsque ad punctum inuentum 40. comprehendantur. In dato exemplo reperiuntur partes 400. vel 4000. vel 40000. prout sinus totus constituitur 1000. vel 10000. vel 100000. atque tantus est sinus 40. 40. respec- tu senus totius FG, cui respondent Grad. 23. min. 35. Duplus ergo arcus gr. 47. min. 10 qui chordæ ipsius RT, duplæ debetur, erit is, qui quaeritur.

Quo pacto  
aliter, ex  
circulo ab-  
scindantur  
arcus dato-  
rum gr. &  
min.

16 I N altera facie instrumenti, in quam chordæ arcuum quadrantis sunt translata, facilius arcum quotcunque graduum accipiemus, hoc modo. Chordæ quadrantis propositi sumatur æquale interuallum FG: Vel etiam se- midiametro Quadrantis, chordæ nimirum grad. 60. capiatur interuallum 60. 60 æquale. Si igitur verbi gratia desideret quis arcum Grad. 56. sumen- dum erit per circinum interuallum inter puncta 56. & 56. Huic enim æqualis est chorda grad 56. Si præter gradus accipienda sint etiam minuta, oportebit per æstimationem in sequenti particula accipere talem partem ipsius, qualem minuta proposita partem vnus gradus constituunt. Vt si cupiat quis min. 30. sumenda est semissis, si 20. tertia pars, &c. Interuallum enim inter partem re- gulæ AF, & partem regulæ AG, acceptum dabit chordam quaesiti arcus.

Quo pacto  
aliter co-  
gnoscat,ur,  
quot grad.  
& min. in  
dato arcu  
comprehen-  
dantur.

VICISSIM si cognoscere velimus, quot gradus, ac minuta in dato arcu exsistant, inuestiganda erit eius chorda inter rectas AF, AG, ita vt puncta eius cadant uel in duas partes easdem, vel æqualiter à duabus eisdem distent. Nam tot gradus continebuntur in dato arcu, quot gradus continentur in re- cta AF, à centro A, vsque ad punctum, e quo chorda dati arcus in rectam AG, translata est: ita vt si dati arcus chorda extiterit inter grad. 70. & 70. pro- positus arcus complectatur gr. 70. &c.

Qua ratio-  
ne ex data  
recta pars  
imperata,  
abscindatur

17 I A M vero nemo nescit, si ex linea aliqua abscindenda sit  $\frac{1}{2}$ , vel  $\frac{1}{3}$ , vel  $\frac{1}{4}$ , vel denique quæcunque pars, cuius denominator maior non sit quam 100. quo pacto id fieri debeat. Si namque interuallum FG, in prio- ri facie instrumenti æquale fuerit datæ rectæ, dabit interuallum inter 50. & 50. partem  $\frac{1}{2}$ . Interuallum autem inter 25. & 25. partem  $\frac{1}{4}$ . Interuallum vero



verso inter 20. & 20. partem  $\frac{1}{2}$ . Item si interuallū inter 90. & 90. vel inter 60. & 60. vel inter 30. & 30. fiat datæ rectæ æquale, dabit interuallum inter 30. & 30. vel inter 20. & 20. vel inter 10. & 10. partem  $\frac{1}{2}$ . Rursus si interuallum inter 17. & 17. vel inter 34. & 34. datæ rectæ sumatur æquale, dabit interuallum inter 1. & 1. vel inter 2. & 2. partem  $\frac{1}{2}$ . At interuallum inter 5. & 5. vel inter 10. & 10. dabit  $\frac{1}{2}$ . &c. Ex hisce porro exemplis adductis facile intelliges, quo modo te in alijs partibus imperatis gerere debeas.

-18 NON aliter in posteriori facie instrumenti latera polygonorum in quouis circulo reperiemus. Nam gradus 120. (qui facile accipientur, si quadranti graduum 90. adijciantur gradus 30.) dabunt latus trianguli æquilateri. Gradus 90. latus quadrati. Gradus 72. latus pentagoni. Gradus 51  $\frac{2}{3}$ . hoc est, gradus 51. min. 26. paulo minus, latus heptagoni. &c. qui quidem gradus habebuntur, si gradus 360. totius circuli per numerum laterum polygoni propositi diuidantur.

19 QVANDO in dato quadrante cognoscere lubet, (quod non raro vsu venit) in quodnam punctum semidiametri perpendicularis ex quouis gradu ab altera semidiametro numero demissa cadat, ita agendum erit. Sit verbi gratia semidiameter alicuius quadrantis FG, quærendumque sit punctum, in quod cadat perpendicularis ex grad. 26. min. 45. demissa. Sinus grad. 26. min. 45. est 45. posito sinu toto 100. Ergo & recta inter partes 45. & 45. erit sinus grad. 26. min. 45. respectu sinus totius FG, vt Num. 12. ostensum est. Quocirca recta 45.45. in semidiametrum dati quadrantis ex centro translata indicabit punctum quæsitum.

20 NON aliter reperiemus in diametro Astrolabij (quod notatu dignum est) punctum cuiuscunque declinationis. Posito enim sinu toto semidiametro Aequatoris, si declinatio est Borealis, transferenda est in diametrum ex centro Tangens semissis complementi declinationis: si vero australis est, Tangens semissis arcus ex quadrante, & declinatione compositi. Vt Tangens grad. 33. min. 15. qui semissem complementi declinationis 60. constituunt, dabit punctum extremum semidiametri paralleli 60, quod videlicet ab Aequatore in Boream grad. 23. min. 30. declinat. Tangens vero grad. 56. min. 45. qui semissem constituunt arcus ex quadrante, & declinatione 60, conflati, dabit extremum punctum semidiametri paralleli 60, quod ab Aequatore in Austrum grad. 23. min. 30. recedit. Ratio huiusce rei est, quod recta in Astrolabio ab extremitate diametri rectum Horizontem referentis vsque ad intersectionem paralleli borealis cū altera diametro Meridianū representante ducta constituit cum altera diametro angulum semissis complementi declinationis borealis; ad intersectionem vero paralleli australis cum eadem posteriore, diametroeducta efficit angulum semissis arcus ex quadrante, & declinatione australi conflati: atque vtriuslibet anguli Tangens semidiameter est paralleli, vt ex Astrolabio liquet.

EODEMQVE modo, si confiterit, quem angulum in extremitate semidiametri Aequatoris in Astrolabio recta ad quodcunque punctum diametri, quæ ad illam semidiametrum perpendicularis est, ducta constituat, reperiemus punctum illud per Tangentem illius anguli, sicut in parallelis 60, & 60. factum est.

21 SI etiam quæcunque linea ex centro instrumenti huius egrediens secetur quomodocunque, vt verbi gratia extrema, & media ratione, vel

B 1

B 2 (quod

Qua ratio.  
ne ex dato  
circulo la-  
tus polygo-  
ni propositi  
inueniatur.

Quo pacto  
cognosca-  
tur, in quod  
punctum se-  
midiametri  
cadat per-  
pendicula-  
ris ex quo-  
libet gradu  
quadrantis  
demissa.

Quo pacto  
in diametro  
Astrolabij  
punctū cu-  
iusvis decli-  
nationis re-  
periatur.



Præceptum  
general  
ad diuiden  
dam lineam  
datam, vt  
alia quæcū  
que diuifa  
est.

Qua ratio  
ne quanti  
tas anguli  
quem late  
ra instrumē  
ti continēt  
cognosca  
tur.

Quando si  
nus totus tā  
paruus est,  
vt in instru  
mentū trāf  
ferri ne  
queat, quid  
agendum.

Quando Tā  
gens supe  
rat sinum  
totum, quid  
agendū, vt  
per vnicam  
translatio  
nem punctū  
quæsitū in  
ueniatur.

(quod operæ pretium esset, vt expeditius horologia describantur) sicut æquinoctialis linea in horologio horizontali diuifa est: secabitur quæuis alia similiter, si nimirum ei æquale interuallum  $FG$ , sumatur, vt ex dictis liquido constat. Satis tamen est, si horæ ex vna parte lineæ meridianæ, nimirum vel horæ antemeridianæ, vel pomeridianæ duntaxat in instrumentum transferantur.

22. PRÆTEREA aperto instrumento quomodocunque, cognoscemus quantitatem anguli  $FAG$ , in centro  $A$ , constituti, hoc modo. Circino sumatur interuallum inter gradus  $60.$  &  $60.$  in posteriore instrumenti facie, transferaturque ex centro in alterutram lineam chordarum. Nam quot gradus in eo interuallo includuntur, tot gradus continebit angulus  $FAG$ . Ratio est, quod arcus ex centro  $A$ , per gradus  $60.$  &  $60.$  descriptus portio est quadrantis, cuius chorda est tota linea  $AF$ : propterea quod chorda  $60.$  graduum semidiameter est quadrantis dicti, cuius chorda est  $AF$ , vt ex instrumenti constructione manifestum est. Igitur interuallum inter gr.  $60.$  &  $60.$  est chorda anguli  $FAG$ , propositi, &c.

23. SED neque hoc omittendum est, (quandoquidem de Tangentibus, sinibus, & secantibus in hoc instrumento respectu dati sinus totius accipiendis verba fecimus) sinum totum interdum esse tam exiguum, vt ex  $F$ , in  $G$ , transferri nequeat, etiam si instrumentum prorsus claudatur. Vt ergo respectu illius sinus totius Tangens, sinus, ac secantes accipere possimus ex instrumento, sumendus est ille sinus totus in aliqua recta bis, ter, aut quater, &c. atque ita ex  $F$ , in  $G$ , transferendus. Nam si Tangentium quæsitum, vel sinuum, aut secantium respectu sinus totius  $100.$  capiuntur semisses, vel tertie partes, aut quartæ, &c. proat videlicet sinus totus bis, ter, quater, &c. acceptus fuit, habebuntur Tangentes quæsitæ, vel sinus, aut secantes. Vt si sinus totus duplicetur, & posito sinu toto  $100.$  Tangens verbi gratia, sit  $378.$  sumenda est Tangens  $189.$  &c. Sed commodissime res hæc peragetur, si sinus totus, qui perpusillus est, decupletur. Ita enim posito sinu toto  $100.$  si ex Tangente verbi gratia proposita (relicta prima figura ad dexteram) abijciatur vna figura ad dexteram, quæ est secunda in tota Tangente, habebitur decima eius pars. Habenda tamen semper est ratio figuræ abiectæ, vt scilicet pro ea sumatur  $1.$  si maior est quam  $5.$  &c. Hac ratione Tangente  $2414.$  grad.  $67.$  min.  $30.$  proposita (relictis  $\frac{1}{10}$ ) transferenda erit Tangens  $24.$  paulo amplius, nimirum pars decima Tangētis  $241.$  respectu sinus totius  $100.$

24. SIC etiam, quando Tangens aliqua sinum totum superat, ne cogamur primum sinum totum aliquoties transferre, deinde vero reliquas partes, vel contrasced vt statim punctum, quod quæritur, per vnam translationem possimus inuenire, diuidenda est tota Tangens tabulæ ad finem nouæ descriptionis Horologiorum positæ per  $2.$  vel  $3.$  vel per talem denique numerum, vt producat in Quotiente Tangens trium figurarum. Tunc enim abiecta prima figura ad dexteram, reliqua Tangens transferenda est respectu sinus totius  $100.$  multiplicati per eundem numerum, per quem Tangens diuifa fuit. Vt Tangens hor.  $4.$  &  $8.$  respectu sinus totius  $1000.$  est  $1732.$  quæ diuifa per  $2.$  facit  $866.$  Ergo transferenda est Tangens  $86\frac{1}{2}$ . paulo amplius respectu sinus totius  $100.$  duplicati. Item Tangens hor.  $5.$  &  $7.$  est  $3732.$  quæ diuifa per quatuor facit  $933.$  Ergo Tangens  $93\frac{3}{4}$ . transferenda est respectu sinus totius  $100.$  quadruplicati. Atque ita de cæteris.

IN



25 IN hoc eodem denique instrumento facile duabus rectis tertiam proportionalem, & tribus quartam adiungemus. Nani si, duabus propositis, primæ in recta AF, regulæ AB, æqualis capiatur: & secunda à fine huius, aperto instrumento, per circinum transferatur in regulam AC, ad numerum similem illi, qui in extremo primæ in regula AB, appositus est, (ita ut pedes circini statuatur vel in similibus partibus utriusque regulæ, vel in duobus punctis æqualiter distantibus à similibus partibus) eidemque secundæ in regula AB, æqualis sumatur, dabit intervallum inter finem huius secundæ, & numerum in regula AC, similem illi, qui prope finem secundæ scriptus est, tertiam proportionalem; ut ex demonstratis Num. 2. constare potest.

E A D E M ratione, si, tribus rectis propositis, prima & secunda in instrumentum transferantur, ut dictum est, tertiæ autem in regula AB, æqualis quoque capiatur, dabit intervallum inter finem tertiæ, & numerum regulæ AC, similem illi, qui ad extremum tertiæ in regula AB, notatus est, quartam proportionalem.

QVOD si lineæ propositæ tam magnæ sint, vel aliqua illarum, ut in instrumentum transportari nequeant, sumendæ erunt omnium semisses, vel tertiæ partes, vel quartæ &c. atque cum illis procedendum, ut dictum est. Intenta enim duplicata, vel triplicata, vel quadruplicata, &c. offeret tertiam aut quartam proportionalem quæsitam.

26 LOCO prædicti instrumenti construi potest in lamina aliqua, vel plano quolibet, figura eundem usum habens, facillima hac ratione. Fiat angulus BAC, cuiuscunque magnitudinis; quo autem maior fuerit, eo maiores sinus toti in figura assumi poterunt: ita ut non male feceris, si rectum constituas. Ita namque quadrantem quoque recto angulo oppositum obtinebis: Recta autem AB, in 100. particulas æquales secta, (posset etiam secari in 1000. si commodè fieri posset, ut de superiore instrumento diximus) describantur ex centro A, per singulas partes 100. arcus circulatorum, qui rectam quoque AC, in 100. particulas æquales distinguunt: parataque erit figura.

NAM si in infimo arcu BC, sumatur intervallum BD, dato sinui toti æquale, ducaturq. recta occulta AD, (hæc in ænea tabella ducenda erit atramento non admodum nigro, vel alio colore, ut postea deleri possit) fungentur rectæ AB, AD, officio regularum AF, AG, superioris instrumenti ad propositam magnitudinē BD, aperti, & dilatati. Quamobrem inuenientur in hac figura, omnes Tangentes respectu sinus totius BD, ut supra. Ut Tangens verbi gratia partium 40. erit intervallum EF, & cum ducta recta EF, parallela sit rectæ ductæ BD, propterea quod latera AB, AD, secta sunt in E, F, proportionaliter. Alij usus supra explicati facile quoque ad hanc figuram aptabuntur: præsertim si in alteram faciem laminæ transferantur chordæ omnium arcuum quadrantis alicuius, ut ex dato circulo quocunque gradus possint abscindi, &c. Habet figura hæc id commodi, quod periculum non est, ne clavis in centro atteratur, sicut in superiore instrumento. Deinde in eadem hac figura possunt accipi particule etiam minime, prope centrum, & in extremo quadrante sinus totus quamvis perpussillus, quod in superiore instrumento non licebat.

QVAMVIS autem ad magnitudinum dimensiones non omnes huius instrumenti partium usus necessarii sint, sed solum ille, quem Num. 1. & 2. explicauimus, potissimum requiratur; placuit tamen tam varios eius usus in unum hunc locum congerere, cum ut instrumenti præstantia magis eluceat,

Quo pacto  
tertia, &  
quarta pro-  
portionalis  
reperiatur.

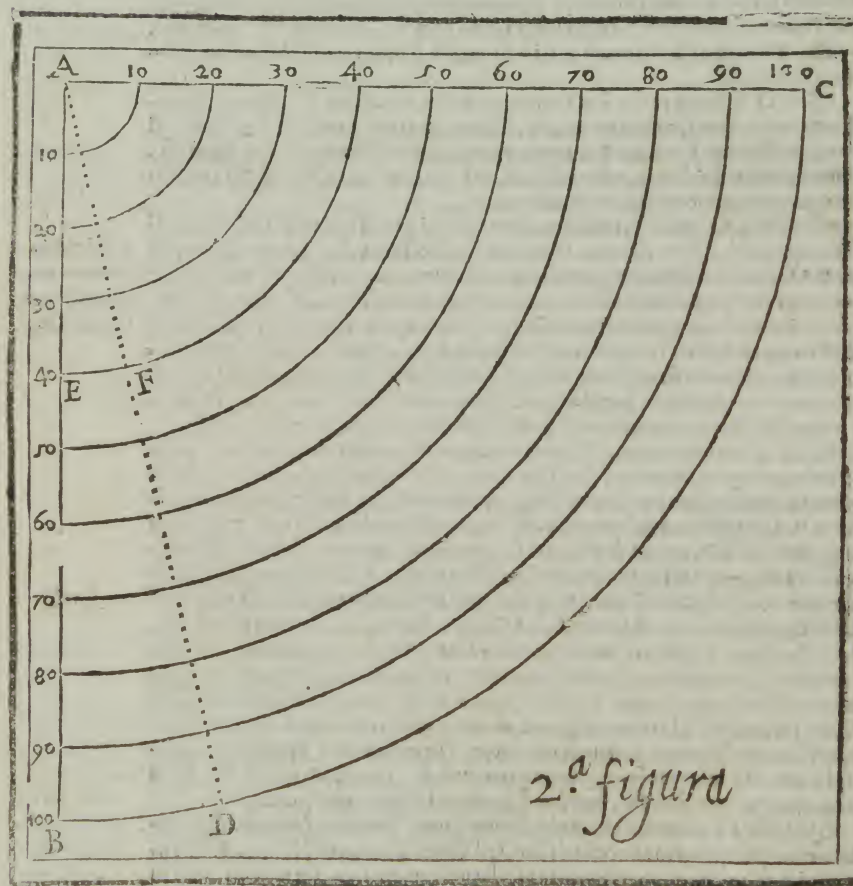
Cōstructio  
alterius in-  
strumenti pro  
eodem usu.

22. sex. 1.

tua



tum ut studiosus lector habeat, ubi alios usus, quos desiderat, inquirere debeat. Non sum etiam nescius, quam plurimos alios præclari huius instrumenti usus posse excogitari, quos proprio Marte, atque industria quivis facile, quando id res postulaverit, cogitando inueniet; nos præcipuos solum indicare volumus hoc loco.



**CONSTRUCTIO QVADRANTIS, IN**  
*quo minuta quoque, ac secunda deprehendantur, etiamsi  
 gradus in ea secti non sint. Et quo pacto eadem minuta,  
 & sec. obtineri possint in quadrante in 90. gradus distribu-  
 to. Ac denique qua ratione ex data recta in paucissimas par-  
 tes æquales diuisa abscindi possint partes millesima, &c.*

## CAPVT II.

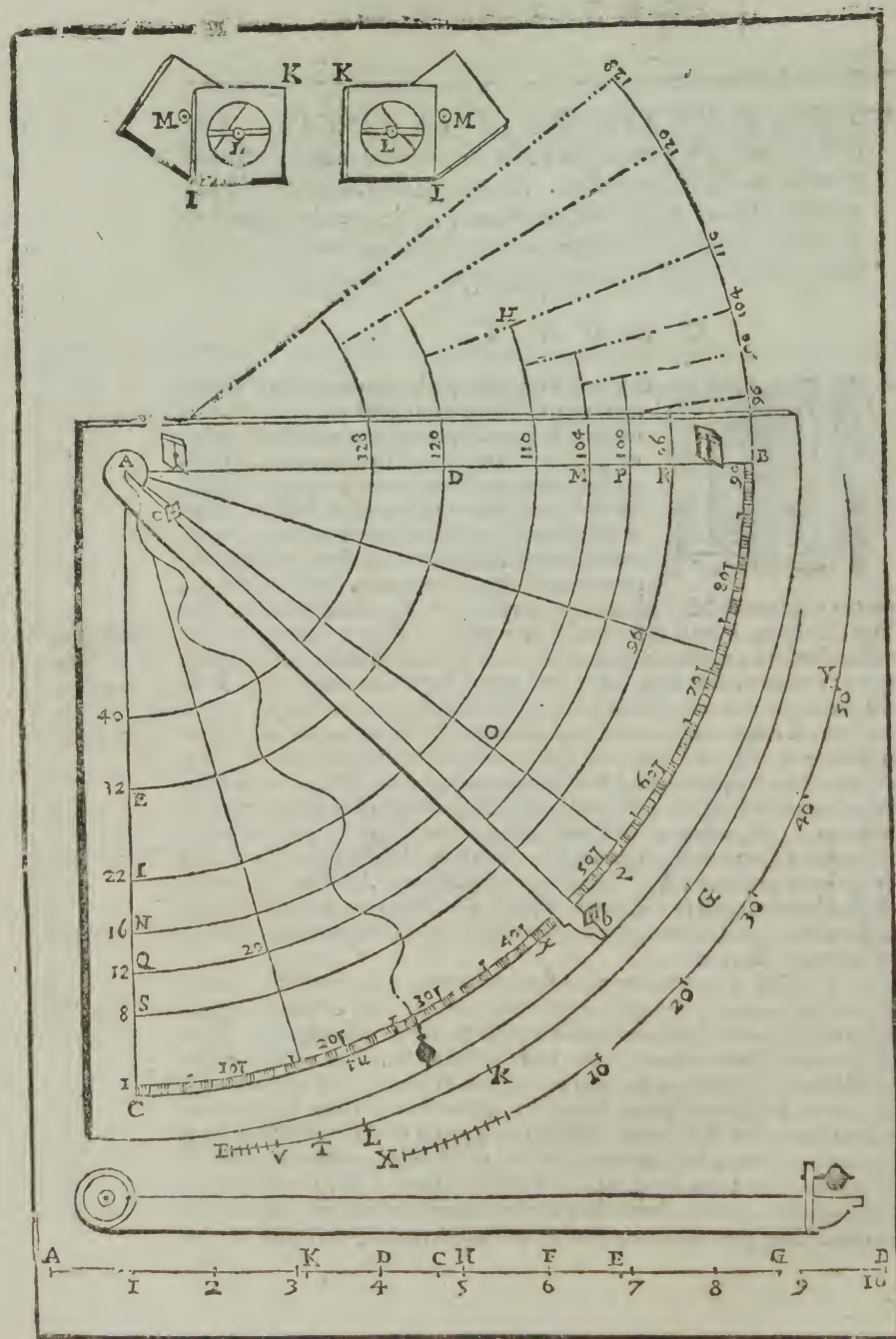


**H**OC est secundum, quod præmittendum esse dixi-  
 mus, qua videlicet via cognoscere possimus, quot  
 minuta, & secunda in proposita particula cuius-  
 uis gradus contineantur: Et quot partes millesi-  
 mas quælibet particula datæ rectæ comprehendat,  
 licet in paucissimas ea partes sit distributa. Quod  
 ut assequamur, construendus est quadrans, quem  
 anno 1586. in Fabrica, & vsu instrumenti Horolo-  
 giorum confecimus, hoc modo. Descriptis ex A,  
 centro quadrantis BC, intra eundem quadrantem alijs 36. quadrantibus æqua-  
 liter, si placet, inter se distantibus, ut venustior appareat figura: ita ut in  
 vniuersum sint 40. quadrantes, quorum extremus in 90 gradus more solito se-  
 cetur: proximus deinde in 128. partes æquales, primum videlicet in duas,  
 & vtrique pars rursus in duas, & quælibet harum quatuor partium iterum  
 in duas, & ita deinceps, donec 7. diuisiones absolutæ sint, atque adeo totus  
 quadrans in 128. partes æquales distributus. Post hæc producantur alij qua-  
 drantes vltra semidiametrum AB: ille quidem, qui tertius est ab extremo BC,  
 vsque ad gradum 91. extremi quadrantis CB, producti, hoc est, vsque ad li-  
 nearum ex A, ad gradum 91. ductam: sequens deinde vsque ad gradum 92. &  
 insequens ad gradum 93. atque ita deinceps vsque ad alios gradus, ita ut qua-  
 dragesimus quadrans vsque ad gradum 128. producat. Hi arcus ita produ-  
 cti diuidantur singuli in 128. partes æquales, sicuti quadrans extremo quadran-  
 ti proximus. qua diuisione peracta, partes supra semidiametrum AB, refecen-  
 tur, tanquam superuacaneæ,

2 QVOD si quadrantes vltra semidiametrum AB, produci commo-  
 de non possint, ob spatij angustias, instituenda erit diuisio hoc modo. In qua-  
 drante extremo BC, sumatur semis numerus graduum, quem quilibet arcus  
 productus continere deberet, & ex A, ad illam semissem lineam occulta ducatur.  
 Hæc enim secabit quadrantem propositum in puncto, vbi arcus produ-  
 ctus prima diuisione bifariam secaretur. Quare si arcus inter hoc punctum  
 & semidiametrum AC, comprehendens 64. partes ex illis 128. totius arcus  
 producendi, secetur bifariam continue sex diuisionibus, partesque illius in  
 in arcum inter idem punctum, & semidiametrum AB, transferantur,  
 quæ transferri possunt, habebuntur in dato quadrante omnes partes, quæ  
 ex illis 128. in quas totus arcus productus diuideretur, in quadrantem cadunt.  
 Vt

Quadrant-  
 tis constru-  
 ctio ad m.  
 & sec. co-  
 gnoscenda.





Vt si diuidendus sit quadrans MN, vsq. ad gr. 104. producendus, ducemus ad gr. 52. nimirum ad semissem grad. 104. rectā, quæ secet Quadrantē MN, in O. Nā si arcus ON, continens partes 64. ex illis 128. totius arcus producti, secetur continue bifariā sex diuisionibus, partesq. eius in arcū OM, transferantur, habebuntur omnes partes in quadrantē MN, cadentes, non secus, ac si totus arcus productus in 128. partes distributus esset. Sic etiam, si quadrans ad gradum 125. producendus, diuidendus sit, ducenda erit linea occulta ad gradum  $62\frac{1}{2}$ . nimirum ad semissem graduum 125. Item si quadrans DE, 120. producendus, diuidendus sit, ducenda erit linea occulta ad gradum 60. &c.

3 HISC quadrantibus ita diuisis duplices numeri ascribendi sunt, prope semidiametrum quidem AC, numeri quadrantum, vt 1. prope extremū; 2. iuxta sequentem; & 3. iuxta tertium, &c. Ita vides quadrantē, qui vsque ad gradum 96. productus est, appositum esse numerum 8, cum is octauus sit. Primus enim est quadrans BC; secundus, qui sequitur, 90. graduum; Tertius graduum 91. quartus graduum 92. quintus graduum 93. Sextus graduum 94. Septimus graduum 95. & Octauus graduum 96. Sic etiam quadrantē vsq. ad grad. 100. productū cernis ascriptum esse numerum 12. &c. At vero iuxta semidiametrum AB, numeri illorum graduum scribendi sunt, ad quos vsq. quilibet quadrans extenditur, vt in figura vides. Ita enim cadente filo perpendiculi in partem aliquam integram alicuius quadrantis, illico iuxta semidiametrum AB, apparebit, ad quē gradum vsque quadrans ille productus fuit. Qui quidem graduum numerus in regula trium tertium occupat locum, vt minuta, æque secunda inquirantur, vt paulo post Num. 7. dicemus.

4 IUXTA semidiametrum AB, affigenda sunt duo pinnacidia ad angulos rectos, ita vt foramina, per quæ radius solis, vel visualis transire debet, ad perpendiculum rectæ AB, existant; alioquin non parvus error in dimensione linearum committeretur.

5 QUANDO porro per radium visualem altitudo stellæ inuestiganda est, vel punctum aliquod lineæ dimetiendæ inspiciendum, construi debent duo pinnacidia hoc modo. In tabella ænea quadrata I K, fiat foramen rotundum mediocris magnitudinis, in cuius medio relinquatur foramen L, quod sustineatur à diametro quadam tenui; Et circa I, circumuertatur alia tabella ænea quadrata subtilis, priori æqualis, in cuius medio sit etiam perexiguum foramen M, respondens foramini L, quando hæc tabella priori superimponitur. Huiusmodi duo pinnacidia si fiant, dici vix potest, quam expedire quācunque stellam, aut aliam quamlibet rem contueri liceat. Nam pinnacidium, quod ab oculo propius abest, claudendum est tabella illa quadrata circumducta circa punctum I, aliud autem aperiendum. Sic enim fiet, vt radius visualis per foramen M, prope oculum immittus, illico conspiciat per maius foramen L, in pinnacidio remotiore stellā, vel aliam rem propositam: quia foramen illud maius apertum facile rem ipsam intueri, & sine vllō negotio foramen exiguum L, in eodem pinnacidio remotiore in ipsam rem visum dirigere nos sinit.

6 POSTREMO ex centro A, egrediatur filum subtilissimum cum appenso perpendiculo. Aut certe loco fili construatur regula ænea admodum tenuis cum linea fiduciæ, in cuius extremitate promineat laminula, ex qua suspendatur perpendiculum hac conditione, vt regula libere pendente, filum aliquod eū perpendiculo demissum, ad vnguem lineæ fiduciæ respondeat. At-

C

que

Qui numeri  
quadranti-  
bus ascribē-  
di sint.

Pinnacidia  
quo pacto  
affigenda.

Pinnacidia  
pro radio vi-  
suali quo pa-  
cto construe-  
da.

Constructio  
regulæ, loco  
fili.



que in hoc summa diligentia adhibenda est, alioquin gradus non recte à linea fiduciaz indicantur.

Quadrans  
pendulus,

Atque hoc modo Quadrans in suo usu erit pendulus, siue res in sublimi existens ex B, per A, siue res in plano posita ex A, per B, inspiciatur.

Quadrans  
stabilis.

Quod si circa centrum A, regula affigatur cum linea fiduciaz AB, & duobus pinnacidijs c, b, quorum foramina lineaz fiduciaz respondeant, ipsaque regula ita firmetur, ut circa centrum circumducta ad quemcunque gradum immota permaneat, erit Quadrans in suo usu stabilis eundem semper situm habens, siue res in sublimi existens inspiciatur ex A, per b, posito nimirum latere AC, Horizonti parallelo, in plano horizontali, siue res in plano positam quis intueatur ex A, per b, latere AC, ad Horizontem existente perpendiculari, & latere AB, eidem Horizonti parallelo, superioreque locum occupante. Verum hæc planius intelligentur, cum de utroque usu lib. 2. agemus.

Vsus qua-  
drantis pro-  
xime con-  
structi in  
minutis ex-  
quirendis.

7 VSVS quadrantis hoc modo constructi in minutis, ac secundis exquirendis, præclarus est. Nam cadente filo perpendiculari, aut linea fiduciaz AB, in partem aliquam integram alicuius Quadrantis (quod fere semper accidet propter diuersitatem partium in tanta quadrantum multitudine) si fiat ut 128. nimirum ut numerus partium, in quas quilibet arcus productus diuiditur, ad partes à filo abscissas, ita numerus graduum in toto arcu producto comprehensorum, in cuius partem aliquam integram filum incidit, ad aliud, reperietur numerus graduum in arcu abscisso contentorum. Et si quid in diuisione fuerit residui, illud per 60. multiplicatum, atque in eundem diuisorem, hoc est, in 128. diuisum, dabit minuta graduum. Et si adhuc quippiam remanserit in hac diuisione, illud eodem modo per 60. multiplicatum, & in eundem diuisorem 128. diuisum, exhibebit secunda. Atque hoc modo progrediendo, reperientur Tertia, Quarta, &c. donec nihil in diuisione supersit. Tunc enim ulterius progrediendum non est; Sed satis est, ad secunda usque progredi. Exempli gratia. Ponatur ex Quadrante PQ, usque ad gradum 100. productus, qualis est duodecimus, filum perpendiculari abscidisse partes 20. ex illis 128 in quas totus arcus productus distributus est. Fiat ergo, ut 128. ad 20. ita 100. ad aliud; inuenienturque gradus 15. Supereruntque in diuisione 80. quæ ducta in 60. faciunt 4800. quæ diuisa per 128. dant minuta 37, & supersunt adhuc 64. quæ si ducantur in 60. & productus numerus 3840. diuidatur per 128. prodibunt Sec. 30, nihilque in diuisione superest. Arcus ergo PQ 100. vel arcus Quadrantis BC, inter C. & filum perpendiculari includit gr. 15. Min. 37. Sec. 30. Rursus ponamus ex octauo quadrante RS, usque ad gradum 96. productus filum perpendiculari abscidisse partes 96. ex illis 128 quæ in toto arcu producto continentur. Fiat ergo, ut 128. ad 96. ita 96. ad aliud; reperienturque gradus 72. præcise arcui abscisso conuenire. Item ceciderit filum in partem 64. Quadrantis sextidecimi MN, usque ad gradum 104. producti. Si ergo fiat, ut 128. ad 64. ita 104. ad aliud, producentur quoque grad. 52. præcise. atque ita de cæteris; dummodo sis memor, ut si quid in diuisionibus super fuerit, residua diuisionum multiplicentur per 60. & producti numeri per 128. diuidantur, ut dictum est.

DEMONSTRATIO huius operationis perspicua est. Quoniam enim est, (in ultimo exemplo) ut arcus NM, usque ad grad. 104. productus, quatenus in 128 partes sectus est, ad arcum NO, earundem partium 64. ut idem arcus NM, totus productus, quatenus grad. 104. completitur, ad eundem ar-

com

# LIBER PRIMVS, 19

cum NO, respectu eorundem graduum; efficitur, ut si fiat quemadmodum partes 128. totius arcus NM, vsque ad grad. 104. producti ad partes 64. in arcu NO, contentas, ita idem arcus NM, productus graduum 104. ad aliud, reperiantur gradus in eodem arcu NO, contenti, &c.

8 IN gratiam autem studioforum placet hic tabellam inferere, in qua ex residuo primæ operationis regulæ aureæ, qua gradus eliciuntur, mox apparet, quot minuta, & secunda illi residuo respondeant: Ita ut opus sit semel tantum regulam auream adhibere. Construitur autem tabella, si singula residua, quæ plura, quam 127. esse nequeunt, per 60. multiplicantur, producti ique numeri per 128. diuidantur. Atque ut structura, & vsus huiusce tabellæ facilius intelligatur, apponemus vnum exemplum. Cadat verbi gratia filum perpendiculi in partem 29. Quadrantis 32. ad gradum vsque 120. producti. Fiat igitur ut 128. ad 29. ita 120. ad aliud; producenturque grad. 27. Quia vero in diuisione supersunt 24. sub quo numero in tabella ponuntur duo hi numeri 11 15. Prior ergo dat minuta, & posterior secunda; Ita ut arcus à filo abscissus complectatur grad. 27. Min. 11. Sec. 15. Atque hæc minuta, & Secunda producantur, si residuum diuisionis, nimirum 24. ducatur in 60. & productus numerus per 128. diuidatur, &c. Eadem ratio est de reliquis tabellæ numeris. Nam semper superior numerus est ille, qui in diuisione remansit; Inferiorum autem numerorum prior ad minuta, & posterior ad secunda spectat.

Constructio  
& vsus tabellæ pro minutis & secundis.

## SEQVITVR TABELLA.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

C 2 TA-



TABELLA INDICANS, QUOT MINV-  
ta, ac Secunda residuo primæ operationis regulæ au-  
reæ, qua gradus in supra nominatæ tabulæ constru-  
ctione cruuntur, respondeant.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
0.28	0.56	1.24	1.52	2.21	2.49	3.17	3.45	4.13	4.41	5.9	5.37
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
6.6	6.34	7.2	7.30	7.58	8.26	8.54	9.22	9.51	10.19	10.47	11.15
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
11.43	12.11	12.39	13.7	13.36	14.4	14.32	15.0	15.28	15.56	16.24	16.52
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
17.21	17.49	18.17	18.45	19.13	19.41	20.9	20.37	21.6	21.34	22.2	22.30
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
22.58	23.26	23.54	24.22	24.51	25.19	25.47	26.15	26.43	27.11	27.39	28.7
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
28.36	29.4	29.32	30.0	30.28	30.56	31.24	31.52	32.21	32.49	33.17	33.45
73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
34.13	34.41	35.9	35.37	36.6	36.34	37.2	37.30	37.58	38.26	38.54	39.22
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
39.51	40.19	40.47	41.15	41.43	42.11	42.39	43.7	43.36	44.4	44.32	45.0
97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
45.28	45.56	46.24	46.52	47.21	47.49	48.17	48.45	49.13	49.41	50.9	50.37
109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
51.6	51.34	52.2	52.30	52.58	53.26	53.54	54.22	54.5	55.19	55.47	56.15
121	122	123	124	125	126	127	128				
M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.				
56.43	57.11	57.39	58.7	58.36	59.4	59.32	60.01				

9 PORRO vt studiosos omni labore supputandi leuaremus, composita à nobis est sequens tabula, in qua confestim apparet, quot gradus, minuta, ac secunda cuiuslibet parti cuiusvis Quadrantis respondeant. Nam si in latere tabulæ sinistro sumatur numerus illius quadrantis, in cuius partem aliquam integram filum perpendiculi cecidit, numerus, inquam, iuxta semidiametrum AC, illi quadranti appositus, in vertice vero eiusdē tabulæ accipiatnr numerus partiu à filo abscissarū, reperientur in angulo cōmuni gr. Min. & Sec. arcus abscissi. Exemplum. Ceciderit filum in partem 30. Quadrantis 16. qui vsque ad grad. 104. productus fuit. Si ergo in vertice tabulæ sumatur numerus 30. partium, & in sinistro latere numerus quadrantis 16. deprehendentur in communi angulo grad. 24. Min. 22. Sec. 30. Item cadente filo in partem 111. Quadrantis 15. qui vsque ad grad. 103. fuit productus; si in vertice tabulæ accipiatnr numerus 111. partium, & in latere sinistro numerus Quadrantis 15. reperientur in angulo communi gradus 89. min. 19. sec. 13. Atque ita de cæteris. Constructio tabulæ ex dictis obscura non est. Nam si fiat, vt 128, ad 1. ad 2. ad 3. ad 4. & ita deinceps, vsque ad 128. ita numerus graduum cuiuslibet arcus totius producti ad aliud, reperientur gradus. Minuta & Sec. pro partibus cuiusque Quadrantis. Continentur autem in tabula tantummodo 40. Quadrantes, quod hi satis esse videantur: Si quis tamen plures describere velit, facile tabulam extendere poterit secundum doctrinam traditam hoc loco ad quatuor Quadrantes. In eadem tabula quando in tertia operatione regulæ aureæ, qua secunda inquiruntur, numerus reliquus fuit maior quam 64. maior nimirum dimidio Diuisoris 128. assumpsi mus vnum secundum integrum.

IA M vero si quis tabulam extendere velit ad plures Quadrantes, facere id poterit sine vlla operatione regulæ aureæ, hoc modo. Gradibus, Minutis ac secundis quadragesimi Quadrantis, qui vsque ad grad. 128. productus fuit, adijciantur differentiæ inter gradus, minuta, ac secunda quadragesimi Quadrantis, & gradus, Minuta, ac secunda aliorum quadrantum infra Quadragesimum. Ita namque conficiuntur gradus, minuta, ac secunda quadrantum supra quadragesimum. Nam gradus, minuta, ac secunda trium quorumlibet quadrantum, quorum vnus sit quadragesimus, alij vero duo æqualiter ab eo distent, obseruant proportionem Arithmeticam continuam, vt hic apparet,

Partes.	1			2			3			4			5			6		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
38	0	59	4	1	58	7	2	57	11	3	56	15	4	55	19	5	54	22
39	0	59	32	1	59	4	2	58	36	3	58	7	4	57	39	5	57	11
40	1	0	0	2	0	0	3	0	0	4	0	0	5	0	0	6	0	0
41	1	0	28	2	0	56	3	1	24	4	1	53	5	2	21	6	2	49
42	1	0	56	2	1	53	3	2	49	4	3	45	5	4	41	6	5	38

Numeri enim Quadrantum 39. 40. 41. in prima columna superant se continue secundis 28. In secunda vero columna secundis 56. & in tertia Minuto 3. Secundis 24. &c. Ita quoque numeri Quadrantum 38. 40. 42. in prima columna

Constructio  
& vsus tabulæ sequētis.

Quo pacto  
tabula 40.  
Quadrantū  
extendatur  
ad plures  
Quadrantes  
sine ope au-  
reæ regulæ.



columna superant se continue secundis 56. In secunda vero Minuto 1. secun-  
dis 53. & in tertia Minutis 2. secundis 49. &c. Quare si differentia inter gra-  
dus, minuta, ac secunda Quadrantis 39. & Quadrantis 40. adijciantur  
ordine ad gradus, minuta, ac secunda Quadrantis 40. componentur gra-  
dus, Minuta, ac secunda Quadrantis 41. Differentia autem inter gradus, Mi-  
nuta ac Sec. Quadrantis 38. & Quadrantis 40. addita ordinatim gradibus,  
Minutis, ac secundis Quadrantis 40. conficiet gradus Minuta, ac Secunda,  
Quadrantis 42. Sic quoque differentia inter gradus, Minuta, ac Secunda  
Quadrantis 30. & Quadrantis 40. appositae gradibus, Minutis, & secundis  
Quadrantis 40. component gradus, minuta, & secunda Quadrantis 50. &c.

### SEQVITVR TABVLA QVADRANTIS

paulo ante constructi, vbi singuli arcus producti  
distribuuntur in 128. partes æquales: in qua  
statim apparet, quot Gradus, Minuta,  
ac Secunda singulis particulis cu-  
iusvis quadrantis respon-  
deant: cuius quidem  
vsum supra expo-  
suimus.

Nuncijs hinc ordo Quadrantis.

Numerus sine ordo Quadrantum.

Par res	1	2	3	4	5	6	7
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	1 0 0	2 0 0	3 0 0	4 0 0	5 0 0	6 0 0	7 0 0
2	0 42 11	1 24 22	2 6 34	2 48 45	3 30 56	4 13 7	4 55 19
3	0 42 39	1 25 19	2 7 58	2 50 37	3 33 17	4 15 56	4 58 36
4	0 43 7	1 26 15	2 9 22	2 52 30	3 35 37	4 18 45	5 1 52
5	0 43 36	1 27 11	2 10 47	2 54 22	3 37 58	4 21 34	5 5 9
6	0 44 4	1 28 7	2 12 11	2 56 15	3 40 19	4 24 22	5 8 26
7	0 44 32	1 29 4	2 13 36	2 58 7	3 42 39	4 27 11	5 11 43
8	0 45 0	1 30 0	2 15 0	3 0 0	3 45 0	4 30 0	5 15 0
9	0 45 28	1 30 56	2 16 24	3 1 53	3 47 21	4 32 49	5 18 17
10	0 45 56	1 31 52	2 17 49	3 3 45	3 49 41	4 35 37	5 21 34
11	0 46 24	1 32 49	2 19 13	3 5 37	3 52 2	4 38 26	5 24 51
12	0 46 52	1 33 45	2 20 37	3 7 30	3 54 22	4 41 15	5 28 7
13	0 47 21	1 34 41	2 22 2	3 9 22	3 56 43	4 44 4	5 31 24
14	0 47 49	1 35 37	2 23 26	3 11 15	3 59 4	4 46 52	5 34 41
15	0 48 17	1 36 34	2 24 51	3 13 7	4 1 24	4 49 41	5 37 58
16	0 48 45	1 37 30	2 26 15	3 15 0	4 3 45	4 52 30	5 41 15
17	0 49 13	1 38 26	2 27 39	3 16 52	4 6 6	4 55 19	5 44 32
18	0 49 41	1 39 22	2 29 4	3 18 45	4 8 26	4 58 7	5 47 49
19	0 50 9	1 40 19	2 30 28	3 20 37	4 10 47	5 0 56	5 51 6
20	0 50 37	1 41 15	2 31 52	3 22 30	4 13 7	5 3 45	5 54 22
21	0 51 6	1 42 11	2 33 17	3 24 22	4 15 28	5 6 34	5 57 39
22	0 51 34	1 43 7	2 34 41	3 26 15	4 17 49	5 9 22	6 0 56
23	0 52 2	1 44 4	2 36 6	3 28 7	4 20 9	5 11 11	6 4 13
24	0 52 30	1 45 0	2 37 30	3 30 0	4 22 30	5 15 0	6 7 30
25	0 52 58	1 45 56	2 38 54	3 31 52	4 24 51	5 17 49	6 10 47
26	0 53 26	1 46 52	2 40 19	3 33 45	4 27 11	5 20 37	6 14 4
27	0 53 54	1 47 49	2 41 43	3 35 37	4 29 32	5 23 26	6 17 21
28	0 54 22	1 48 45	2 43 7	3 37 30	4 31 52	5 26 15	6 20 37
29	0 54 51	1 49 41	2 44 32	3 39 22	4 34 13	5 29 4	6 23 54
30	0 55 19	1 50 37	2 45 56	3 41 15	4 36 34	5 31 52	6 27 11
31	0 55 47	1 51 34	2 47 21	3 43 7	4 38 54	5 34 41	6 30 28
32	0 56 15	1 52 30	2 48 45	3 45 0	4 41 15	5 37 30	6 33 45
33	0 56 43	1 53 26	2 50 9	3 46 52	4 43 36	5 40 19	6 37 2
34	0 57 11	1 54 22	2 51 34	3 48 45	4 45 56	5 43 7	6 40 19
35	0 57 39	1 55 19	2 52 58	3 50 37	4 48 17	5 45 56	6 43 36
36	0 58 7	1 56 15	2 54 22	3 52 30	4 50 37	5 48 45	6 46 52
37	0 58 36	1 57 11	2 55 47	3 54 22	4 52 58	5 51 34	6 50 9
38	0 59 4	1 58 7	2 57 11	3 56 15	4 55 15	5 54 22	6 53 26
39	0 59 32	1 59 4	2 58 36	3 58 7	4 57 39	5 57 11	6 56 43
40	1 0 0	2 0 0	3 0 0	4 0 0	5 0 0	6 0 0	7 0 0



Numerus sine ordo Quadrantium.

Partes.	8	9	10	11	12	13	14
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	8 0 0	9 0 0	10 0 0	11 0 0	12 0 0	13 0 0	14 0 0
2	5 37 30	6 19 41	7 1 52	7 44 4	8 26 15	9 8 26	9 50 37
3	5 41 15	6 23 54	7 6 34	7 49 13	8 31 52	9 14 32	9 57 11
4	5 45 0	6 28 7	7 11 15	7 54 22	8 37 30	9 20 37	10 3 45
5	5 48 45	6 32 21	7 15 56	7 59 32	8 43 7	9 26 43	10 10 19
6	5 52 30	6 36 34	7 20 37	8 4 41	8 48 45	9 32 49	10 16 52
7	5 56 15	6 40 47	7 25 19	8 9 51	8 54 22	9 38 54	10 23 26
8	6 0 0	6 45 0	7 30 0	8 15 0	9 0 0	9 45 0	10 30 0
9	6 3 45	6 49 13	7 34 41	8 20 9	9 5 37	9 51 6	10 36 34
10	6 7 30	6 53 26	7 39 22	8 25 19	9 11 15	9 57 11	10 43 7
11	6 11 15	6 57 39	7 44 4	8 30 28	9 16 52	10 3 17	10 49 41
12	6 15 0	7 1 52	7 48 45	8 35 37	9 22 30	10 9 22	10 56 15
13	6 18 45	7 6 6	7 53 26	8 40 47	9 28 7	10 15 28	11 2 49
14	6 22 30	7 10 19	7 58 7	8 45 57	9 33 45	10 21 34	11 9 22
15	6 26 15	7 14 32	8 2 49	8 51 6	9 39 22	10 27 39	11 15 56
16	6 30 0	7 18 45	8 7 30	8 56 15	9 45 0	10 33 45	11 22 30
17	6 33 45	7 22 58	8 12 11	9 1 24	9 50 37	10 39 51	11 29 4
18	6 37 30	7 27 11	8 16 52	9 6 34	9 56 15	10 45 56	11 35 37
19	6 41 15	7 31 24	8 21 34	9 11 43	10 1 52	10 52 2	11 42 11
20	6 45 0	7 35 37	8 26 15	9 16 52	10 7 30	10 58 7	11 48 45
21	6 48 45	7 39 51	8 30 56	9 22 2	10 13 7	11 4 13	11 55 19
22	6 52 30	7 44 4	8 35 37	9 27 11	10 18 45	11 10 19	12 1 52
23	6 56 15	7 48 17	8 40 19	9 32 21	10 24 22	11 16 24	12 8 26
24	7 0 0	7 52 30	8 45 0	9 37 30	10 30 0	11 22 30	12 15 0
25	7 3 45	7 56 43	8 49 41	9 42 39	10 35 37	11 28 36	12 21 34
26	7 7 30	8 0 56	8 54 22	9 47 49	10 41 15	11 34 41	12 28 7
27	7 11 15	8 5 9	8 59 4	9 52 58	10 46 52	11 40 47	12 34 41
28	7 15 0	8 9 22	9 3 45	9 58 7	10 52 30	11 46 52	12 41 15
29	7 18 45	8 13 36	9 8 26	10 3 17	10 58 7	11 52 58	12 47 49
30	7 22 30	8 17 49	9 13 7	10 8 26	11 3 45	11 59 4	12 54 22
31	7 26 15	8 22 2	9 17 49	10 13 36	11 9 22	12 5 9	13 0 56
32	7 30 0	8 26 15	9 22 30	10 18 45	11 15 0	12 11 15	13 7 30
33	7 33 45	8 30 28	9 27 11	10 23 54	11 20 37	12 17 21	13 14 4
34	7 37 30	8 34 41	9 31 52	10 29 4	11 26 15	12 23 26	13 20 37
35	7 41 15	8 38 54	9 36 34	10 34 13	11 31 52	12 29 32	13 27 11
36	7 45 0	8 43 7	9 41 15	10 39 22	11 37 30	12 35 37	13 33 45
37	7 48 45	8 47 21	9 45 56	10 44 32	11 43 7	12 41 43	13 40 19
38	7 52 30	8 51 34	9 50 37	10 49 41	11 48 45	12 47 49	13 46 52
39	7 56 15	8 55 47	9 55 19	10 54 51	11 54 22	12 53 59	13 53 26
40	8 0 0	9 0 0	10 0 0	11 0 0	12 0 0	13 0 0	14 0 0

Numerus sine ordo Quadrantum.

Par res.	15	16	17	18	19	20	21
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	15 0 0	16 0 0	17 0 0	18 0 0	19 0 0	20 0 0	21 0 0
2	10 32 49	11 15 0	11 57 11	12 39 22	13 21 34	14 3 45	14 45 56
3	10 39 51	11 22 30	12 5 9	12 47 49	13 30 28	14 13 7	14 55 47
4	10 46 52	11 30 0	12 13 7	12 56 13	13 39 22	14 22 30	15 5 57
5	10 53 54	11 37 30	12 21 6	13 4 41	13 48 17	14 31 52	15 15 28
6	11 0 56	11 45 0	12 29 4	13 13 7	13 57 11	14 41 15	15 25 19
7	11 7 58	11 52 30	12 37 2	13 21 34	14 6 6	14 50 37	15 35 9
8	11 15 0	12 0 0	12 45 0	13 30 0	14 15 0	15 0 0	15 45 0
9	11 22 2	12 7 30	12 52 58	13 38 26	14 23 54	15 9 22	15 54 51
10	11 29 4	12 15 0	13 0 56	13 45 52	14 32 49	15 18 45	16 4 41
11	11 36 6	12 22 30	13 8 54	13 55 19	14 41 43	15 28 7	16 14 32
12	11 43 7	12 30 0	13 16 52	14 3 45	14 50 37	15 37 30	16 24 22
13	11 50 9	12 37 30	13 24 51	14 12 11	14 59 32	15 46 52	16 31 13
14	11 57 11	12 45 0	13 32 49	14 20 37	15 8 27	15 56 15	16 44 4
15	12 4 13	12 52 30	13 40 47	14 29 4	15 17 21	16 5 37	16 53 54
16	12 11 15	13 0 0	13 48 45	14 37 30	15 26 15	16 15 0	17 3 45
17	12 18 17	13 7 30	13 56 43	14 45 56	15 35 9	16 24 22	17 13 36
18	12 25 19	13 15 0	14 4 41	14 54 22	15 44 4	16 33 45	17 23 26
19	12 32 21	13 22 30	14 12 39	15 2 49	15 52 58	16 43 7	17 33 17
20	12 39 22	13 30 0	14 20 37	15 11 15	16 1 52	16 52 30	17 43 7
21	12 46 24	13 37 30	14 28 36	15 19 41	16 10 47	17 1 52	17 52 58
22	12 53 26	13 45 0	14 36 34	15 28 7	16 19 41	17 11 15	18 2 49
23	13 0 28	13 52 30	14 44 33	15 36 34	16 28 36	17 20 37	18 12 39
24	13 7 30	14 0 0	14 52 30	15 45 0	16 37 30	17 30 0	18 22 30
25	13 14 32	14 7 30	15 0 28	15 53 26	16 46 24	17 39 22	18 32 21
26	13 21 34	14 15 0	15 8 26	16 1 52	16 55 19	17 48 45	18 42 11
27	13 28 36	14 22 30	15 16 24	16 10 19	17 4 13	17 58 7	18 52 2
28	13 35 37	14 30 0	15 24 22	16 18 45	17 13 7	18 7 30	19 1 52
29	13 42 39	14 37 30	15 32 21	16 27 11	17 22 2	18 16 52	19 11 43
30	13 49 41	14 45 0	15 40 19	16 35 37	17 30 56	18 26 15	19 21 34
31	13 56 43	14 52 30	15 48 17	16 44 4	17 39 51	18 35 37	19 31 24
32	14 3 45	15 0 0	15 56 15	16 52 30	17 48 45	18 45 0	19 41 15
33	14 10 47	15 7 30	16 4 13	17 0 56	17 57 39	18 54 22	19 51 6
34	14 17 49	15 15 0	16 12 11	17 9 22	18 6 34	19 3 45	20 0 56
35	14 24 51	15 22 30	16 20 9	17 17 49	18 15 28	19 13 7	20 10 47
36	14 31 52	15 30 0	16 28 7	17 26 15	18 24 22	19 22 30	20 20 37
37	14 38 54	15 37 30	16 36 6	17 34 41	18 33 17	19 31 52	20 30 28
38	14 45 56	15 45 0	16 44 0	17 43 7	18 42 11	19 41 15	20 40 19
39	14 52 58	15 52 32	16 52 2	17 51 34	18 51 6	19 50 37	20 50 9
40	15 0 0	16 0 0	17 0 0	18 0 0	19 0 0	20 0 0	21 0 0

D



Numerus sine ordo Quadrantium.

Par tes.	22	23	24	25	26	27	28
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	22 0 0	23 0 0	24 0 0	25 0 0	26 0 0	27 0 0	28 0 0
2	15 28 7	16 10 19	16 52 30	17 34 41	18 16 52	18 59 4	19 41 15
3	15 38 26	16 21 6	17 3 45	17 46 24	18 29 4	19 11 43	19 54 22
4	15 48 45	16 31 52	17 15 0	17 58 7	18 41 15	19 24 22	20 7 30
5	15 59 4	16 42 39	17 26 15	18 9 51	18 53 26	19 37 2	20 20 37
6	16 9 22	16 53 26	17 37 30	18 21 34	19 5 37	19 49 41	20 33 45
7	16 19 41	17 4 13	17 48 45	18 33 17	19 17 49	20 2 21	20 46 52
8	16 30 0	17 15 0	18 0 0	18 45 0	19 30 0	20 15 0	21 0 0
9	16 40 19	17 25 47	18 11 15	18 56 43	19 42 11	20 27 39	21 13 7
10	16 50 37	17 36 34	18 22 30	19 8 26	19 54 22	20 40 19	21 26 15
11	17 0 56	17 47 21	18 33 45	19 20 9	20 6 34	20 52 58	21 39 22
12	17 11 15	17 58 7	18 45 0	19 31 52	20 18 45	21 5 37	21 52 30
13	17 21 34	18 8 54	18 56 15	19 43 36	20 30 56	21 18 17	22 5 37
14	17 31 52	18 19 41	19 7 30	19 55 19	20 43 7	21 30 56	22 18 45
15	17 42 11	18 30 28	19 18 45	20 7 2	20 55 19	21 43 36	22 31 52
16	17 52 30	18 41 15	19 30 0	20 18 45	21 7 30	21 56 15	22 45 0
17	18 2 49	18 52 2	19 41 15	20 30 28	21 19 41	22 8 54	22 58 7
18	18 13 7	19 2 49	19 52 30	20 42 11	21 31 52	22 21 34	23 11 15
19	18 23 26	19 13 36	20 3 45	20 53 54	21 44 4	22 34 13	23 24 22
20	18 33 45	19 24 22	20 15 0	21 5 37	21 56 15	22 46 52	23 37 30
21	18 44 4	19 35 9	20 26 15	21 17 21	22 8 26	22 59 32	23 50 37
22	18 54 22	19 45 56	20 37 30	21 29 4	22 20 37	23 12 11	24 3 45
23	19 4 41	19 56 43	20 48 45	21 40 47	22 32 49	23 24 51	24 16 52
24	19 15 0	20 7 30	21 0 0	21 52 30	22 45 0	23 37 30	24 30 0
25	19 25 19	20 18 17	21 11 15	22 4 13	22 57 11	23 50 9	24 43 7
26	19 35 37	20 29 4	21 22 30	22 15 56	23 9 22	24 2 49	24 56 15
27	19 45 56	20 39 51	21 33 45	22 27 39	23 21 34	24 15 28	25 9 22
28	19 56 15	20 50 37	21 45 0	22 39 22	23 33 45	24 28 7	25 22 30
29	20 6 34	21 1 24	21 56 15	22 51 6	23 45 56	24 40 47	25 35 37
30	20 16 52	21 12 11	22 7 30	23 2 49	23 58 7	24 53 26	25 48 45
31	20 27 11	21 22 58	22 18 45	23 14 32	24 10 19	25 6 6	26 15 2
32	20 37 30	21 33 45	22 30 0	23 26 15	24 22 30	25 18 45	26 15 0
33	20 47 49	21 44 32	22 41 15	23 37 58	24 34 41	25 31 24	26 28 7
34	20 58 7	21 55 19	22 52 30	23 49 41	24 46 52	25 44 4	26 41 15
35	21 8 26	22 6 6	23 3 45	24 1 24	24 59 4	25 56 43	26 54 22
36	21 18 45	22 16 52	23 15 0	24 13 7	25 11 15	26 9 22	27 7 30
37	21 29 4	22 27 39	23 26 15	24 24 51	25 23 26	26 22 2	27 20 37
38	21 39 22	22 38 26	23 37 30	24 36 34	25 35 37	26 34 41	27 33 45
39	21 49 41	22 49 13	23 48 45	24 48 17	25 47 49	26 47 21	27 46 52
40	22 0 0	23 0 0	24 0 0	25 0 0	26 0 0	27 0 0	28 0 0

Numerus sine ordo Quadrantum.

Pat tes.	29	30	31	32	33	34	35
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	29 0 0	30 0 0	31 0 0	32 0 0	33 0 0	34 0 0	35 0 0
2	20 23 26	21 5 37	21 47 49	22 30 0	23 12 11	23 54 22	24 36 34
3	20 37 2	21 19 41	22 2 21	22 45 0	23 27 39	24 10 19	24 52 58
4	20 50 37	21 33 45	22 16 52	23 0 0	23 43 7	24 26 15	25 9 22
5	21 4 13	21 47 49	22 31 24	23 15 0	23 58 36	24 42 11	25 25 47
6	21 17 49	22 1 52	22 45 56	23 30 0	24 14 4	24 58 7	25 42 11
7	21 31 24	22 15 56	23 0 28	23 45 0	24 29 32	25 14 4	25 58 36
8	21 45 0	22 30 0	23 15 0	24 0 0	24 45 0	25 30 0	26 15 0
9	21 58 36	22 44 4	23 29 32	24 15 0	25 0 28	25 45 56	26 31 24
10	22 12 11	22 58 7	23 44 4	24 30 0	25 15 56	26 1 52	26 47 49
11	22 25 47	23 12 11	23 58 36	24 45 0	25 31 24	26 17 49	27 4 13
12	22 33 22	23 26 15	24 13 7	25 0 0	25 46 52	26 33 45	27 20 37
13	22 52 58	23 40 19	24 27 39	25 15 0	26 2 21	26 49 41	27 37 2
14	23 6 34	23 54 22	24 42 11	25 30 0	26 17 49	27 5 37	27 53 26
15	23 20 9	24 8 26	24 56 43	25 45 0	26 33 17	27 21 34	28 9 51
16	23 33 45	24 32 30	25 11 50	26 0 0	26 48 45	27 37 30	28 26 15
17	23 47 21	24 36 34	25 25 47	26 15 0	27 4 13	27 53 26	28 42 39
18	24 0 56	24 50 37	25 40 19	26 30 0	27 19 41	28 9 22	28 59 4
19	24 14 32	25 44 1	25 54 51	26 45 0	27 35 9	28 25 19	29 16 24
20	24 28 7	25 18 45	26 9 22	27 0 0	27 50 37	28 41 15	29 31 52
21	24 41 43	25 32 49	26 23 54	27 15 0	28 6 6	28 57 11	29 48 17
22	24 55 19	25 46 52	26 38 26	27 30 0	28 21 34	29 13 7	29 4 41
23	25 8 54	26 0 50	26 52 58	27 45 0	28 37 2	29 29 4	30 21 6
24	25 22 30	26 15 0	27 7 30	28 0 0	28 52 30	29 45 0	30 37 30
25	25 36 6	26 29 4	27 22 2	28 15 0	29 7 58	30 0 56	30 53 54
26	25 49 41	26 43 7	27 36 34	28 30 0	29 23 26	30 16 52	30 10 19
27	26 3 17	26 57 21	27 51 6	28 45 0	29 38 54	30 32 49	31 26 43
28	26 16 52	27 11 15	28 5 37	29 0 0	29 54 22	30 48 45	31 43 7
29	26 30 28	27 25 19	28 20 9	29 15 0	30 9 51	31 4 41	31 59 32
30	26 44 4	27 39 22	28 34 41	29 30 0	30 25 19	31 20 37	32 45 56
31	26 57 39	27 53 26	28 49 13	29 45 0	30 40 47	31 36 34	32 32 21
32	27 11 15	28 7 30	29 3 45	30 0 0	30 56 15	31 52 30	32 48 45
33	27 24 51	28 21 34	29 18 17	30 15 0	31 11 43	32 8 26	32 5 9
34	27 38 26	28 35 37	29 32 49	30 30 0	31 27 11	32 24 22	33 21 34
35	27 52 2	28 49 41	29 47 21	30 45 0	31 42 39	32 40 16	33 37 58
36	28 5 37	29 3 45	30 1 52	31 0 0	31 58 7	32 56 15	33 54 22
37	28 19 13	29 17 49	30 16 24	31 15 0	32 13 36	33 12 11	34 10 47
38	28 32 49	29 31 52	30 30 56	31 30 0	32 29 4	33 28 7	34 27 11
39	28 46 24	29 45 56	30 45 28	31 45 0	32 44 32	33 44 4	34 43 36
40	29 0 0	30 0 0	31 0 0	32 0 0	33 0 0	34 0 0	35 0 0



Numerus sine ordo Quadrantum.

Partes	36	37	38	39	40	41	42
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	36 0 0	37 0 0	38 0 0	39 0 0	40 0 0	41 0 0	42 0 0
2	25 18 45	26 0 56	26 43 7	27 25 19	28 7 30	28 49 41	29 31 52
3	25 35 37	26 18 17	27 0 56	27 43 36	28 26 15	29 8 54	29 51 34
4	25 52 30	26 35 37	27 18 45	28 1 52	28 45 0	29 28 7	30 11 15
5	26 9 22	26 52 58	27 36 34	28 20 9	29 3 45	29 47 21	30 30 56
6	26 26 15	27 10 19	27 54 22	28 38 26	29 22 30	30 6 34	30 50 37
7	26 43 7	27 27 39	28 12 11	28 56 43	29 41 15	30 25 47	31 10 19
8	27 0 0	27 45 0	28 30 0	29 15 0	30 0 0	30 45 0	31 30 0
9	27 16 52	28 2 21	28 47 49	29 33 17	30 18 45	31 4 13	31 49 41
10	27 33 45	28 19 41	29 5 37	29 51 34	30 37 30	31 23 26	32 9 22
11	27 50 37	28 37 2	29 23 26	30 9 51	30 56 15	31 42 39	32 29 4
12	28 7 30	28 54 22	29 41 15	30 28 7	31 15 0	32 1 52	32 48 45
13	28 24 22	29 11 43	29 54 4	30 46 24	31 33 45	32 21 6	33 8 26
14	28 41 15	29 29 4	30 16 52	31 4 41	31 52 30	32 40 19	33 28 7
15	28 58 7	29 46 24	30 34 41	31 22 58	32 11 15	32 59 32	33 47 49
16	29 15 0	30 3 45	30 32 20	31 41 15	32 30 0	33 18 45	34 7 30
17	29 31 52	30 21 9	31 10 19	31 59 32	32 48 45	33 37 58	34 27 11
18	29 48 45	30 38 26	31 28 7	32 17 45	33 7 30	33 57 11	34 46 52
19	30 5 37	30 55 47	31 45 56	32 36 6	33 26 15	34 16 24	35 6 34
20	30 22 30	31 13 7	32 3 45	32 54 22	33 45 0	34 35 37	35 26 15
21	30 39 22	31 30 28	32 21 34	33 12 39	34 3 45	34 54 51	35 45 56
22	30 56 15	31 47 49	32 39 22	33 30 56	34 22 30	35 14 4	36 5 37
23	31 13 7	32 5 9	32 57 11	33 49 13	34 42 15	35 33 17	36 25 19
24	31 30 0	32 22 30	33 15 0	34 7 30	35 0 0	35 52 30	36 45 0
25	31 46 52	32 39 51	33 32 49	34 25 47	35 18 45	36 11 43	37 4 41
26	32 3 45	32 57 11	33 50 37	34 44 4	35 37 30	36 30 50	37 24 22
27	32 20 37	33 14 32	34 8 26	35 2 21	35 56 15	36 50 9	37 44 4
28	32 37 30	33 31 52	34 26 15	35 20 37	36 15 0	37 9 22	38 3 45
29	32 54 22	33 49 13	34 44 4	35 38 54	36 33 45	37 28 56	38 23 26
30	33 11 15	34 6 34	35 1 52	35 57 11	36 52 30	37 47 49	38 43 7
31	33 28 7	34 23 54	35 19 41	36 15 28	37 11 15	38 7 2	39 2 49
32	33 45 0	34 41 15	35 37 30	36 33 45	37 30 0	38 26 15	39 22 30
33	34 1 52	34 58 36	35 55 19	36 52 2	37 48 45	38 45 28	39 42 11
34	34 18 45	35 15 56	36 13 7	37 10 19	38 7 30	39 4 41	40 1 52
35	34 35 37	35 33 17	36 30 56	37 28 36	38 26 15	39 23 54	40 21 34
36	34 52 30	35 50 37	36 48 45	37 46 52	38 45 0	39 43 7	40 42 15
37	35 9 22	35 7 58	37 6 34	38 5 9	39 3 45	40 2 21	41 0 56
38	35 26 15	36 25 19	37 24 22	38 23 26	39 22 30	40 21 34	41 20 37
39	35 43 7	36 42 39	37 42 11	38 41 43	39 41 15	40 40 47	41 40 19
40	36 0 0	37 0 0	38 0 0	39 0 0	40 0 0	41 0 0	42 0 0

Partes	43	44	45	46	47	48	49
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	43 0 0	44 0 0	45 0 0	46 0 0	47 0 0	48 0 0	49 0 0
2	30 14 4	30 56 15	31 38 26	32 20 37	33 2 49	33 45 0	34 27 11
3	30 31 13	31 16 52	31 59 32	32 42 11	33 24 51	34 7 30	34 50 9
4	30 54 22	31 37 30	32 20 37	33 3 45	33 46 52	34 30 0	35 13 7
5	31 14 32	31 58 7	32 41 43	33 25 19	34 8 54	34 52 30	35 36 6
6	31 34 41	32 18 45	33 2 49	33 46 52	34 30 56	35 15 0	35 59 4
7	31 54 51	32 39 22	33 23 54	34 8 26	34 52 58	35 37 30	36 22 2
8	32 15 0	33 0 0	33 45 0	34 30 0	35 15 0	36 0 0	36 45 0
9	32 35 9	33 20 37	34 6 6	34 51 34	35 37 2	36 22 30	37 7 58
10	32 55 19	33 41 15	34 27 11	35 13 7	35 59 4	36 45 0	37 30 56
11	33 15 28	34 1 52	34 48 17	35 34 41	36 21 6	37 7 30	37 53 54
12	33 35 37	34 22 30	35 9 22	35 56 15	36 43 7	37 30 0	38 16 52
13	33 55 57	34 43 7	35 30 28	36 17 49	37 5 9	37 52 30	38 39 51
14	34 15 56	35 3 45	35 51 34	36 39 22	37 27 11	38 15 0	39 2 49
15	34 36 6	35 24 22	36 12 39	37 0 56	37 49 13	38 37 30	39 25 47
16	34 56 15	35 45 0	36 33 45	37 22 30	38 11 15	39 0 0	39 48 45
17	35 16 24	36 5 37	36 54 51	37 44 4	38 33 17	39 22 30	40 11 43
18	35 36 34	36 26 15	37 15 56	38 5 37	38 55 19	39 45 0	40 34 41
19	35 56 43	36 46 52	37 37 2	38 27 11	39 17 21	40 7 30	40 57 39
20	36 16 52	37 7 30	37 58 7	38 48 45	39 39 22	40 30 0	41 20 37
21	36 37 2	37 28 7	38 19 13	39 10 19	40 1 24	40 52 30	41 43 36
22	36 57 11	37 48 45	38 40 19	39 31 52	40 23 26	41 15 0	42 6 34
23	37 17 21	38 9 22	39 2 24	39 53 26	40 45 28	41 37 30	42 29 32
24	37 37 30	38 30 0	39 22 30	40 15 0	41 7 30	42 0 0	42 52 30
25	37 57 39	38 50 37	39 43 36	40 36 34	41 29 32	42 22 30	43 15 28
26	38 17 49	39 11 15	40 4 41	40 58 7	41 51 34	42 45 0	43 38 26
27	38 37 58	39 31 52	40 25 47	41 19 41	42 13 36	43 7 30	44 1 24
28	38 58 7	39 52 30	40 46 52	41 41 15	42 35 37	43 30 0	44 24 22
29	39 18 17	40 13 7	41 7 58	42 2 49	42 57 39	43 52 30	44 47 21
30	39 38 26	40 33 45	41 29 4	42 24 22	43 19 41	44 15 0	45 10 19
31	39 58 36	40 54 22	41 50 9	42 45 50	43 41 43	44 37 30	45 33 17
32	40 18 45	41 15 0	42 11 15	43 7 30	44 3 45	45 0 0	45 56 15
33	40 38 54	41 35 37	42 32 21	43 29 4	44 25 47	45 22 30	46 19 13
34	40 59 4	41 56 15	42 53 26	43 50 37	44 47 49	45 45 0	46 42 11
35	41 19 13	42 16 52	43 14 32	44 12 11	45 9 51	46 7 30	47 5 9
36	41 39 22	42 37 30	43 35 37	44 33 45	45 31 52	46 30 0	47 28 7
37	41 59 32	42 58 7	43 56 43	44 55 19	45 53 54	46 52 30	47 51 6
38	42 19 41	43 18 45	44 17 49	45 16 52	46 15 56	47 15 0	48 14 4
39	42 39 51	43 39 24	44 38 54	45 38 26	46 37 58	47 37 30	48 37 2
40	43 0 0	44 0 0	45 0 0	46 0 0	47 0 0	48 0 0	49 0 0

Numerus hinc erit Quadrantum.



Par tes.	50	51	52	53	54	55	56
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	50 0 0	51 0 0	52 0 0	53 0 0	54 0 0	55 0 0	56 0 0
2	35 9 22	35 51 34	36 33 45	37 15 56	37 58 7	38 40 19	39 22 30
3	35 32 49	36 15 28	36 58 7	37 40 47	38 23 26	39 6 6	39 48 45
4	35 56 15	36 39 22	37 22 30	38 5 37	38 48 45	39 31 52	40 15 0
5	36 19 41	37 3 17	37 46 52	38 30 28	39 14 4	39 57 39	40 41 15
6	36 43 7	37 27 11	38 11 15	38 55 19	39 39 22	40 23 26	41 7 30
7	37 6 34	37 51 6	38 35 37	39 20 9	40 4 41	40 49 13	41 33 45
8	37 30 0	38 15 0	39 0 0	39 45 0	40 30 0	41 15 0	42 0 0
9	37 53 26	38 38 54	39 24 22	40 9 51	40 55 19	41 40 47	42 26 15
10	38 16 52	39 2 49	39 48 45	40 34 41	41 20 37	42 6 34	42 52 30
11	38 40 19	39 26 43	40 13 7	40 59 32	41 45 56	42 32 21	43 18 45
12	39 3 45	39 50 37	40 37 30	41 24 22	42 11 15	42 58 7	43 45 0
13	39 27 11	40 14 32	41 1 52	41 49 13	42 36 34	43 23 54	44 11 15
14	39 50 37	40 38 26	41 26 15	42 14 4	43 1 52	43 49 41	44 37 30
15	40 14 4	41 2 21	41 50 37	42 38 54	43 27 11	44 15 28	45 3 45
16	40 37 30	41 26 15	42 15 0	43 3 45	43 52 30	44 41 15	45 30 0
17	41 0 56	41 50 9	42 39 22	43 28 36	44 17 49	45 7 2	45 56 15
18	41 24 22	42 14 4	43 3 45	43 53 26	44 43 7	45 32 49	46 22 30
19	41 47 49	42 37 58	43 28 7	44 18 17	45 8 26	45 58 36	46 48 45
20	42 11 15	43 1 52	43 52 30	44 43 7	45 33 45	46 24 22	47 15 0
21	42 34 41	43 25 47	44 16 52	45 7 58	45 59 4	46 50 9	47 41 15
22	42 58 7	43 49 41	44 41 15	45 32 49	46 24 22	47 15 56	48 7 30
23	43 21 34	44 13 36	45 5 37	45 57 39	46 49 41	47 41 43	48 33 45
24	43 45 0	44 37 30	45 30 0	46 22 30	47 15 0	48 7 30	49 0 0
25	44 8 26	45 1 24	45 54 22	46 47 21	47 40 19	48 33 17	49 26 15
26	44 31 52	45 25 19	46 18 45	47 12 11	48 5 37	48 59 4	49 52 30
27	44 55 19	45 49 13	46 43 7	47 37 2	48 30 56	49 24 51	50 18 45
28	45 18 45	46 13 7	47 7 30	48 1 52	48 56 15	49 50 37	50 45 0
29	45 42 11	46 37 2	47 31 52	48 26 43	49 21 34	50 16 24	51 11 15
30	46 5 37	47 0 56	47 56 15	48 51 34	49 46 52	50 42 11	51 37 30
31	46 29 4	47 24 51	48 20 37	49 16 24	50 12 11	51 7 58	52 3 45
32	46 52 30	47 48 45	48 45 0	49 41 15	50 37 30	51 33 45	52 30 0
33	47 15 56	48 22 39	49 9 22	50 6 6	51 2 49	51 59 32	52 56 15
34	47 39 22	48 36 34	49 33 45	50 30 56	51 28 7	52 25 19	53 22 30
35	48 2 49	49 0 28	49 58 7	50 55 47	51 53 26	52 51 6	53 48 45
36	48 26 15	49 24 22	50 22 30	51 20 37	52 18 45	53 16 52	54 15 0
37	48 49 41	49 48 17	50 46 52	51 45 28	52 44 4	53 42 39	54 41 15
38	49 13 7	50 12 11	51 11 15	52 10 19	53 9 22	54 8 26	55 7 30
39	49 36 34	50 36 6	51 35 37	52 35 2	53 34 41	54 34 13	55 33 45
40	50 0 0	51 0 0	52 0 0	53 0 0	54 0 0	55 0 0	56 0 0

Numerus sine ordo Quadrantum.

Numerus sine ordo Quadrantum.

Nuncius sine ordo Quadrantum.

Par tes.	57	58	59	60	61	62	63
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	57 0 0	58 0 0	59 0 0	60 0 0	61 0 0	62 0 0	63 0 0
2	40 4 41	40 46 52	41 29 4	42 11 15	42 53 26	43 35 37	44 17 49
3	40 31 24	41 14 4	41 56 43	42 39 22	43 22 2	44 4 41	44 47 21
4	40 58 7	41 41 15	42 24 22	43 7 30	43 50 37	44 33 45	45 16 52
5	41 24 51	42 8 26	42 52 2	43 35 37	44 19 13	45 2 49	45 46 24
6	41 51 34	42 35 37	42 19 41	44 3 45	44 47 49	45 31 52	46 15 56
7	42 18 17	43 2 49	43 47 21	44 31 52	45 16 24	46 0 56	46 45 28
8	42 45 0	43 30 0	44 15 0	45 0 0	45 45 0	46 30 0	47 15 0
9	43 11 43	43 57 11	44 42 39	45 28 7	46 13 36	46 59 4	47 44 32
10	43 38 26	44 24 22	45 10 19	45 56 15	46 42 11	47 28 7	48 14 4
11	44 5 9	44 51 34	45 37 58	46 24 22	47 10 47	47 57 11	48 43 36
12	44 31 52	45 18 45	46 5 37	46 52 30	47 32 22	48 26 15	49 13 7
13	44 58 36	45 45 56	46 33 17	47 20 37	48 7 58	48 55 19	49 42 39
14	45 25 19	46 13 7	47 0 56	47 48 45	48 36 34	49 24 22	50 12 11
15	45 52 2	46 40 19	47 28 36	48 16 52	49 5 9	49 53 26	50 41 43
16	46 18 45	47 7 30	47 56 15	48 45 0	49 33 45	50 22 30	51 11 15
17	46 45 28	47 34 41	48 23 54	49 13 7	50 2 21	50 51 34	51 40 47
18	47 12 11	48 1 52	48 51 34	49 41 15	50 30 56	51 20 37	52 10 19
19	47 38 54	48 29 4	49 19 13	50 9 22	50 59 32	51 49 41	52 39 51
20	48 5 37	48 56 15	49 46 52	50 37 30	51 28 7	52 18 45	53 9 22
21	48 32 21	49 23 26	50 14 32	51 5 37	51 56 43	52 47 49	53 38 54
22	48 59 4	49 50 37	50 42 11	51 33 45	52 25 19	53 16 52	54 8 26
23	49 25 47	50 17 49	51 9 51	52 1 52	52 53 54	53 45 56	54 37 58
24	49 52 30	50 45 0	51 37 30	52 30 0	53 22 30	54 15 0	55 7 30
25	50 19 13	51 12 11	52 5 9	52 58 7	53 51 6	54 44 4	55 37 2
26	50 45 56	51 33 22	52 32 49	53 26 15	54 19 41	55 13 7	56 6 34
27	51 12 39	52 6 34	53 0 28	53 54 22	54 48 17	55 42 11	56 36 6
28	51 39 22	52 33 45	53 28 7	54 22 30	55 16 52	56 11 15	57 5 37
29	52 6 6	53 0 56	53 55 47	54 50 37	55 45 28	56 40 19	57 35 9
30	52 32 49	53 28 7	54 23 26	55 18 45	56 14 4	57 9 22	58 4 41
31	51 59 32	53 55 19	54 51 6	55 46 52	56 42 39	57 38 26	58 34 13
32	53 56 15	54 22 30	55 18 45	56 15 0	57 11 15	58 7 30	59 3 45
33	53 52 58	54 49 41	55 46 24	56 43 7	57 39 51	58 36 34	59 33 17
34	54 19 41	55 16 52	56 14 4	57 11 15	58 8 26	59 5 37	60 2 49
35	54 46 24	55 44 4	56 41 43	57 39 22	58 37 2	59 34 41	60 32 21
36	55 13 7	56 11 15	57 9 22	58 7 30	59 5 37	60 3 45	61 1 52
37	55 39 51	56 38 26	57 37 2	58 35 37	59 34 13	60 32 49	61 31 24
38	56 9 34	57 5 37	58 4 41	59 3 45	60 2 49	61 1 52	62 0 56
39	56 33 17	57 32 49	58 32 21	59 31 52	60 31 24	61 30 56	62 30 28
40	57 0 0	58 0 0	59 0 0	60 0 0	61 0 0	62 0 0	63 0 0



Numerus seu ordo Quadrantium.

Par res.	64	65	66	67	68	69	70
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	64 0 0	65 0 0	66 0 0	67 0 0	68 0 0	69 0 0	70 0 0
2	45 0 0	45 42 11	46 24 22	47 6 34	47 48 45	48 30 56	49 13 7
3	45 30 0	46 12 39	46 55 19	47 37 58	48 20 37	49 3 17	49 45 56
4	46 0 0	46 43 7	47 26 15	48 9 22	48 52 30	49 35 37	50 18 45
5	46 30 0	47 13 36	47 57 11	48 40 47	49 24 22	50 7 58	50 51 37
6	47 0 0	47 44 4	48 28 7	49 12 11	49 56 15	50 40 19	51 24 22
7	47 30 0	48 14 32	48 59 4	49 43 36	50 28 7	51 12 39	51 57 11
8	48 0 0	48 45 0	49 30 0	50 15 0	51 0 0	51 45 0	52 30 0
9	48 30 0	49 15 28	50 0 56	50 46 24	51 31 52	52 17 21	53 2 49
10	49 0 0	49 45 56	50 31 52	51 17 49	52 3 45	52 49 41	53 35 37
11	49 30 0	50 16 24	51 2 49	51 49 13	52 35 37	53 22 2	54 8 26
12	50 0 0	50 46 52	51 33 45	52 20 57	53 7 30	53 54 22	54 41 15
13	50 30 0	51 17 21	52 4 41	52 52 2	53 39 22	54 26 43	55 14 4
14	51 0 0	51 47 49	52 35 37	53 23 26	54 11 15	55 59 4	56 46 52
15	51 30 0	52 18 17	53 6 34	53 54 51	54 43 7	55 31 24	56 19 41
16	52 0 0	52 48 45	53 37 30	54 26 15	55 15 0	56 3 45	56 52 30
17	52 30 0	53 19 13	54 8 26	54 57 39	55 46 52	56 36 6	57 25 19
18	53 0 0	53 49 41	54 39 22	55 29 4	56 18 45	57 8 26	57 58 7
19	53 30 0	54 20 9	55 10 19	56 0 28	56 50 37	57 40 47	58 30 56
20	54 0 0	54 50 37	55 41 15	56 31 52	57 22 30	58 13 7	59 3 45
21	54 30 0	55 21 6	56 12 11	56 3 17	57 54 22	58 45 28	59 36 34
22	55 0 0	55 51 34	56 43 7	57 34 41	58 26 15	59 17 49	60 9 22
23	55 30 0	56 22 2	57 14 4	58 6 6	58 58 7	59 50 9	60 42 11
24	56 0 0	56 52 30	57 45 0	58 37 30	59 30 0	60 22 30	61 15 0
25	56 30 0	57 22 58	58 15 50	59 8 54	60 1 52	60 54 51	61 47 49
26	57 0 0	57 53 26	58 46 52	59 40 19	60 33 45	61 27 12	62 20 37
27	57 30 0	58 23 54	59 17 49	60 11 43	61 5 37	61 57 32	62 53 26
28	58 0 0	58 54 22	59 48 45	60 43 7	61 37 30	62 31 52	63 26 15
29	58 30 0	59 24 51	60 19 41	61 14 32	62 9 22	63 4 13	63 59 4
30	59 0 0	59 55 19	60 50 37	61 45 56	62 41 15	63 36 34	64 31 52
31	59 30 0	60 25 47	61 21 34	62 17 21	63 13 7	64 8 54	65 4 41
32	60 0 0	60 56 15	61 52 30	62 48 45	63 45 0	64 41 15	65 37 30
33	60 30 0	61 26 43	62 23 26	63 20 9	64 16 52	65 13 36	66 10 19
34	61 0 0	61 57 11	62 54 22	63 51 34	64 48 45	65 45 56	66 43 7
35	61 30 0	62 27 39	63 25 19	64 22 58	65 20 37	66 13 17	67 15 56
36	62 0 0	62 58 7	63 56 15	64 54 22	65 52 3	66 50 37	67 48 45
37	62 30 0	63 28 36	64 27 11	65 25 47	66 24 22	67 22 58	68 21 34
38	63 0 0	63 59 4	64 58 7	65 57 11	66 56 15	67 55 19	68 54 22
39	63 30 0	64 29 32	65 29 4	66 28 36	67 28 7	68 27 39	69 27 11
40	64 0 0	65 0 0	66 0 0	67 0 0	68 0 0	69 0 0	70 0 0

Numerus siue ordo Quadrantium.

Par tes.	71	72	73	74	75	76	77
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	71 0 0	72 0 0	73 0 0	74 0 0	75 0 0	76 0 0	77 0 0
2	19 55 19	50 37 30	51 19 41	52 1 52	52 44 4	53 26 5	54 8 26
3	50 28 36	51 11 15	51 53 54	52 36 34	53 19 13	54 1 52	54 44 32
4	51 1 52	51 45 0	52 28 7	53 11 15	53 54 22	54 37 30	55 20 37
5	51 38 9	52 18 45	53 2 21	53 45 56	54 29 32	55 13 7	55 56 43
6	52 8 26	52 52 30	53 36 34	54 20 37	55 4 41	55 48 45	56 32 49
7	52 41 43	53 26 11	54 10 47	54 55 19	55 39 51	56 24 22	57 8 54
8	53 15 0	54 0 0	54 45 0	55 30 0	56 15 0	57 0 0	57 45 0
9	53 48 17	54 33 45	55 19 13	56 4 41	56 50 9	57 35 37	58 21 6
10	54 21 34	55 7 30	55 53 26	56 39 22	57 25 19	58 11 15	58 57 11
11	54 54 51	55 41 15	56 27 39	57 14 4	58 0 28	58 46 52	59 33 17
12	55 28 7	56 15 0	57 1 52	57 48 45	58 35 37	59 22 30	60 9 22
13	56 1 24	56 48 45	57 36 6	58 23 26	59 10 47	59 58 7	60 45 28
14	56 34 41	57 22 30	58 10 19	58 58 7	59 45 56	60 33 45	61 21 34
15	57 7 58	57 56 15	58 44 32	59 32 49	60 21 6	61 9 22	61 57 39
16	57 41 15	58 30 0	59 18 45	60 7 30	60 56 15	61 45 0	62 33 45
17	58 14 32	59 3 45	59 52 58	60 42 11	61 31 24	62 20 37	63 9 51
18	58 47 49	59 37 30	60 27 11	61 16 52	62 6 34	62 56 15	63 45 56
19	59 21 6	60 11 15	61 1 24	61 51 34	62 41 43	63 31 52	64 22 2
20	59 54 22	60 45 0	61 35 37	62 26 15	63 16 52	64 7 30	64 58 7
21	60 27 39	61 18 45	62 9 51	63 0 56	63 52 2	64 43 7	65 34 13
22	61 0 56	61 52 30	62 44 4	63 35 37	64 27 11	65 18 45	66 10 19
23	61 34 13	62 26 15	63 18 17	64 10 19	65 2 21	65 54 22	66 46 24
24	62 7 30	63 0 0	63 52 30	64 45 0	65 37 30	66 30 0	67 22 30
25	62 40 47	63 33 45	64 26 43	65 19 41	66 12 39	67 5 37	67 58 36
26	63 14 4	64 7 30	65 0 56	65 54 22	66 47 49	67 41 15	68 34 41
27	63 47 21	64 41 15	65 35 9	66 29 4	67 22 58	68 16 52	69 10 47
28	64 20 37	65 15 0	66 9 22	67 3 45	67 58 7	68 52 30	69 46 52
29	64 53 54	65 48 45	66 43 36	67 38 26	68 33 17	69 28 7	70 22 58
30	65 27 11	66 22 30	67 17 49	68 13 7	69 8 26	70 3 45	70 59 4
31	66 0 28	66 56 15	67 52 2	68 47 49	69 43 36	70 39 22	71 35 9
32	66 33 45	67 30 0	68 26 15	69 22 30	70 18 45	71 15 0	72 11 15
33	67 7 2	68 3 45	69 0 28	69 57 11	70 53 54	71 50 37	72 47 21
34	67 40 19	68 37 30	69 34 41	70 31 52	71 29 4	72 26 15	73 23 26
35	68 13 36	69 11 15	70 8 54	71 6 34	72 4 13	73 1 52	73 59 32
36	68 46 52	69 45 0	70 43 7	71 41 15	72 39 22	73 37 30	74 35 37
37	69 20 9	70 18 45	71 17 21	72 15 56	73 14 32	74 13 7	75 11 43
38	69 53 26	70 52 30	71 51 34	72 50 37	73 49 41	74 48 45	75 47 49
39	70 26 43	71 26 15	72 25 47	73 25 19	74 24 51	75 24 22	76 23 54
40	71 0 0	72 0 0	73 0 0	74 0 0	75 0 0	76 0 0	77 0 0



Numerus sine ordo Quadrantum.

Par res.	78	79	80	81	82	83	84
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	72 0 0	79 0 0	80 0 0	81 0 0	82 0 0	83 0 0	84 0 0
2	54 50 37	55 32 49	56 15 0	56 57 11	57 39 22	58 21 34	59 3 45
3	55 27 11	56 9 51	56 52 30	57 35 9	58 17 49	59 0 28	59 43 7
4	56 3 45	56 46 52	57 30 0	58 13 7	58 56 15	59 39 22	60 22 30
5	56 40 19	57 23 54	58 7 30	58 51 6	59 34 41	60 18 17	61 1 52
6	57 16 52	58 0 56	58 45 0	59 29 4	60 13 7	60 57 11	61 41 15
7	57 53 26	58 37 58	59 22 30	60 7 2	60 51 34	61 36 6	62 20 37
8	58 30 0	59 15 0	60 0 0	60 45 0	61 30 0	62 15 0	63 0 0
9	59 6 34	59 52 2	60 37 30	61 22 58	62 8 26	62 53 54	63 39 22
10	59 43 7	60 29 4	61 15 0	62 0 56	62 46 52	63 32 49	64 18 45
11	60 19 41	61 6 6	61 52 30	62 38 54	63 25 19	64 11 43	64 58 7
12	60 56 15	61 43 7	62 30 0	63 16 52	64 3 45	64 50 37	65 37 30
13	61 32 49	62 20 9	63 7 30	63 54 51	64 42 11	65 29 32	66 16 52
14	62 9 22	62 57 11	63 45 0	64 32 49	65 20 37	66 8 27	66 56 15
15	62 45 56	63 34 13	64 22 30	65 10 47	65 59 4	66 47 21	67 35 37
16	63 22 30	64 11 15	65 0 0	65 48 45	66 37 30	67 26 15	68 15 0
17	63 59 4	64 48 17	65 37 30	66 26 43	67 15 56	68 5 9	68 54 22
18	64 35 37	65 25 19	66 15 0	67 4 41	67 54 22	68 44 4	69 33 45
19	65 12 11	66 2 21	66 52 30	67 42 39	68 32 49	69 22 58	70 13 7
20	65 48 45	66 39 22	67 30 0	68 20 37	69 11 15	70 1 52	70 52 30
21	66 25 19	67 16 24	68 7 30	68 58 36	69 49 41	70 40 47	71 31 52
22	67 1 52	67 53 26	68 45 0	69 36 34	70 28 7	71 19 41	72 11 15
23	67 38 26	68 30 28	69 22 30	70 14 32	71 6 34	71 58 36	72 50 37
24	68 15 0	69 7 30	70 0 0	70 52 30	71 45 0	72 37 30	73 30 0
25	68 51 34	69 44 32	70 37 30	71 30 28	72 23 26	73 16 24	74 9 22
26	69 28 7	70 21 34	71 15 0	72 8 26	73 1 52	73 55 19	74 48 45
27	70 4 41	70 58 36	71 52 30	72 46 24	73 40 19	74 34 13	75 28 7
28	70 41 15	71 35 37	72 30 0	73 24 22	74 18 45	75 13 7	76 7 30
29	71 17 49	72 12 39	73 7 30	74 2 21	74 57 11	75 52 2	76 46 52
30	71 54 22	72 49 41	73 45 0	74 40 19	75 35 37	76 30 56	77 26 15
31	72 30 56	73 26 43	74 22 30	75 18 17	76 14 4	77 9 51	78 5 37
32	73 7 30	74 3 45	75 0 0	75 56 15	76 52 30	77 48 45	78 45 0
33	73 44 4	74 40 47	75 37 30	76 34 13	77 30 56	78 27 39	79 24 22
34	74 20 37	75 17 49	76 15 0	77 12 11	78 9 22	79 6 34	80 3 45
35	74 57 11	75 54 51	76 52 30	77 50 9	78 47 40	79 45 28	80 43 7
36	75 33 45	76 31 52	77 30 0	78 28 7	79 26 15	80 24 22	81 22 30
37	76 10 19	77 8 54	78 7 30	79 6 6	80 4 41	81 3 17	82 1 52
38	76 46 52	77 45 56	78 45 0	79 44 4	80 43 7	81 42 11	82 41 15
39	77 23 26	78 22 58	79 22 30	80 22 2	81 21 34	82 21 6	83 20 37
40	78 0 0	79 0 0	80 0 0	81 0 0	82 0 0	83 0 0	84 0 0



Par tes.	85			86			87			88			89			90			91		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
1	85	0	0	86	0	0	87	0	0	88	0	0	89	0	0	90	0	0	91	0	0
2	59	45	50	60	28	7	61	10	19	62	52	30	63	34	41	64	16	52	65	59	4
3	60	25	47	61	8	26	62	51	6	63	33	45	64	16	24	65	59	4	66	41	43
4	61	5	37	62	48	45	63	31	52	64	15	0	65	58	7	66	41	15	67	24	27
5	61	45	28	62	29	4	63	12	39	64	56	15	65	39	51	66	23	26	67	7	2
6	62	25	19	63	9	22	64	53	26	65	37	30	66	21	34	67	5	37	68	49	41
7	63	5	9	64	49	41	65	34	13	66	18	45	67	3	17	68	47	49	69	32	21
8	63	45	0	64	30	0	65	15	0	66	0	0	67	45	0	68	30	0	69	15	0
9	64	24	51	65	10	19	66	55	47	67	41	15	68	26	43	69	12	11	70	57	39
10	65	4	41	66	50	37	67	36	34	68	22	30	69	8	26	70	54	22	71	40	19
11	65	44	32	66	30	56	67	17	21	68	3	45	69	50	9	70	36	34	71	22	58
12	66	24	22	67	11	15	68	58	7	69	45	0	70	31	52	71	18	45	72	5	37
13	67	4	13	68	51	34	69	38	54	70	26	15	71	13	30	72	0	56	73	48	17
14	67	44	4	68	31	52	69	19	41	70	7	30	71	55	19	72	43	7	73	30	56
15	68	22	54	69	12	11	70	0	28	71	48	45	72	37	2	73	25	19	74	13	36
16	69	3	45	70	52	30	71	41	15	72	30	0	73	18	45	74	7	30	75	56	15
17	69	43	36	70	32	49	71	22	2	72	11	15	73	0	28	74	49	41	75	38	54
18	70	23	26	71	13	7	72	2	49	73	52	30	74	42	11	75	31	52	76	21	34
19	71	3	17	72	53	26	73	43	36	74	33	45	75	23	54	76	14	4	77	4	13
20	71	43	7	72	33	45	73	24	22	74	15	0	75	5	37	76	56	15	77	46	52
21	72	22	58	73	14	4	74	5	9	75	56	15	76	47	21	77	38	26	78	29	4
22	73	2	49	74	54	22	75	45	56	76	37	30	77	29	4	78	20	37	79	12	11
23	73	42	39	74	34	41	75	26	43	76	18	45	77	10	47	78	2	49	79	54	51
24	74	22	30	75	15	0	76	7	30	77	0	0	78	52	30	79	45	0	80	37	39
25	75	2	21	76	55	19	77	48	17	78	41	15	79	34	13	80	17	11	81	20	0
26	75	42	11	76	35	37	77	29	4	78	22	30	79	15	56	80	9	22	81	2	49
27	76	22	2	77	15	56	78	9	51	79	3	45	80	17	39	81	51	34	82	45	28
28	77	1	52	78	56	15	79	50	37	80	45	0	81	39	22	82	53	45	83	28	7
29	77	41	43	78	36	3	79	31	24	80	26	15	81	21	6	82	15	56	83	10	47
30	78	21	34	79	16	52	80	12	14	81	7	30	82	2	49	83	58	7	84	53	27
31	79	1	24	80	57	11	81	52	58	82	48	45	83	44	32	84	40	19	85	36	0
32	79	41	15	80	37	30	81	33	45	82	30	0	83	26	15	84	22	30	85	18	45
33	80	21	6	81	17	49	82	14	32	83	11	15	84	7	58	85	4	41	86	1	24
34	81	0	56	82	58	7	83	55	19	84	52	30	85	49	41	86	46	52	87	44	4
35	81	40	47	82	38	26	83	36	6	84	33	45	85	31	24	86	29	4	87	26	43
36	82	20	37	83	18	45	84	16	52	85	15	0	86	13	7	87	11	15	88	9	22
37	83	0	28	84	59	4	85	57	39	86	56	15	87	54	51	88	53	26	89	52	2
38	83	40	19	84	39	22	85	38	26	86	37	30	87	36	34	88	35	37	89	34	41
39	84	20	9	85	19	41	86	19	13	87	18	45	88	18	17	89	17	49	90	0	0
40	85	0	0	86	0	0	87	0	0	88	0	0	89	0	0	90	0	0	91	0	0

Numerus siue ordo Quadrantium.



Par tes.	92	93	94	95	96	97	98
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
I	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
2	64 41 15	65 23 26	66 5 37	66 47 49	67 30 0	68 12 11	68 54 22
3	65 24 22	66 7 2	66 49 41	67 32 21	68 15 0	68 57 39	69 40 19
4	66 7 30	66 50 37	67 33 45	68 16 52	69 0 0	69 43 7	70 26 15
5	66 50 37	67 34 13	68 17 49	69 1 24	69 45 0	70 28 36	71 12 11
6	67 33 45	68 17 49	69 1 52	69 45 56	70 30 0	71 14 4	71 58 7
7	68 16 52	69 1 24	69 45 56	70 30 28	71 15 0	71 59 32	72 44 4
8	69 0 0	69 45 0	70 30 0	71 15 0	72 0 0	72 45 0	73 30 0
9	69 43 7	70 28 36	71 14 4	71 59 32	72 45 0	73 30 28	74 15 56
10	70 26 15	71 12 11	71 58 7	72 44 4	73 30 0	74 15 56	75 1 52
11	71 9 22	71 55 47	72 42 11	73 28 36	74 15 0	75 1 24	75 47 49
12	71 52 30	72 39 22	73 26 15	74 13 7	75 0 0	75 46 52	76 33 45
13	72 35 37	73 22 58	74 10 19	74 57 39	75 45 0	76 32 21	77 19 41
14	73 18 35	74 6 34	74 54 22	75 42 11	76 30 0	77 17 49	78 5 37
15	74 1 52	74 50 9	75 38 26	76 26 43	77 15 0	78 3 17	78 51 34
16	74 45 0	75 33 45	76 22 30	77 11 15	78 0 0	78 48 45	79 37 30
17	75 28 7	76 17 21	77 6 34	77 55 47	78 45 0	79 34 13	80 23 26
18	76 11 15	77 0 56	77 50 37	78 40 19	79 30 0	80 19 41	81 9 22
19	76 54 22	77 44 32	78 34 41	79 24 51	80 15 0	81 5 9	81 55 19
20	77 37 30	78 28 7	79 18 45	80 9 22	81 0 0	81 50 37	82 41 15
21	78 20 37	79 11 43	80 2 49	80 53 54	81 45 0	82 36 6	83 27 11
22	79 3 45	79 55 19	80 46 50	81 38 26	82 30 0	83 21 34	84 13 7
23	79 46 52	80 38 54	81 30 56	82 22 58	83 15 0	84 7 2	84 59 4
24	80 30 0	81 22 30	82 15 0	83 7 30	84 0 0	84 52 30	85 45 0
25	81 13 7	82 6 6	82 59 4	83 52 2	84 45 0	85 37 58	86 30 56
26	81 56 15	82 49 41	83 43 7	84 36 34	85 30 0	86 23 26	87 16 52
27	82 39 22	83 33 17	84 27 11	85 21 6	86 15 0	87 8 54	88 2 49
28	83 22 30	84 16 52	85 11 15	86 5 37	87 0 0	87 54 22	88 48 45
29	84 5 37	85 0 28	85 55 19	86 50 9	87 45 0	88 39 51	89 34 41
30	84 48 45	85 44 4	86 39 22	87 34 41	88 30 0	89 25 19	0 0 0
31	85 31 52	86 27 39	87 23 26	88 19 13	89 15 0	0 0 0	
32	86 15 0	87 11 15	88 7 30	89 3 45	90 0 0	0 0 8	
33	86 58 7	87 54 51	88 51 34	89 48 17	0 0 0	0 0 0	
34	87 41 15	88 38 26	89 35 37	0 0 0	0 0 0		
35	88 24 22	89 22 2	0 0 0				
36	89 7 30	0 0 0					
37	89 50 37	0 0 0					
38	0 0 0	0 0 0					

Numerus sine ordo Quadrantum.

Numerus sine ordo Quadrantum.

Par- tes.	99	100	101	102	103	104	105
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
2	69 36 34	70 18 45	71 0 56	71 43 7	72 25 19	73 7 30	73 49 41
3	70 22 58	71 5 37	71 48 17	72 30 56	73 13 36	73 56 15	74 37 58
4	71 9 22	71 52 30	72 35 37	73 18 45	74 1 52	74 45 0	75 28 7
5	71 55 47	72 39 22	73 22 58	74 6 34	74 50 9	75 33 45	76 17 21
6	72 42 11	73 26 15	74 10 19	74 54 22	75 38 26	76 22 30	77 6 34
7	73 28 36	74 13 7	74 57 39	75 42 11	76 26 43	77 11 15	77 55 47
8	74 15 0	75 0 0	75 45 0	76 30 0	77 15 0	78 0 0	78 45 0
9	75 1 24	75 46 52	76 32 21	77 17 49	78 3 17	78 48 45	79 34 13
10	75 47 49	76 33 45	77 19 41	78 5 37	78 51 34	79 37 30	80 23 26
11	76 34 13	77 20 37	78 7 2	78 53 26	79 39 51	80 26 15	81 12 39
12	77 20 37	78 7 30	78 54 22	79 41 15	80 28 7	81 15 0	82 1 52
13	78 7 2	78 54 22	79 41 43	80 29 4	81 16 24	82 3 45	82 51 6
14	78 53 26	79 41 15	80 29 4	81 16 52	82 4 41	82 52 30	83 40 19
15	79 39 51	80 28 7	81 16 24	82 4 41	82 52 58	83 41 15	84 20 32
16	80 26 15	81 15 0	82 3 45	82 52 30	83 41 15	84 30 0	85 18 45
17	81 12 39	82 1 52	82 51 6	83 40 19	84 29 32	85 18 45	86 7 58
18	81 59 4	82 48 45	83 37 30	84 28 7	85 17 49	86 7 30	86 57 11
19	82 45 28	83 35 37	84 25 47	85 15 56	86 6 6	86 56 15	87 46 24
20	83 31 52	84 22 30	85 13 7	86 3 45	86 54 22	87 45 0	88 35 37
21	84 18 17	85 9 22	86 0 28	86 51 34	87 42 39	88 33 45	89 24 51
22	85 4 41	85 56 15	86 47 49	87 39 22	88 30 56	89 22 30	0 0 0
23	85 51 6	86 43 7	87 35 9	88 27 11	89 19 13	0 0 0	0 0 0
24	86 37 30	87 30 0	88 22 30	89 15 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
25	87 23 54	88 16 52	89 9 51	0 0 0			
26	88 10 19	89 3 45	89 57 11	0 0 0			
27	88 56 43	89 50 37	0 0 0	0 0 0			
28	89 43 7	0 0 0					
29	0 0 0	0 0 0					
30	0 0 0						



Numerus sine ordo Quadrantura

Partes.	106	107	108	109	110	111	112
	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S	G M S
1	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0	0 0 0
2	74 31 52	75 14 4	75 56 15	75 38 26	77 20 37	78 2 49	78 45 0
3	75 21 34	76 4 13	76 46 52	77 29 32	78 12 11	78 54 51	79 52 30
4	76 11 15	76 54 22	77 37 30	78 20 37	79 3 45	79 46 52	80 30 0
5	77 0 56	77 44 32	78 28 7	79 11 43	79 55 19	80 38 54	81 22 30
6	77 50 37	78 34 41	79 18 45	80 2 49	80 46 52	81 30 56	82 15 0
7	78 40 19	79 24 51	80 9 22	80 53 54	81 38 26	82 22 58	83 7 30
8	79 30 0	80 15 0	81 0 0	81 45 0	82 30 0	83 15 0	84 0 0
9	80 10 41	81 5 9	81 50 37	82 36 6	83 21 34	84 7 2	84 52 30
10	81 9 22	81 55 19	82 41 15	83 27 11	84 13 7	84 59 4	85 45 0
11	81 59 4	82 45 28	83 31 52	84 18 17	85 4 41	85 51 6	86 37 30
12	82 48 45	83 35 37	84 22 30	85 9 22	85 56 15	86 43 7	87 30 0
13	83 38 26	84 25 47	85 13 7	86 0 28	86 47 49	87 35 9	88 22 30
14	84 28 7	85 15 56	86 3 45	86 51 34	87 39 22	88 27 11	89 15 0
15	85 17 49	86 6 6	86 54 22	87 42 39	88 30 56	89 19 13	0 0 0
16	86 7 30	86 56 15	87 45 0	88 33 45	89 22 30	0 0 0	
17	86 57 11	87 46 24	88 35 37	89 24 51	0 0 0	0 0 0	
18	87 46 52	88 36 34	89 26 15	0 0 0	0 0 0	0 0 0	
19	88 36 34	89 26 43	0 0 0				
20	89 26 15	0 0 0	0 0 0				
21	0 0 0	0 0 0	0 0 0				

Numerus siue ordo Quadrantium.

Par tes.	113			114			115			116			117			118			119		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	79	27	11	80	9	22	80	51	34	81	33	45	82	15	56	82	58	7	83	40	19
3	80	20	9	81	2	49	81	45	28	82	28	7	83	10	47	83	53	26	84	36	6
4	81	13	7	81	56	15	82	39	22	83	22	30	84	5	37	84	48	45	85	31	52
5	83	6	6	82	49	41	83	33	17	84	16	52	85	0	28	85	44	4	86	27	39
6	82	59	4	83	43	7	84	27	11	85	11	15	85	55	19	86	39	22	87	23	26
7	83	52	2	84	36	34	85	21	6	86	5	37	86	50	9	87	34	41	88	19	13
8	84	45	0	85	30	0	86	15	0	87	0	0	87	45	0	88	30	0	89	15	0
9	85	37	58	86	23	26	87	8	54	87	54	22	88	39	51	89	25	19	0	0	0
10	86	30	56	87	16	52	88	2	49	88	48	45	89	34	41	0	0	0	0	0	0
11	87	23	54	88	10	19	88	56	43	89	43	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	88	16	52	89	3	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	89	9	51	89	57	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par tes.	120			121			122			123			124			125			126		
	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S	G	M	S
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	84	22	30	85	4	41	85	46	52	86	29	4	87	11	15	87	53	27	88	35	37
3	85	18	45	86	1	24	86	41	4	87	26	43	88	9	22	88	52	2	89	34	41
4	86	15	0	86	58	7	87	41	15	88	24	21	89	7	30	89	50	37	0	0	0
5	87	11	15	87	54	51	88	38	26	89	22	2	0	0	0	0	0	0	0	0	8
6	88	7	30	88	51	34	89	35	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	89	3	45	89	48	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par tes.	127			128																	
	G	M	S	G	M	S															
1	0	0	0	0	0	0															
2	89	17	49	90	0	0															
3	0	0	0	0	0	0															



Quo pacto  
per circinū  
deprehen-  
dantur Mi-  
nuta, ac se-  
cunda in  
quavis pro-  
posita gra-  
dus particu-  
la,

10 QVANDO intra Quadrantem non descripti sunt plures quadrantes, sed vnicus tantum adest in 90. gradus exquisitè distributus, cognoscemus solo circini beneficio, quot Minuta, ac secunda in quavis gradus particula contineantur: id quod etiam in libello de vsu, & fabrica instrumenti horologiorum, & in Astrolabio fecimus, hoc scilicet modo. Sic data verbi gratia particula t u, in gradu 20. superioris Quadrantis B C. Sumatur ea diligentissime beneficio circini, & à principio Quadrantis, id est, à puncto C, incipiendo, eadem apertura circini accipiantur 60. æquales particulae vsque ad punctum X, ita vt arcus CX, sexagecuplus sit arcus t u: Quot enim gradus integri in hoc arcu sexagecuplo comprehenduntur, tot minuta complectetur particula data t u. Et si vltra gradus integros in arcu CX, super sit aliqua particula, accipiat ea sexages quoque, initio facto à puncto C. Nam quot gradus integri in hoc arcu sexagecuplo continentur, tot secunda vltra Minuta inueniuntur continebuntur in data particula t u. Quod si adhuc aliquid super sit, reperientur eodem modo Tertia, &c. Itaque cum in arcu CX, qui sexagecuplus est particulae t u, contineantur 40. gradus integri, comprehendet particula t u, quadraginta Minuta, & insuper tot secunda, quot gradus continentur in arcu, qui sexagecuplus sit particulae vltra 40. gradus in arcu CX, contenta, &c.

HOC autem ita demonstro. Quam proportionem habet arcus 60. graduum ad 1. gradum, eam habet arcus CX, ad particulam t u, cum vtroque proportio sit sexagecupla. Igitur permutando erit, vt arcus 60. graduum ad arcum CX, ita 1. gradus ad particulam t u: Ac proinde quot partes sexagesimae arcus 60. graduum, hoc est, quot gradus in arcu CX, continentur, tot sexagesimae partes vnus gradus, id est, tot minuta in particula t u, existent. Item quam proportionem habet arcus 60. Minutorum ad 1. Minutum, eam habet arcus sexagecuplus particulae, quae vltra gradus integros vsque ad X, superest ad hanc ipsam particulam. Permutando igitur erit, vt arcus 60. Minutorum ad arcum sexagecuplum dictae particulae reliquae, ita 1. Minutum ad dictam particulam reliquam. Quare quot partes sexagesimae arcus 60. Minutorum, hoc est, quot minuta in arcu dictae particulae sexagecuplo (sumendo nunc gradus Quadrantis BC, pro Minutis) continentur, tot partes sexagesimae vnus Minuti, id est, tot Secunda, in reliqua illa particula includentur, & sic deinceps, si opus sit, de Tertijs, Quartis, &c. intelligatur. Sed satis est, meo iudicio, si minuta diligenter inquirantur. Et si quidem particula remanens maior fuerit semisse gradus, pro illa vnum Minutum assumatur, Minutisque inuentis adijciatur, quod tunc in illa particula contineantur plura Secunda quam 30. Si vero eadem particula semisse gradus fuerit minor, nihil Minutis inuentis adijciatur, quod tunc in illa particula pauciora Secunda includantur, quam 30. Si denique dicta particula semissi gradus fuerit æqualis, liberum sit addere Minutis inuentis vnum Minutum, vel non addere.

11 QVIA vero facile error committi potest, si circino particulam dictam gradus, vel minuti sexages ordine sumere velimus, rectius feceris, quando particula data semisse gradus minor est, si eam vna cum praecedente gradu acceptam primo loco quintuples, deinde hunc arcum quintuplum duples, tertio hunc arcum duplū triples, ac tandem quarto hunc arcum triplū iterū duples. Vltimus. n. hic arcus erit datae particulae vna cū gradu accepto sexagecuplus.

Quare



Quare si ex eo demantur 60. gradus, indicabunt reliqui gradus numerum minorum in data particula contentorum. Quod si per æstimationem cognoueris, particulam semisse gradus minorem non superare min. 24. (Nam si superaret 24. minuta, non possemus ratione iam explicanda inquirere minuta; propterea quod circumducendo circinum, totum Quadrantem excederemus, ut patebit.) commodius minuta datæ particulæ cognoscemus hoc modo. Datam particulam cum gradu præcedenti primo loco quadruplicabimus: deinde hunc arcum quadruplum duplabimus, ut habeamus octuplum arcus ex particula, & vno gradu compositi; tertio arcum hunc octuplum iterum duplabimus, ut fiat arcus sedecuplus arcus ex data particula, & vno gradu compositi; quarto hunc arcum rursus duplabimus; & quinto tandem hunc duplū iterum duplabimus; ut habeatur arcus continens arcum ex particula proposita, & vno gradu sexages & quater, cuius extremum punctam diligenter notetur. Nam si ex toto arcu ab eo puncto incipiendo, auferatur arcus quadruplus particulæ datæ vnā cum vno gradu, supererit arcus sexagecuplus eiusdē particulæ vnā cum vno gradu; ex quo denique si demantur 60. gradus, reliqui gradus numerum minorum indicabunt. Quod si data particula semisse gradus fuerit maior, explorabimus eodem modo minuta in reliqua particula minore comprehensa. Hæc namque minuta ex 60. detracta relinquent minuta in particula illa maiore comprehensa. Bene autem vides, quando data particula minor parum à semisse gradus differt, tutius esse quintuplare illam vnā cum vno gradu; deinde hunc arcum duplare, tertio hunc arcum triplare, & postremo hunc iterum duplare. Hac enim ratione ex vltimo arcu duplato auferendi tantum sunt 60. gradus, & nunquam totus quadrans exhauritur, ut patet.

12 NEQVE vero semper opus est, ut particula illa gradus, vel particula minor vnā cum vno gradu sexages repetatur, sed satis est, ut ea aliquoties repetita incidat præcise in aliquem gradum; quod non raro accidere solet. Nam tunc constituetur fractio, cuius numerator est numerus graduum percursorum: Denominator autem numerus tot vnitarum, quoties particula circino repetita fuerit. Verbi gratia, si aliqua gradus particula viciis repetita incidat in 6. gradum, complectetur particula illa  $\frac{6}{20}$ . vnus gradus. Quare si numerator 6. per 60. multiplicetur, & productus numerus 360. per denominatorem 20. diuidatur, indicabit Quotiens 18. particulam illam continere 18. minuta. Sic si alia particula septies repetita incidat in tertium gradum, comprehendet ea  $\frac{3}{7}$ . vnus gradus. Si igitur numerator 3. per 60. multiplicetur, & numerus productus 180. per denominatorem 7. diuidatur, reperientur 25. min. Et quia in diuisione supersunt 5. si ea rursus multiplicentur per 60. productusque numerus 300 per eundem denominatorem 7. diuidatur, dabit quotiens adhuc  $42\frac{6}{7}$ . secunda.

DEMONSTRATIO huius praxis hæc est. Quoniam in priori exemplo, ita se habent 20. gradus ad 1. gradum, ut particula viciis repetita ad vnā particulam; erit permutando arcus 20. graduum ad arcum continentem particulam viciis, hoc est, ad arcum 6. graduum, ut 1. gradus ad vnā particulam: & conuertendo 6. grad. ad 20. grad. ut 1. particula ad 1. grad. Cum ergo 6. grad. sint  $\frac{6}{20}$ . graduum 20. continebit quoque vnā particulam  $\frac{6}{20}$ . vnus gradus, quod est propositum. In posteriori vero exemplo; quia ita se habent 7. grad. ad 1. gradum, ut particula septies repetita, hoc est,

E vt



vt 3. gradus ad 1. particulam; erit permutando arcus 7. graduum ad 3. grad. vt 1. grad. ad 1. particulam: & conuertendo 3. gradus ad 7. gra. vt vna particula ad 1. grad. Cum ergo 3. gradus sint  $\frac{3}{7}$ . septem graduum, complectetur quoque 1. particula  $\frac{7}{7}$ . vnius gradus; quod est propositum. eademq. in cæteris ratio est.

QVANDO particula minor cum vno gradu repetita incidit in gradu aliquem præcisè, auferendi erunt ex gradibus percursis tot gradus, quoties particula illa cum vno gradu repetita fuit. Reliquus enim numerus erit Numerator fractionis; Denominator autem erit, qui prius. Vt si particula illa minor cum 1. gradu repetita septies incidit in 10. gradum; demendi erunt 7. gradus repetiti. Atq. ita habebūt iterū  $\frac{7}{10}$ . vnius gradus in data particula.

Quo pacto  
ex quouis  
gradu par-  
ticula quot  
libet Minu-  
torum ab-  
scindatur.

13 SI vicissim ex quouis gradu auferre velimus particulam quotlibet minorum, ita agendum erit. In quadrante superiore BC, accipiat circino arcus tot graduum, quot minuta desiderantur; atque (vt confusionem vitemus) in arcum intervallo semidiametri quadrantis BC, descriptum transferatur. Si enim hic arcus in 60. partes æquales secetur, (primum, videlicet in duas: deinde vna harum iterum in duas: Tertio vna harum in tres; ac postremo vna harum in quinque) continebit vna particula sexagesima numerū minorum propositum. Verbi gratia, si particula quaratur continens 50. min. accipiemus in arcu FG, ad intervallum semidiametri AC, descripto arcum FG, arcui CZ, graduum 50. æqualem, eumque in 60. partes æquales secabimus, primum in duas in puncto K: Deinde arcum FK, iterum in duas in puncto L; tertio arcum FL, in tres in punctis T, V. Ac tandem arcum FV, in quinque. Vna namque harum 5. particularum comprehendet 50. min. ac proinde si transferatur circino in quemlibet gradum Quadrantis BC, abscissa erunt 50. Min. ex eo gradu. Hoc ita demonstro. Quoniam est, vt arcus 60. graduū ad 1. gradum, ita arcus CZ, vel FG, graduum 50. ad sexagesimam partem eiusdem arcus FG; erit permutando, vt arcus 60. graduum ad arcum FG, graduum 50; ita 1. gradus ad sexagesimam particulam arcus FG; & conuertendo, vt arcus FG, graduum 50. ad arcum graduum 60, ita particula sexagesima arcus FG, ad 1. gradum. Cum ergo arcus FG, contineat  $\frac{50}{60}$ . arcus 60. graduum, continebit quoque particula sexagesima arcus FG,  $\frac{50}{60}$ . vnius gradus, hoc est, 50. Min. Quod est propositum.

SE D hæc res incommodissima est in paruis Quadrantibus, præsertim si pauca Minuta utpote 1. 2. vel 3. abscindenda sint. Quis enim in Quadrante exiguo arcum 1. gradus, vel 2. vel 3. in 60. particulas distribuat? Quam ob rem commodius id, quod proponitur, efficiemus hac ratione. Ex eodem quadrante superiore BC, arcus grad. 61. transferatur in arcum XY, ad intervallum semidiametri AC, descriptum, ab X, vsque ad Y. Atque hic arcus XY, in 6. partes æquales secetur; Primum scilicet in 2. deinde utraque semis in 3. Deinde prima pars in 10. particulas æquales diuidatur, ita vt quælibet harum particularum sit  $\frac{1}{60}$ . arcus XY. Et quoniam vna harum particularum est ad arcum XY, vt 1. gradus Quadrantis BC, ad arcum 60. graduum; cum utrobique proportio sit subsexagecupla; erit permutando vna illarum particularum ad 1. grad. vt arcus XY, ad arcum 60. graduum. Quocirca quemadmodum arcus XY, arcum grad. 60. continet semel, & insuper vnā eius partem sexagesimam, id est, 1. grad. ex constructione; Ita quoque vna illarum particularum comprehendet 1. gradum semel, & insuper vnā

vnā



Vnam partem sexagesimā vnius gradus, hoc est, 1. Minutū. Ex quo fit, vnde particulae complectantur 2. grad. & insuper 2. Minuta. At vero 3. particulae contineant 3. grad. & 3. Min. & sic deinceps.

ITAQVE si in Quadrantem BC, transferatur vna particula sexagesima, arcus XY, à puncto C, vel à quouis gradu, habebitur 1. Min. in 2. gradu, vel quouis alio. Et si duae particulae transferantur, habebuntur in tertio gradu duo Minuta: tria autem Min. in 4. gradu, si tres particulae transferantur, & sic de cæteris.

PARI ratione, si quis desideret quotlibet gradus, ac Minuta, inquirenda prius erit particula Minutorum, quæ desiderantur, eaque ad gradus propositos adiicienda. Quod si particula minutorum inuentorum tam exigua fuerit, vt circino vix accipi possit, accipiendae ea erit vnā cum 1. gradu: & hic arcus ex 1. gradu & particula conflatus adiiciendus ad numerum graduum, propositum minus vno. Vt si velit quis grad. 89. Min. 59. Inuenienda prius erunt 59. Minuta. quod fiet, si 59. particulae arcus XY, in Quadrantem BC, transferantur. Nam particula in 60. gradu complectetur 59. Min. vt dictum est. Si igitur arcus ex illa particula, & 1. gradu conflatus adiiciatur ad arcum 88. grad. conficietur arcus grad. 89. Min. 59. Eademque ratio est de cæteris. Accipientur autem in arcu XY, particulae 59. si vnus pes circini in puncto 50. statuatur, & alter in nona particula primæ partis sextæ totius arcus XY, versus X. Ita accipientur quoque particulae 49. 48. 39. 34. &c. vt perspicuum est.

IAM vero si Minuta non in Quadrante BC, sed in maiori, minoriue accipienda sint, inquirenda ea erunt in Quadrante BC, beneficio arcus XY, vt docuimus; Deinde arcui inter C, & finem particulae inuentæ auferendus ex Quadrante propositio arcus similis, quod fiet, si ille Quadrans ex centro A, describatur, rectaque ex A, per finem particulae in BC, inuentæ educatur, &c.

14 QVAE Num. 13. præcedenti diximus, perbelle etiam quadrant in lineas rectas. Nam eadem ratione cognoscemus, si linea recta in quouis partes æquales secetur, quantam fractionem quælibet particula vnius partis contineat: Et vicissim quo pacto ex vna parte abscindenda sit quæcunque fractio proposita. Quæ res incredibile est, quantam vtilitatem cum alijs rebus Geometricis, tum verò maxime Dimensionibus, quæ per scalam altimetram fieri solent, afferat, vt lib. 3. cum de Quadrato Geometrico, vbi scalæ altimetrix vsus apparebit, perspicuum erit. Sit enim recta linea AB, vt ad pedem Quadrantis superioris vides, secta in 10. partes æquales. (In tot enim partes libet tam vmbra rectam, quam versam scalæ altimetrix distribuere: quamvis ab alijs vtraque in 12. diuidatur: quod per illam diuisionem facilius Dimensiones perficiantur, vt suo loco patebit. Magis tamē probarem, si vtrumq. vmbrae latus in 100. partes secaretur, si id magnitudo instrumenti cōmode permittit) propositumq. sit, quot partes decimas contineat particula DC, partis quintæ. Beneficio circini sumpta particula DC, decupletur ab A, vique ad E. Et quoniā in AE, continentur sex partes totius lineæ AB, continebit propterea particula DC,  $\frac{1}{5}$  vnius partis decimæ, hoc est,  $\frac{1}{10}$  totius lineæ. Ita vt si recta AB, diuisa cogitetur in 100. partes, tribuendo singulis decimis partibus denas particulas, segmentum AC, comprehendat  $\frac{1}{10}$ . Quia vero ultra  $\frac{1}{10}$ . superest adhuc particula

F 2

FE,

Quo pacto  
reperiatur  
fractio cu-  
iusque par-  
ticulae in  
parte quali-  
bet lineæ  
rectæ in par-  
tes æquales  
diuisæ.



FE, vnius decimæ, si ea rursus decupletur ab A, vsque ad G, reperientur in A G, octo partes totius lineæ AB. Continet ergo particula FE,  $\frac{1}{10}$ . vnius decimæ, hoc est, proposita particula DC, vltra  $\frac{1}{10}$ . vnius partis rectæ AB, continet insuper  $\frac{8}{10}$ . vnius decimæ, (vnus inquam decimæ ex illis  $\frac{1}{10}$ . quas in particula DC, diximus comprehendi) nimirum  $\frac{8}{10}$ . vnius partis. si singulæ partes decimæ rectæ AB, diuisæ essent in 100. particulas; atque adeo, si recta AB, secta intelligatur in 1000. partes, tribuendo singulis decimis partibus centenas particulas, segmentum AC, complectetur  $\frac{4}{10}$ . quippe cum in AD, contineantur  $\frac{4}{10}$ . Et in DC,  $\frac{6}{10}$ . vnius partis rectæ AB, siue  $\frac{6}{10}$ . totius lineæ AB; cum quælibet centesima particula vnius partis decimæ sit  $\frac{1}{100}$ . Atque in hunc modum progredi licebit ad decimas vnius decimæ ex illis  $\frac{1}{10}$ . quæ in particula DC, continentur. nimirum ad fractionem à 10000. denominatam, &c. sed satis mihi videtur ad partes millesimas peruenire.

Denomina-  
tio facilis  
fractionum  
millesima-  
rum.

DEMONSTRATIO hic eadem est, quæ in gradibus, ac Minutis. Eandem enim proportionem habet recta 10. partium ad 1. partem, quam recta AE, ad particulam DC, cum utrobique proportio sit decupla, ideoque permutando erit vt recta 10. partium ad rectam AE, ita 1. pars ad particulam DC. Quamobrem sicut in AE, continentur  $\frac{6}{10}$ . rectæ AB, decem partium, & insuper particula FE, respectu vnius partis lineæ AB, decem partium, ita quoque in particula data DC, continebuntur  $\frac{6}{10}$ . vnius partis, & insuper talis particula respectu vnius decimæ qualis est FE, respectu vnius partis lineæ AB, decem partium, &c.

ITAQUE, vt vides, duabus operationibus ad millesimas partes peruenitur, ac si latus totum AB, in 1000. partes sectum esset, quod consideratione dignum est. Et duo quidem Numeratores decimarum eo ordine positi, quod inueniuntur, dant Numeratorem centesimarum: cui si præponatur ad sinistram numerus integrorum partium ante datam particulam existentium, conflabitur Numerator millesimarum. Vt in superiori exemplo, quia ante datam particulam DC, reperiuntur 4. partes, inuentæque sunt  $\frac{6}{10}$ . &  $\frac{8}{10}$ . erit tota fractio  $\frac{4}{10} \frac{6}{10} \frac{8}{10}$ . Sic si inuentæ essent pro aliqua particula in octaua parte,  $\frac{1}{8}$ . conflitueretur fractio  $\frac{1}{8} \frac{7}{10} \frac{0}{10}$ . Item si in tertia parte inuentæ essent  $\frac{1}{3}$ . fieret fractio  $\frac{1}{3} \frac{2}{10} \frac{7}{10}$ . & sic de cæteris. Quod si recta AB, id est, latus vtriusque vmbre diuideretur in 100. partes, reperirentur partes millesimæ vnica operatione; si nimirum particula data in vna centesima decuplaretur: quia tunc intelligerentur singulæ centesimæ in denas particulas subdiuisæ. Sed quia particula data in centesima aliqua parte perparua est, vt vix circino capi possit, accipiemus eam cum vna centesima, vel duabus, & ex decuplo abijciemus 10. vel 20. centesimas, vt reliquæ centesimæ exhibeant decimas vnius centesimæ. Eadem ratione, quando data particula in linea 10. partium est perpusilla, accipienda erit reliqua particula maior decies. Nam reliqua pars rectæ AB, à B, vsque ad finem illius particulæ decuplæ dabit numerum decimarum in proposita minore particula, &c. Hac ratione, si particulam CH, decuples, incidet in punctum K. Ergo segmentum BK, dabit  $\frac{1}{10}$ . & insuper particulam DK, vt supra; cum DK, particulæ FE, sit æqualis. Ratio huius rei est, quod ambæ particulæ DC, CH, decuplatae conficere debeant totam AB, vt constat.

AD Maiorem quoque commoditatem pro inuestigandis partibus decimis, hoc



hoc est, pro decuplanda particula proposita, costrui poterit circinus duplicis aperturæ, in quo scilicet crura producta se mutuo interfecent, atq. vna apertura alterius sit semper decupla, instar circini, quo linea duas in partes æquales diuidi solet. Ita enim fiet, vt accepta per minorem aperturam particula abscissa, particula maior exhibeat eam particulam decies sumptam, vt non opus sit toties circinum circumducere: qua quidem in re facile error committi potest, qui illo circino, si recte fabricatus sit, facilius vitatur. Sed sine hoc circino idem fieri potest per instrumentum partium, quod capite præcedenti construximus. Nam si particula data circino capiatur, & summa diligentia ei sumatur in instrumento interuallum inter 10. & 10. æquale, erit interuallum inter 100. & 100. datæ particulæ decuplum.

15 IAM vero si vicissim ex qualibet parte rectæ AB, auferendæ sint quotcunque decimæ partes ypiq., diuidendum erit segmentum continens numerum partium decimarum in 10. partes æquales. Nam vna pars decima huius segmenti continebit decimas partes quæsitas. Vt si cupiat quis  $\frac{7}{10}$ , diuidendum erit segmentum rectæ AB, includens 7. partes, in 10. particulas. Quælibet namque harum comprehendet  $\frac{1}{10}$ . vnius partis rectæ AB. Eademque ratio est de cæteris. Sed commodius hunc vsu nobis præstabit instrumentum partium supra constructum. Eius enim beneficio ex quauis recta abscindemus non solum quotcunque decimas, sed etiam centesimas, decimas nonas, nonagesimas octauas, & sic deinceps, vsque ad dimidiatam partem. Nam si velimus  $\frac{3}{100}$ . alicuius lineæ, capiemus ei lineæ interuallum inter 100. & 100. æquale. Circinus namq. extensus inter 3. & 3. dabit  $\frac{3}{100}$ . quæsitas. Ita quoq. circini pedes inter 50. & 50. dabunt  $\frac{5}{100}$ . id est,  $\frac{1}{20}$ . Rursus pedes circini inter 20. & 20. dabunt  $\frac{2}{100}$ . hoc est,  $\frac{1}{50}$ . & sic de cæteris, vt fusius in vsu prædicti instrumenti partium cap. 1. exposuimus.

Quo modo ex data linea auferendæ sint quotcunque partes decimæ vel aliæ partes.

## PROBLEMATATAVARIA

### Triangulorum rectilineorum.

#### CAPVT III.



TERTIO loco præmissuros nos polliciti sumus varia problemata triangulorum rectilineorum, vt & latera eorum, atque anguli ex quibusdam datis, & cognitis promptè, atque expedite, cum id res postulauerit, possint erui: quod hoc tertio capite exequemur. Priori autem loco de triangulis rectangulis: posteriori vero de obliquangulis agemus. In margine porrò adscripsimus propositiones nostri tractatus triangulorum rectilineorum, in Theodosio nostro editi, in quibus problemata hæc demonstrantur, vt studiosi intelligant, vnde eorum demonstrationes, quando libuerit, petere debeant.

TRIANGULORUM



# TRIANGVLORVM RECTILINEORVM

Rectangulorum problemata.

## I. PROPORTIONES LATERVM

Ex datis omnibus angulis cuiusvis trianguli patefacere.

1. Triang.  
rectil.

*Singulis lateribus adscribantur sinus angulorum oppositorum. Latera enim easdem proportionales habent, qua inter sinus angulorum lateribus oppositorum reperiuntur.*

## II LATVS

Ex base, & alterutro angulorum acutorum, ac proinde & altero, notum efficere.

2. Triang.  
rectil.

*Vt sinus totus. ad basem. Ita sinus anguli lateri oppositi. ad latus questum in partibus basis.*

## III. LATVS

Ex base, & altero latere cognoscere.

3. Triang.  
rectil.

*Vt basis. ad sinum totum. Ita datum latus. ad sinum anguli dato lateri oppositi.*

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo.

*Vt sinus totus. ad basem. Ita sinus anguli, qui lateri questito opponitur, ad latus questum in partibus basis, & alterius lateris.*

## IIII. LATVS

Ex altero latere, & alterutro angulo acuto, ac proinde & altero, eruere.

2. Triang.  
rectil.

*Vt sinus totus. ad latus datum. Ita tangens anguli questito lateri oppositi. Ad latus questum in partibus dati lateris.*

Vel

2. Triang.  
rectil.

*Vt sinus anguli dato lateri oppositi. ad latus datum. Ita sinus alterius anguli. ad latus questum in partibus dati lateris.*

## V. BASEM

Ex vno latere, & vno angulo acuto, ac proinde & altero, inuestigare.

*Vt*

# LIBER PRIMVS. 47

*Ut sinus totius ad latus datum: Ita secans angulo dato lateri adiacentis. Ad basem in partibus lateris dati.* 2. Triang. rectil.

Vel

*Ut sinus anguli dato lateri oppositi ad sinum totum: Ita latus datum ad basem in partibus lateris dati.* 3. triang. rectil.

## VI. BASEM

Ex utroque latere perscrutari, vna cum angulis acutis.

*Ut latus alterutrum datum ad sinum totum: Ita alterum latus datum ad tangentem anguli huius alteri lateri oppositi.* 3. Triang. rectil.

Deinde, sumpto complemento anguli inuenti pro reliquo angulo,

*Ut sinus totius ad latus alterutrum datum: Ita secans anguli accepto lateri adiacentis ad basem in partibus lateris dati.*

## VII. ANGVLVM

Ex base, & vno latere inquirere.

*Ut basis ad sinum totum: Ita latus datum ad sinum anguli dato lateri oppositi.* 3. Triang. rectil.  
Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

## VIII. ANGVLVM

Ex utroque latere reddere cognitum.

*Ut latus alterutrum ad sinum totum: Ita alterum latus datum ad tangentem anguli huius alteri lateri oppositi.* 3. triang. rectil.

Complementum anguli inuenti dabit alterum angulum.

## TRIANGVLORVM RECTILINEORVM obliquangulorum Problemata.

### IX. SEGMENTA LATERIS A Perpendiculari facta

Ex datis tribus lateribus cognoscere,

*Ut*



9. triang. rectil. *Vi latus, in quod cadit perpendicularis*

*ad summam aliorum duorum laterum*

*ita differentia eorundem duorum laterum*

*ad quartum quendam numerum.*

*latus in quod cadit per-*

*pentic. 21.*

*Summa a latus laterum 27*

*diff. eorundem laterum 7.*

21. 27. 7

$$\begin{array}{r} 7 \\ 27 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 12 \\ \hline 9 \end{array}$$

10. triang. rectil.

*Summa 6. triang. rectil.*

Et si quidem quartus numerus inuentus minor fuerit latere, in quod cadit perpendicularis, auferendus is erit ex illo latere. Semissis enim reliqui numeri dabit minus segmentum, quod ex toto latere subductum relinquet segmentum maius.

Si vero quartus numerus inuentus maior fuerit latere, in quod cadit perpendicularis, auferendum erit hoc latus ex illo numero. Semissis enim reliqui numeri dabit segmentum minus, exterius videlicet inter perpendiculararem, & angulum obtusum: quod additum eidem lateri conflabit aliud segmentum maius inter perpendiculararem, & angulum acutum.

### X. LATERA DVO

EX tertio latere, & duobus quibuscumque angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit aliorum complementum ad semicirculum, hoc est, ad grad. 180. inuenire.

1. *Vi sinus anguli dato lateri oppositi*

*ad latus datum:*

*ita sinus alterutrius reliquorum angulorum*

*ad latus huic angulo oppositum.*

Rursus

1. triang. rectil.

*Vi sinus anguli dato lateri oppositi.*

*ad latus datum:*

*ita sinus tertij anguli*

*ad latus huic tertio angulo oppositum.*

2. IN Isoscele vnius tantum lateris inuentione opus est, cum vnum datum sit cum angulis. In æquilatere vero triangulo, si vnum latus datum sit, erunt & reliqua illi æqualia, data.

### XI. LATVS

EX duobus reliquis lateribus, & duobus quibuscumque angulis, ac proinde omnibus tribus, cum tertius sit aliorum complementum ad semicirculum, id est, ad grad. 180. addiscere.

10. triang. rectil.

*Vi sinus anguli alterutri lateri dato oppositi*

*ad latus oppositum datum*

*ita sinus anguli quæsito lateri oppositi*

*ad latus quæsitum.*

### XII. LATVS

EX duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso colligere.

Vi

1	<i>Vt si- nus totus</i>	<i>ad secantem complementi arcus, qui semissi aggregati datorum laterum ad sinus reuocatorum, ut sinui, de- betur:</i>	<i>Ita differentia inter eā semis- sem, &amp; alteru- rum datorum laterum ad si- nus reuocatorū</i>	<i>ad quar- tum quen- dam nu- merum.</i>	Problema 17. triang. sphæric.
---	---------------------------------	--	---	--	-------------------------------------

Latera data ad sinus reuocabuntur, si vtrumque multiplicetur per 10. vel 100. vel 1000. &c. ita vt maioris lateris numerus habeat tot figuras, quot continentur in maioribus sinibus tabulæ sinuum, nimirum 5. si sinus totus statuatur 100000. vel 7. si sinus totus ponatur 1000000.

Deinde

<i>Vt si- nus to- tus</i>	<i>ad tangentem semissis arcus, qui detracto dato angulo ex semicirculo relinquitur:</i>	<i>ita quartus numerus in- uenitur</i>	<i>ad tangentem diffe- rentia inter semissē eiusdem arcus, &amp; al- terutrum angulorum non datorum.</i>
-----------------------------------	--	--	--

Hæc autem tangens hoc etiam modo inuenietur, qui priori præferendus videtur.

2	<i>Vt semis- sis aggre- gati duo- rum late- rum dato- rum.</i>	<i>ad tangentem se- missis arcus, qui detracto dato an- gulo ex semicir- culo relinquitur:</i>	<i>ita differentia inter semissem aggregati duo- rum datorū la- terum, &amp; utrū- libet laterum</i>	<i>ad tangentem differentia in- ter semissem ar- cus prædicti, &amp; alterutrum angu- lorū nō datorū</i>	Alio modo qui priori præferendus videtur.
---	--	--	--	--	--

Arcus huius tangentis inuentæ additus ad semissem eiusdem arcus (est autem hic arcus summa duorum angulorum non datorum, nimirum dati anguli complementum ad semicirculum, hoc est, ad grad. 180.) dabit maiorem angulum non datum, qui videlicet maiori lateri dato opponitur: ex eadem vero semisse detractus relinquitur faciet minorem angulum non datum, qui nimirum lateri minori dato opponitur.

Post hæc.

<i>Vt sinus utriuslibet anguli inuenti</i>	<i>ad latus op- positum:</i>	<i>ita angulus datus</i>	<i>ad latus oppositū quod queritur.</i>	1. triang. rectil.
--	----------------------------------	------------------------------	---	-----------------------

Itaque antequam tertium latus inueniatur, disquirendi prius sunt reliqui duo anguli: qui commodius videntur posteriori via Num. 2. exposita indagari, quam priori illa ratione Num. 1. explicata.

3 Si duo latera sint æqualia; & erunt reliqui duo anguli æquales. Semis- 25. primi.  
sis ergo arcus, qui detracto angulo dato ex semicirculo relinquitur, dabit vtrumque, &c.



EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito (si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est) exquirere.

13. triang. 1. *Vt latus datum ad sinum anguli dati: ita alterum latus datum, ad sinum anguli dato angulo oppositi.*  
rectil.

Hic sinus inuentus dabit angulum alteri dato lateri oppositum, si acutus fuerit: (erit autem semper acutus, quando datus angulus est obtusus) si vero fuerit obtusus, arcus sinus inuenti ex semicirculo demptus, reliquum faciet eum angulum: Propterea quando datus angulus est acutus, oportet dari huius alterius speciem, vt sciamus, num acutus sit, vel obtusus. Summa autem horum angulorum ex semicirculo subtracta relinquet tertium angulum quæsitum lateri oppositum. Ergo.

1. triang. *Vi sinus ad datum latus ita sinus tertijs anguli inueni ad latus*  
rectil. *dati an ei oppositum; ita quæsitum lateri oppositi. quæsitum.*

a 5 primi. 2. Si duo latera data sint æqualia: erit angulus alteri dato lateri oppositus, dato angulo æqualis.

## XIII. ANGVLVS DVOS

EX duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso, reperire.

Inuenientur ex ijs, que data sunt, duo anguli, vt in priori parte problematis 12. dictum est: si nimirum inquiratur tangens differentia inter semissem arcus, qui detracto angulo dato ex semicirculo relinquitur, & alterutrum angulorum, qui quaruntur, &c. que quidem tangens duobus modis inuenta est in priori parte problematis 12. in quo latus proponitur inuestigandum ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso. Quod vt fieret, inuenti prius fuerunt alij duo anguli, qui in hoc problemate 14. quaruntur.

## XV. ANGVLVS DVOS

EX duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito (si modo constet species anguli alteri lateri dato oppositi, quando datus angulus acutus est) expiscari.

Hic etiam adhibenda est prior operatio problematis 13. in quo latus proponitur inquirendum ex ijsdem datis: quod vt fieret, inuenti prius fuerunt reliqui duo anguli, qui in hoc problemate 15. indagandi proponuntur.

## XVI. ANGVLVS OMNES TRES

EX tribus omnibus lateribus peruefigare.

1. Dññ

I. Ducta ad maximum latus perpendiculari ex angulo opposito a (ut nimirum perpendicularis semper intra triangulum cauat) inueniantur per problema 9. segmenta duo maximi lateris facta à perpendiculari. Deinde.

Ut minimū latus	ad sinum totum:	ita minus segmen- tum maximi late- ris	ad sinum complemen- ti anguli medio late- ri oppositi.	I. triang. rectil.
--------------------	--------------------	--	--	-----------------------

Rursus.

Ut me- diū latus	ad sinum totum:	ita maius segmen- tum maximi la- teris	ad sinum complementi an- guli medio lateri oppositi.	I. triang. rectil.
------------------------	--------------------	--	---	-----------------------

Inuentis duobus angulis ad maximum latus, qui medio lateri, & minimo opponuntur; si eorum summa ex semicirculo dematur, reliquus fiet tertius angulus lateri maximo oppositus.

2 In Isoscele, ducta perpendiculari ad basem  $a$ , quam bifariam secabit, Schol. 26.  
lib. I. Eucl.

Ut alterum laterum $a$ - qualium	ad sinum totum:	ita semissis basis	ad sinum complementi unius angulorum æqualium ad ba- sem.
--	--------------------	-----------------------	---

Summa duorum angulorum æqualium inuentorum ex semicirculo detra-  
cta, reliquum faciet tertium angulum.

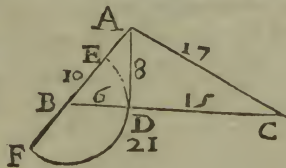
3 In æquilatelo triangulo dabuntur anguli, etiam si latera non dentur, cum quilibet gradus 60. tertiam videlicet partem duorum rectorum, vel duas tertias partes unius recti, complectatur.

## XVII. PERPENDICVLAREM IN LATVS quodcunque ex angulo opposito cadentem

Ex tribus omnibus lateribus efficere notam.

Per problema 9. inquirantur segmenta lateris facta à perpendiculari. De-  
inde differentia inter utrumvis segmentum, & latus adiacens ducatur in  
summam eiusdem segmenti, & lateris adiacentis. Radix namque quadra-  
ta numeri producti perpendiculararem quasitam indicabit.

In triangulo enim  $AEC$ , sit  $AB$ , 10.  $AC$ , 17. &  $BC$ , 21. inuestigandaq. sit  
perpendicularis  $AD$ . Per problema 9. re-  
prietur segmentum  $BD$ , 6. &  $CD$ , 15.  
Differentia inter  $BD$ , &  $AB$ , est 4. qua  
ducta in 16. summam rectarum  $BD$ , &  
 $AB$ , facies 64. cuius radix quadrata 8.  
dat perpendiculararem  $AD$ . Quod quia in no-  
stro tractatu triangulorum rectilineorum  
demonstratum non est, demonstro hoc pro-  
posito Theoremate.

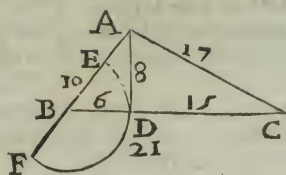


G 2 In

17	10
15	6
32	16
2	4
64	64
radix 8.	radix 8.



Theorema.



In triangulo rectangulo rectangulum, sub differentia basis, & alterutrius lateris circa rectum angulum, & sub summa basis, & eiusdem lateris, æquale est quadrato alterius lateris circa angulum rectum.

Nam in triangulo rectangulo ABD, cuius angulus D, rectus, si ex B, per D, semicirculus describatur EFD, erit AE, differentia

inter basem AB, & latus BD: At AF, summa erit basis AB, & eiusdem lateris BD, cum BD, BE, BF, recta sint æquales. Dico igitur rectangulum sub AE, AF, æquale esse quadrato lateris AD. Recta enim AD, cum perpendicularis sit ad semidiametrum BD, a semicirculo tanget in D. b Igitur rectangulum sub AE, AF, quadrato tangentis AD, æquale erit, quod erat demonstrandum.

a coroll. 16.  
ter.  
b 36. ter.

FINIS LIBRI PRIMI.



GEO.



# GEOMETRIAE PRACTICAE

## LIBER SECVNDVS.

Linearum Rectarum per Quadrantem Astronomicum Dimensionem explicans.



**N**O MINE linearum rectarum intelligitur distantias locorum, seu interualla, longitudinesue altitudines turrium, edificiorum, arborum, & montium; ac postremo profunditates puteorum, vallium, atque fossarum. Ad harum Dimensiones varij varia adhibent instrumenta. quibusdam enim placet scala altimetra in dorso Astrolabij, seu planisphaerij descripta. Alijs radius Astronomicus Gemmae Frisij, vel radius dictus Latinus, quod à Domino Latino Vrsino nobili Romano excogitatus sit; vel baculus Iacob: Alijs annulus Astronomicus, vel Holometrum; Alijs denique alia instrumenta arident. Mibi vero praeter ceteris probatur Quadrans Astronomicus in 90. gradus distributus: & Quadratum Geometricum tum stabile, tum pendulum, cuius duo latera in certas quasdam partes aequales sint diuisa. Hoc autem 2. lib. qua ratione per Quadrantem Astro-





plementū videlicet arcus IK, Cum enim filum perpendiculi HI, sit ad DF, rectum, erit angulus GDF, complementum anguli DHI, æqualis nimirum angulo IHL, qui eiusdem anguli DHI, complementum etiam est. Atque hunc angulum GDF, angulum obseruationis dicemus. Eodem modo obseruetur in secunda statione angulus GEF, per radium visualem ab oculo, & per pinnacidia Quadrantis ad fastigium G, directum. Sumptis autem EM, DN, æqualibus, erigantur perpendiculares MN, NO, (in figura conincidunt MH, cum filo perpendiculi; quod nihil refert.) Si igitur EM, DN, statuatur sinus toti, erunt MH, NO, Tangentes angulorum obseruationum E, & D. Ducta quoque DQ, ipsi E G, parallela secante NO, in P, erit angulus NDP, angulo E, æqualis. Cum ergo duo anguli NDP, trianguli NDP, duobus angulis ME, trianguli MEH, sint æquales, (est enim & rectus N, recto M, æqualis) lateraque DN, EM, quibus adiacent, æqualia; b erunt latera NP, MH, æqualia: ac proinde OP, differentia erit inter Tangentes angulorum obseruationum. c Quia vero est, ut OP, ad PN, ita GQ, ad QF: d Et ut GQ, ad QF, ita ED, ad DF; erit quoque ut OP, differentia Tangentium angulis obseruationum respondentium ad PN, siue ad HM, Tangentem remotioris stationis, ita ED, differentia stationum ad DF, distantiam quæsitam. Quocirca si fiat,

Angulus obseruationis.

a 29. primi

b 26. primi.

c schol. 4.  
lib. 6.

d 2. sext.

Ut OP, differentia inter Tangentes angulorum obseruationum.

ad PN, vel HM, Tangentem minorem:

Ita ED, differentia stationum nota in mensura aliqua vulgari

ad aliud; hoc est, ad DF,

Distantiæ inuentio per tangentes.

prohibet distantia DF, quæsitæ, siue AB, in eadem mensura differentiæ stationum: cui si adiciatur differentia stationum ED, cognita etiam fiet distantia EF; vel CB, à remotiori statione.

### A L I T E R

2. POSITO sinu toto GF, erit DF, Tangens anguli DGF, complementi anguli obseruationis GDF, quem angulum DGF, indicat arcus Quadrantis IK, à perpendiculo versus oculum, & cum angulus DHI, æqualis sit angulo DGF, externus interno. Eodem modo EF, Tangens erit anguli EGF, complementi alterius anguli obseruationis GEF. At ED, differentia inter eas Tangentes existeret. Si igitur fiat,

c 29. primi.

ut ED, differentia inter Tangentes angulorum, qui complementa sunt angulorum obseruationum,

ad DF, Tangentem complementi anguli obseruationis GDF, in propinquiore statione, hoc est, ad Tangentem minorem:

Ita ED, differentia stationum nota in aliqua mensura vulgari

ad aliud hoc est, ad DF,

Distantiæ inuentio alia per tangentes.

procreabitur distantia minor quæsitæ DF, vel AB, in eadem mensura differentiæ stationum: cui si addatur differentia stationum ED, nota quoque fiet distantia maior EF.

3 Rursus



a 4. sexti.

3 Rursus a si fiat.

Vt DN, si ad NO, Tangentem anguli Ita DF, distantia ad aliud, hoc  
 nus totus GDF, in propinquo statione: inuenta minor est, ad FG;

Altitudinis  
 inuentio per  
 tangentes.  
 b 4. sexti.

Inuenietur altitudo FG, in mensura distantie inuentae DF, minoris, cui si ad-  
 datur mensuris statura FB, cognita erit tota altitudo BG. Item b si fiat,

Vt EM, si ad MH, tangentem anguli GEF, ita EF, distantia ad aliud, hoc  
 nus totus in remotiore statione: inuenta maior est, ad FG;

Altitudinis  
 inuentio a-  
 lia per tan-  
 gentes.

reperiatur eadem altitudo FG, in mensura distantie inuentae EF, maioris, cui  
 si addatur statura mensuris FB, nota fiet tota altitudo BG.

## A L I T E R

c 32. primi.

d 10. Triang.  
rectil.

4 SI per solos sinus idem expedire lubeat, erit operatio aliquanto lon-  
 gior. Primum enim inuenienda est utraque hypotenusa E G, D G, in aliqua  
 mensura nota, hoc modo. c Quoniam angulus GDF, aequalis est duobus an-  
 gulis E, EGD: si angulus E, in remotiore statione observatus dematur ex angu-  
 lo GDF, in propinquo statione deprehenso, reliquus fiet angulus E G D,  
 differentia nimirum inter duos angulos observationum. d Quod si fiat,

Vt sinus anguli EGD, ad ED, dif- Ita sinus anguli DEG, ad D G,  
 ferentia inter angu ferentiam sta vel. Ita sinus anguli E- vel  
 los duos observatio- tionum no- DG, complementi anguli ad E G,  
 num tam: GDF, ad duos rectos,

Inuentio  
 Hypotenu-  
 saram.

e 10. triang.  
 rectil.

producetur tam DG, quam EG, nota in partibus differentie stationum. Igi-  
 tur e si fiat,

Vt sinus to- ad hypotenu- Ita sinus anguli DGF, complementi ad DF,  
 tus anguli sam DG, pro anguli observationis in propinquo-  
 recti F, xime inuenta re statione

Distantie in  
 uentio per  
 solos sinus.  
 f 10. triang.  
 rectil.

nota fiet distantia D F, cui si adjiciatur differentia stationum E D, cognita  
 etiam erit longior distantia EF. quam inuenies quoque, si fiat,

Vt sinus to ad hypotenusam EG, nuper inue- Ita sinus anguli EGF, complemen ad EF.  
 tus anguli EG, nuper inue- ti anguli observationis in remo-  
 recti F, tam tiore statione

g 10. triang.  
 rectil.

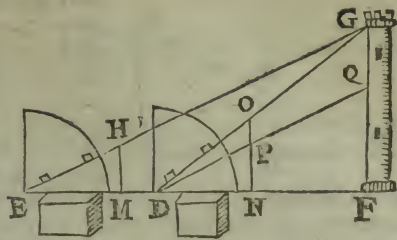
Altitudinis  
 inuentio per  
 solos sinus.

Altitudo autem F G, per solos sinus inuenietur, g si fiat,

Vt sinus to ad hypotenusam EG, Ita sinus anguli E, observari ad FG,  
 tus anguli vel ad hypotenusam minoris, vel Ita sinus anguli  
 recti F, DG: GDF, observari maioris ad FG.

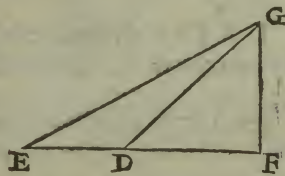
5 PER Quadrantem stabilem eodem modo dimensio fit: solum anguli  
 obser.

obseruationū in duabus statio-  
nibus hac ratione inuestiga-  
tur. Collocato Quadrante su-  
pra basem aliquam planam,  
Horizonti æquidistantem, ita  
vt rectus sit ad Horizontem.  
quod beneficio alicuius perpē-  
diculi efficies. Collocato, in-  
quam, hoc modo Quadrante,  
eleua dioptram, donec per fo-  
ramina pinnaculorum fasti-  
gium G, videas. Ita enim in propinquiore statione D, angulus obseruationis  
erit GDF; In remotiore vero GEF. Vtrumque autem metietur arcus Qua-  
drantis inter rectam EF, & dioptræ lineam fiduciæ. Reliqua omnia fient, si-  
cut in Quadrante pendulo, vt figura demonstrat. Solum ad altitudinem FG,  
inuentam adijcienda erit altitudo basis; cui impositus est Quadrans, non au-  
tem statura mensoris, nisi altitudini basis sit æqualis.



6 I A M vero sine numeris, id est, sine multiplicatione ac diuisione nu-  
merorum omnia hæc explorari poterunt, (quod ijs, qui parum in numeris,  
& vsu sinuum, Tangentium, ac secantium exercitati sunt, pergratum fore  
non dubito.) hoc modo. In charta aliqua, vel plano construatur figura illi  
omnino similis, quam ab oculo vsque ad altitudinem supra concepimus esse,  
construam; quod ita fiet. Ex instrumento partium cap. i. superioris libri  
fabricato, vel (si instrumentum non adsit) ex aliqua recta in particulas plu-  
rimas æquales diuisa capiantur circino tot particulæ æquales, quot palmi,  
vel pedes inter duas stationes comprehenduntur; transferaturque interual-  
lum illud circini in rectam quamcunque ex E, in D; atque in D, & E, om-  
ni adhibita diligentia, anguli obseruationum GDF, GEF, primæ, & secun-  
dæ stationis fiant: Punctumque G, in quo rectæ DG, EG, conueniunt, dili-  
genter notetur, (Ne in hoc puncto erretur, propter obliquam sectionem,  
docebimus in sequenti lemmate, quo pacto exquisitissime deprehendi possit,  
Nisi enim hoc fiat, mensuræ non inuenien-  
tur accurate) ex quo perpendicularis de-  
mittatur GF. Figura ita constructa, si rectæ  
DE, EF, FG, DG, EG, per circinum trans-  
portentur in latus 100. partium prædicti in-  
strumenti, vel in dictam rectam in plurimas  
partes æquales diuisam, illico apparebit,  
quot particulæ inter pedes circini includan-  
tur. Atque tot palmos, aut pedes quælibet illarum rectarum complectetur,  
quot particulæ in earum interuallis deprehensæ fuerint.

Problemæ  
hoc i. quo  
pacto sine  
numeris ab  
soluatur.



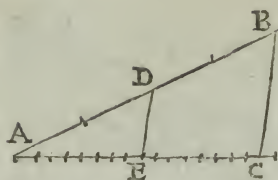
## A L I T E R

7 I D E M assequuntur via quadam generali, quæ in omnes dimensio-  
nes quadrat, videlicet. Fiat angulus quicunque BAC. Deinde sumpta  
verbi gratia, in exemplum regula trium Num. i. huius propositionis, ac-  
cipiatur primæ quantitati OP, (hoc est, differentiæ Tangentium angulo-  
rum

H rum



**Problema.**  
hoc r. qua  
ratione ali  
ter sine nu  
meris abso  
luatur.



24. *Sexti.*

rum obseruatorum) æqualis; vel si nimis parua est, multiplex AD. (Nos duplam accepimus) Item secundæ PN, (hoc est, Tangenti minoris anguli) æqualis, vel æque multiplex cum AD, nimirum DB. Post hæc ex instrumento partium capiantur tot particulæ AE, quot palmi, aut pedes in ED, differentia statim continetur. Ducta autem recta DE, agatur ei parallela BC. Nam quot partes instrumenti partium includet intervallum EC, tot palmos, aut pedes distantia DE, complectetur; cum quatuor quantitates AD, DB, AE, EC, proportionales sint.

Eodem modo procedes in alijs exemplis, hoc obseruato, ut quando sinus alicuius anguli in regula trium reperitur, accipias ex tabula sinuum finum, abiectis quinque figuris, ut sinus totus sit 100. Verbi gratia. In ultimo exemplo Num. 4. recta AD, sumenda esset æqualis 100. particulis instrumenti partium, nimirum sinui toti. At DB, æqualis hypotenuse EG, vel DG, in figura Num 6. Et AE, si angulus E, est grad. 30. Min. 15. æqualis  $50\frac{4}{10}$ . ferme particulis: quia tantus est sinus grad. 30. Min. 15. Vel si angulus GDF, est grad. 53. Min. 20. accipienda esset AE, æqualis particulis  $80\frac{2}{5}$ . fere. Ita enim intervallum EC, dabit tot palmos, aut pedes rectæ FG, quot particulæ in eo comprehenduntur. Et sic de cæteris.

QUANDO autem tota regula 100. partium est nimis longa, sumi potest pro sinu toto quoduis intervallum inter 100, & 100. dummodo respectu huius sinus totius accipiantur postea sinus, ut cap. 1. lib. 1. Num. 12. declarauimus.

POTERIS autem nonnunquam ordinem immutare, ponendo nimirum secundam quantitatem DB, in recta AC; & tertiam AE, in recta DB, prout videlicet id expedire cognoueris ad parallelas DE, BC, ducendas.

### L E M M A.

**DATIS** duabus rectis ad inuicem inclinatis, punctum, in quo conueniant, inuenire.

QUOD hic proponitur, demonstratum à nobis fuit lemmate 13. lib. 1. nostri *Astronomij* pluribus vijs. Sed quia eius insignis est utilitas in puncto



concurfus duarum rectarum exquirendo, demonstrabimus illud ipsum hoc loco paulo aliter. Sint ergo dua rectæ AB, CD, oblique se in concursu E, secantes. Ex quolibet punctis E, F, G, utcumque in altera earum assumptis describatur versus alteram ad quodcunque idem intervallum arcus HI, KL, MN, ex quibus

arcus

arens quadrante minores abscindantur in  $L, N$ , pñtis, per qua ex centris recta egrediantur secantes  $CD$ , in  $O, P, Q$ . Sumptis deinde in  $E I$ , producta ipsi  $EO$ , tot partibus aequalibus usque ad  $R$ , quot satis esse uidebuntur, ut recta ex  $R$ , versus concursum ducta non valde oblique ipsas rectas secet, accipiantur in  $FL, GN$ , productis totidem partes ipsis  $EP, PQ$ , aequales usque ad  $S, T$ . Dico tam rectam  $RS$ , quam  $RT$ , & quā  $ST$ , in punctum  $B$ , concursus eadere, ita ut puncta  $R, S, T, B$ , in una recta linea iaceant. a Quoniam enim anguli  $E, F, G$ , aequales sunt, erunt recta  $ER, FS, GT$ , parallela. c Cum ergo  $ER, FS, GT$ , easdem proportionibus habeant, quas  $EO, FP, GQ$ , hoc est, d  $EB, FB, GB$ , habent, e cadent recta  $RS, RT, ST$ , in punctum  $B$ , quod est propositum.

HOC ergo lemma si adhibeatur, satis exquisite in superiore figura Num. 6. punctum concursus  $G$ , deprehendetur, proindeque mensura rectarū, quas sine numeris inuenire docuimus, non multum a vero aberunt.

8 VERVM commode obliquam illam sectionem in concursu  $G$ , vi-  
tabimus, si figuram hoc alio modo construamus, Fiat in figura Num. 6. an-  
gulus rectus  $EFG$ , & in quolibet puncto  $G$ , ubi concursum esse volumus, con-  
stituatur anguli  $EGD, FGE$ , aequales complementis angulorum obseruationum. Ita enim  $DE$ , respondebit differentia stationum, &c Quocirca si cegi-  
terur  $DE$ , secta in tot partes aequales, quot palmi, vel pedes in differentia  
stationum fuerunt assumpti, cognoscemus per ea, quae ad finem Num. 1. cap.  
1. lib. 1. docuimus, quot ex ijs partibus in distantijs  $DE, EF$ , & in altitudi-  
ne  $FG$ , atque hypotenuse  $GD, GE$ , comprehendantur. Atque hoc modo pun-  
ctum concursus  $G$ , dubium, aut incertum esse non potest, cum illud ante om-  
nia elegerimus.

## S C H O L I V M.

Vt etiam pro tyronibus semel explicemus, quid per nostrum loquendi mo-  
dum intelligamus, cum dicimus verbi gratia, Num. 1. huius problematis, Fiat.

Ut  $OP$ , differentia inter ad  $PN$ , vel  $HM$ , Ita  $ED$ , diffe- ad  $DF$ :  
tangentes angulorum Tangētē mino- rentia statio-  
obseruationum rem. num

Sciendum est, nos hoc modo redigere opus ad terminos regulæ trium. Qua  
propter si iuxta tenorem regulæ numerus in tertio loco positus ducatur in-  
eum, qui secundum locum occupat, hoc est, differentia stationum in propo-  
sito exemplo multiplicetur per Tangentem minorem, productusque nume-  
rus per eum, qui in primo loco collocatur, id est, per differentiam Tangen-  
tium, diuidatur: (nisi quando primus numerus est sinus totus. Tunc enim di-  
uisio non fit, sed ex producto quinque figuræ abijciuntur, vel septem, prout  
sinus totus statuitur 100000. vel 10000000.) procreabitur in quotiente quar-  
tus numerus, qui quæritur, nimirum distantia  $D F$ . Eademque est ratio de  
cæteris.

## C O R O L L A R I V M I.

ITA QVE quando distantia à loco mensuris vsque ad altitudinem,

H 2

igno-

a 27. Tertij.  
b 28. Primi  
c 15. Quin.  
d 4. Sexti, et  
permutado.  
e schol. 4. sex  
ii.

Quo pacto  
in fig Num.  
6 obliqua se-  
ctio in pun-  
cto concur-  
sus  $G$ , vici-  
tur.

Altitudinis  
inuentio per  
unicam sta-  
tionem, quā  
do distan-  
tia nota  
est.





# LIBER SECVNDVS. 61

IK, ad FA, ita quoque est EK, ad EF. Igitur erit, vt tota GL, ad totam GF, ita EK, vel LM, ex GL, ablata, ad EF, ex GF, ablatam; *a* ac proinde erit etiā vt GM, ex GL, reliqua ad GE, ex GF, reliquam, ita tota GL, ad totam GF, hoc est, *b* ita LH, sinus totus, ad FA. Quamobrem si fiat,

*Vt GM, differentia Tangentium GL, EK, complementorum angulorum observationum* *ad GE, differentiam stationum.* *ita LH, sinus totus.* *ad FA,*

inuenta erit altitudo FA, in partibus differentię stationum, cui si adijciatur FB, statura menforis, tota altitudo AB, nota euadet.

*a* 19. quinti  
*b* 4. sexti & permutado.

Altitudinis inuētio per Tangentes.

## 2 ITEM si fiat.

*Vt GM, differentia Tangentium complementorum angulorum observationum.* *ad GE, differentiam stationum.* *ita GL, Tangens complementi anguli observationis in remotiori statione* *ad GF,*

efficietur nota GF, distantia maior, quandoquidem paulo ante demonstratum est, esse GM, ad GE, vt GL, ad GF. Quod si ex GF, inuenta detrahatur GE, differentia stationum, nota relinquetur EF, distantia minor.

Distantię inuētio.

## ALITER.

3 SI per solos sinus dimensio instituat, inuestiganda primum erit alterutra hypotenusarum GA, EA, vel vtraque. hoc scilicet modo *c*. Quoniam angulus AEF, duobus G, GAE, æqualis est, si angulus G, in remotiore statione tollatur ex angulo AEF, in statione propinquire, reliquus fiet angulus GAE, differentia inter duos angulos G, AEF observationum.

*c* 32. primi.

*d* 10. trian. rectil.

*d* Ergo si fiat,

*Vt sinus anguli GAE, differentia inter duos angulos observationū* *ad GE, differentiam stationū:* *ita sinus anguli AGE, vel ita sinus anguli GEA, complementi anguli AEF, ad duos rectos.* *ad AE,* *ad GA,*

nota fiet tam AE, quam AG, in partibus differentię stationum.

Hypotenusarum inuētio.

*e* Si igitur fiat.

*Vt sinus totus anguli F,* *ad rectam EA:* *ita sinus anguli AEF, in propinquire statione,* *ad AF,*  
*ad rectam GA, proxime inuētiā* *ita sinus anguli AGF, in remotiore statione* *ad AF,*

gigne-



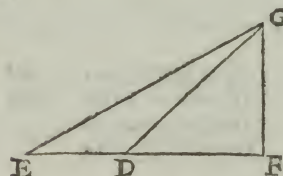
Altitudinis  
inuentio per  
solos sinus.  
4. triang.  
rectil.

gignetur altitudo  $AF$ , & si adiungatur  $FB$ , statura menforis, tota altitudo  $AB$ , efficietur nota.  
DISTANTIA autem vtraque  $EF$ ,  $GF$ , per solos etiam sinus inueni-  
tur, & si fiat.

Distantia in  
uentio per  
solos sinus,  
 $F$ .

ut si  
nus to  
tus an  
guli  
recti  
sam  $EA$ .  
vel  
ad hypotenu-  
sam  $GA$ :

ita sinus anguli  $EAF$ , complementi  
anguli in propinquiore statione,  
vel  
ita sinus anguli  $GAF$ , complementi  
anguli in remotiore statione.



4 SINE numerorum multiplicatione  
ac diuisione eadem inuestigabuntur, si illi  
figuræ, quam ab oculo menforis ad altitudi-  
nem vsque concepimus esse constituendam,  
similem omni diligentia constituamus, ut  
Num. 6. & 8. præcedentis problematis 1.  
diximus, ut manifestum, est si in ea figura  
Num. 6. altitudo intelligatur  $FG$ , & distan-  
tiæ  $FD$ ,  $FE$ , &c. Idemque efficies per ea, quæ Num. 7. eiusdem problematis  
1. tradita sunt.

## COROLLARIUM I.

Distantia  
inuentio per  
vnicam sta-  
tionem, quan-  
do altitudo  
nota est.  
b 4. triang.  
rectil.

ITAQUE si altitudo fuerit nota, inuenietur distantia per vnicam  
stationem, & si fiat.

ut sinus  
totus  $AF$ ,  
ad Tangentem  $FE$ , complementi  
anguli in propinquiore statione:  
vel  
ad Tangentem  $FG$ , complementi  
anguli in remotiore statione:

ita altitu-  
do nota  
 $AF$ ,  
ad distan-  
tiam  $FE$ ,  
vel  
ad distan-  
tiam  $FG$ .

ITEM si distantia nota fuerit, reperietur altitudo per vnicam quoque  
stationem, si fiat,

ut sinus to-  
tus  $GF$ ,  
ad  $AF$ , Tangentem anguli  $G$ ,  
observati in remotiori statione:

ita  $GF$ , distan-  
tia nota  
ad  $AF$ , al-  
titudinem

Vel

ut sinus to-  
tus  $EF$ ,  
ad  $AF$ , Tangentem anguli  $E$ ,  
observati in statione propin-  
quiore:

ita  $EF$ , distan-  
tia nota,  
ad  $AF$ , al-  
titudinem.

## COROLLARIUM II.

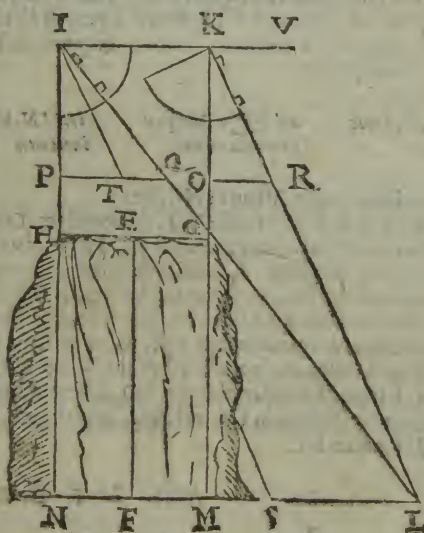
MANIFESTUM etiam est, si punctum  $A$ , sit cacumen alicuius mons-  
tis,

els, eodem pacto inuestigari posse lineam perpendicularem AF, quæ ex cacu-  
mine in Horizontis planum demittitur: si nimirum duæ stationes fiant in E, G.

Ex vertice montis, aut turris, in cuius summitate  
duæ stationes fieri possint, e quibus signum aliquod  
in Horizonte appareat, altitudinem ipsius montis,  
turrisue dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distan-  
tiam à turris basi, vel perpendiculo montis ad signū  
illud inuestigare.

## PROBLEMA III.

**S**IT mons, aut turris GHNM, cuius altitudo perpendiculum EF, vel  
etiam la rus turris GM, vel HN. Eligantur duæ stationes in G, H; & ab oculo  
menforis tam in I, quam in K, posito cerni possit signum L, in Horizonte,  
vel plano, cui turris, aut mons insistit. Dirigatur latus Quadrantis penduli,  
in quo pinnacidia, versus L, diligenterque angulus K, notetur, quem arcus  
Quadrantis inter latus pinnacidiorum, & filum perpendiculi libere penden-  
tis determinat. Eodemq. pacto angulus I, obseruetur. Per Quadrantem  
stabilem vterque obseruabitur, si vnum eius latus ad Horizontem sit rectum,  
(quod tum demum fiet,  
quando filum perpendi-  
culi ex centro pendens  
illi lateri adhaerebit) &  
dioptra attollatur, donec  
per pinnacidiorum fora-  
mina signum L cerni pos-  
sit. Nam arcus inter dictū  
latus, & lineam fiduciae in  
dioptra angulum obser-  
uationis metietur. Intel-  
ligatur quoque filum per-  
pendiculi in vtroque situ  
Quadrantis penduli,  
vel latus quadrantis stabi-  
lis ad Horizontem rectū  
productum vsque ad ba-  
sem montis, aut turris ad  
M, N. Sumptis deinde re-  
ctis æqualibus KO, IP,  
pro sinibus totis, ducan-  
tur PQ, OR, ad IN, KM,  
perpendiculares, & quæ



a 28. primi.

para-



- parallelæ erunt plano Horizontis, hoc est, rectæ NL; & Tangentes angulo-  
rum obseruationum I, K. a Ipsæ autem HN, GM, altitudini EF, æquales erūt.  
a 34. primi. Et quoniā in triangulis INL, KML, anguli recti N, M, sunt æquales, & ILN,  
minor quam KLM, pars toto; erit reliquus NIL, reliquo KML, maior, ideoq.  
& Tangens PQ, Tangente OR, maior. Abscissa ergo PT, ipsi OR, æqualis;  
b 4. sexti. b quia est, vt IP, sinus totus ad PQ, Tangentem maioris anguli obseruationis,  
ita IN, ad NL: erit permutando, vt IP, ad IN, ita PQ, ad NL. Eademque  
c 34. primi. ratione erit, vt KO, ad KM, hoc est, vt IP, ad IN, c (cum KO, KM, ipsi IP, IN,  
sint æquales) ita OR, hoc est, ita PT, ad ML; atque ideo erit, vt PQ, ad NL,  
ita PT, ad ML. Quia ergo est, vt tota PQ, ad totam NL, ita PT, ablata ad  
d 19. quinti. ML, ablata, d erit quoque reliqua TQ, differentia Tangentium, ad reli-  
e 34. primi. quam NM, differentiam stationum, e (quod NM, HG, æquales sint.) vt tota  
f 4. sexti. PQ, ad totam NL, f hoc est, vt IP, ad IN. Quamobrem si fiat.

Vt TQ, differentia inter Tangentes angulorū obseruationū ad NM, vel HG, differentiam stationum: ita sinus totus IP, ad IN,

Altitudinis reperiatur recta IN, ex qua si dematur IH, statura mensuris, nota relinquetur  
inuentio. HN, vel EF, altitudo quæ sita. Et si rursus fiat,

Vt TQ, differentia Tangentium ad NM, vel GH, differentiam stationum: ita PQ, Tangens maior ad NL, distantiam.

Distantiæ nota fiet distantia NL; à qua si subtrahatur NF, vel HE, quam metiri licebit,  
inuentio. cognita relinquetur FL, distantia à perpendiculo montis. Vel si dematur  
g 4. sexti. NM, differentia stationum, nota relinquetur distantia ML, à turri vsque ad  
L. Item g si fiat.

Vt IP, sinus totus ad PQ, Tangentem maiorem: ita IN, paulo ante inuenta ad NL, distantiam,

inuenietur rursus distantia NL, &c.

- 2 VERVM ita esse TQ, differentiam Tangentium ad NM, vel HG, differentiam stationum, vt est PQ, Tangens maior ad distantiam NL, vt paulo ante ostensum est, facilius demonstrabimus, si ducatur recta IT, quæ producta fecerit NL, in S. Nam in triangulis IPT, KOR, duo latera IP, PT, duobus lateribus KO, OR, æqualia sunt, angulosque continent æquales, vt pote rectos. b Igitur anguli T, R, æquales sunt: i ideoque KL, IS, parallelæ. k Et quia ducta IK, æqualis est & ipsi SL, & differentie stationum HG, vel NM, l liquido constat, ita esse TQ, differentiam Tangentium ad SL, quæ differentia stationum IK, vel HG, æqualis est, vt est PQ, Tangens maior ad distantiam NL,  
b 4. primi.  
i 28. primi.  
k 34. primi.  
l schol. 4. sexti.

#### A L I T E R

- 3 PER solos sinus ita Problema efficiemus. Primum inquiremus hypotenusas

tenuſas IL, KL, hoc modo. *a* Quoniã angulus LKV, duobus angulis LIK, ILK, æqualis eſt; ſi L I K, angulus complementi maioris anguli obſervationis LIN, auferatur ex LKV, angulo complementi minoris anguli obſervationis LKM, reliquus fiet angulus ILK. *b* Si ergo fiat.

*a* 32. primi.

*b* 10. triag. rectil.

*Ve ſinus anguli I L K, ad I K, Ita ſinus anguli I K L, conſtati ad I L, differentia inter duos differē- ex recto, & angulo obſervationi angulos complemento- riã ſta nis minore, vel rum angulorum obſervationum: Ita ſinus anguli L I K, cõplemē- ſi maioris anguli obſervationis. ad K L,*

euadet nota tam I L, quam kL, in meſura differentiæ ſtationum. *c* Igitur ſi fiat,

Hypotenuſarum inuētio.

*c* 10. triag. rectil.

*Ve ſinus totus ad Hypotenuſã proxime inuentam IL, Ita ſinus anguli ILN, complementi maioris anguli obſervationis ad IN,*

Vel

*Ve ſinus totus ad hypotenuſã KL, Ita ſinus anguli KLM, cõplemē ad anguli recti M, nuper inuentam: ſi minoris anguli obſervationis KM,*

Altitudinis inuentio per ſolos ſinus

cognita fiet altitudo IN, vel KM, ex qua ſi dematur ſtatura meſoris, altitudo quæſita reſinquetur HN, vel GM, hoc eſt, EF.

DISTANTIA autem vtraque NL, ML, reperietur, ſi fiat,

*d* 10. triag. rectil.

*Ve ſinus totus ad Hypotenuſã inuentã ſum inuentã obſervati NIL, vel ad NL, diſtantiã. N, vel M, IL, vel KL, Ita ſinus anguli minoris obſervati MKL, ad ML, diſtantiã*

Diſtantiæ inuētio per ſolos ſinus

4 SINE numeris eadem rectæ IN, NL, IL. KL, &c. reperientur, vt in ſuperioribus: ſi nimirum (vtetur figura huius problematis, ne nouam conſtruere cogamur) ſumpta recta IK, tot partium, quot palmi, pedesue in differentia ſtationum exiſtunt, fiant anguli VKL, VIL, complementorum angulorum MKL, NIL, obſervationum, & concurſus L, notetur, ex quo ducatur LN, ipſi IK, parallela, & ad hanc perpendicularis in I, excitetur I N, &c. Vel ſi angulus rectus conſtituatur INL, & in aſſumpto puncto L, vbi concurſum eſſe volumus, fiat tam angulus N L I, complementi maioris anguli obſervationis, quam angulus NLK, complementi minoris anguli obſervationis, &c. Reliqua autem fiant, vt in problemate 1. Num. 6. & 8. dictum eſt. Idemque efficies per ea, quæ Num. 7. in eodem problemate 1. ſcripſimus.

Quo pacto problema cõficiatur ſi ne numeris

EX VERTICE MONTIS, VEL TVRRIS  
per duas ſtationes in aliqua haſta erecta, vel in duabus fenestris turris, quarum vna ſupra aliam exiſtat,

I. fact 25



factas, è quibus signum aliquod in Horizonte videri possit, altitudinem ipsius montis, aut turris metiri. Atque hinc distantiam quoque à perpendiculo montis, vel turris usque ad signum visum cognoscere.

## PROBLEMA IIII.

NON possunt aliquando commodè duæ stationes in summitate montis, vel turris fieri. Quare tunc ita agendum erit.

Sit altitudo AB, supra planum BC, mensuranda ex summitate A. Erigatur hasta aliqua quolibet palmorum, aut pedum. Et primum inspiciatur signum C, in plano per angulum BDC; Deinde idem inspiciatur ex loco superiore hastæ per angulum BEC. Vterque autem angulus observabitur vel per quadrantem pendulum, ut in priori angulo vides, vel per stabilem cum dioptra, ut in posteriori. Sumptis quoque æqualibus DF, EG, pro sinibus totis, ducantur ad EB, perpendiculares FH, GL, pro Tangentibus angulorum observationum. Ducta autem DL, ipsi EC, parallela secante FH, in K: quoniam anguli BDL, & E, æquales sunt, & FG, recti, nec nō & latera adiacentia DF, EG, æqualia; erunt latera FK, GL æqualia: atque adeo KH, differentia Tangentium. Quia vero ex scholæ propositionis 4. lib. 6. Eulidæ est, ut KH, ad FK, ita LC, ad BL: & ut autem LC, ad BL, ita est, ED, ad BD, erit quoque ut KH, ad FK, ita ED, ad DB. Si igitur fiat,

a 29. primi

b 26. primi

c 1. sexti

ut KH, differentia inter Tangentes angulorum observationum ad FK, vel ad GL, Tangentem minorem. Ita ED, spatium inter angulos observationum, quod notum esse potest per aliquam mensuram, ad DB,

Altitudinis inuentio

inuenietur DB, ex qua si dematur portio hastæ AD, inter altitudinis fastigium A, & inferiorem angulum observationis D, nota relinquetur altitudo proposita AB.

d 4. sexti.

EODEMQVE modo in turri eadem altitudo deprehendetur, si pro hasta AE, duæ fenestæ eligantur, è quibus signum C, sub iisdem angulis videatur, ut patet. Sed tunc altitudini DB, inuentæ (si fenestæ sint D, E,) adijcienda est portio turris inter punctum D, fenestæ inferioris, & turris fastigium E, ut tota altitudo turris habeatur EB. d Et si fiat,

Distantiæ inuentio.

ut DF, sinus totus ad FH, Tangentem minorem. Ita DB, altitudo inuentæ ad BC, ita inuenta erit distantia BC.

ALI-

## A L I T E R

2 POSITO sinu toto CB, erit BE, Tangens anguli BCE, complemen-  
ti minoris anguli obseruationis E, & BD, Tangens anguli BCD, comple-  
menti maioris anguli obseruationis D; ideoque DB, differentia illarum Tan-  
gentium. Quamobrem si fiat,

*Vt DE, differentia Tan- ad DB, Tangen- Ita DE, differentia ad DB,  
gentium complementorū tem minorem: stationum oculorū  
angulorū obseruationū*

prodibit altitudo DB, cognita ab oculo in prima statione vsque ad basem  
altitudinis, &c.

Altitudinis  
inuentio alia

## A L I T E R

3 VT per solos sinus instituitur operatio, inuestiganda prius est vera-  
que hypotenusa CD, CE, vel alterutra earum, hoc modo. a Quoniam an-  
gulus BDC, duobus E, & DCE, æqualis est, si minor angulus obseruationis  
E, ex maiori angulo obseruationis BDC, subtrahatur, notus relinquetur an-  
gulus DCE. b Itaque si fiat,

a 9. primæ

*Vt sinus anguli DCE diffe ad DE, differen- Ita sinus minoris ad CD,  
rentie angulorum obserua- riam stationum anguli obserua-  
tionum*

b 10. Triang.  
rectil.

*Vel  
Ita sinus anguli ad CE,  
EDC, complemen-  
ti maioris anguli  
obseruationis ad  
duos rectos,*

Hypotenu-  
sarum inue-  
ntio.

reperietur tam hypotenusa CD, quam CE, in partibus differentiarum statio-  
num DE. c Quapropter si iam fiat,

c 10. Triang.  
rectil.

*Vt sinus to- ad hypotenu- Ita sinus anguli BCD, complemen- ad DB,  
tus anguli sam CD, ti maioris anguli obseruationis  
recti B, BDC,*

*Vel  
ad hypotenusā CE, proxime inuentam: Ita sinus anguli BCE, comple- ad EB,  
menti minoris anguli obserua-  
tionis E;*

cognita erit vtraque altitudo DB, EB, &c. Si autem fiat,

Altitudinis  
inuentio per  
solos sinus.

I 2 Vt



*Vt sinus totus an* *ad Hypotenusam* *Ita sinus anguli D, ma-* *ad BC,*  
*guli recti B,* *CD,* *ioris obseruati,*  
*Vel* *Vel*  
*ad hypotenusam* *Ita sinus anguli E, mino* *ad BC,*  
*CE, nuper inuēti* *ris obseruati.*

cognoscetur quoque distantia BC, per solos sinus.

Distātia in-  
 uentio per  
 solos sinus.

Problematis  
 solutio si  
 ne numeris

4. ABSQVE numeris problema efficiemus, vt in præcedentibus, si nimirum in recta EB, sumatur portio ED, tot partium æqualium, quot palmi pedesue in ED, differentia stationū oculorum existunt, & tam angulus E, minor obseruationis, quā BDC, maior constituatur, concursusq. C, notetur, à quo ad EB, perpendicularis ducatur CB, &c. vel si angulus rectus efficiatur B, & in quouis puncto C, vbi optamus esse concursum, constituatur tam angulus BCD, complemento maioris anguli obseruationis, quam angulus BCE, complemento minoris anguli obseruationis æqualis, &c. Reliqua autem absoluantur, vt in Problemate 1. Num. 6. & 8. dictum est. Idemque efficiet per ea, quæ ibidem, Num. 7. explicata sunt.

#### COROLLARIUM

IGITVR si distantia signi ex turre visi vsque ad turrim nota fuerit, nimirum recta CB, reperietur altitudo turris per vnicam stationem in fastigio A, factam: a si videlicet fiat,

4. Triang.  
 rectil.

*Vt sinus to* *ad ED, Tangentē anguli BCD, qui cō* *Ita distātia* *ad BD,*  
*tus CB,* *plementum est anguli obseruationis D,* *nota CB,*

Et si ex inuenta BD, auferatur mensoris statura AD, nota relinquetur altitudo turris BA.

Altitudinis  
 inuētio per  
 vnicam sta-  
 tionem quā  
 do distātia  
 nota est.

#### VEL PER SOLOS SINVS

*Vt sinus anguli* *ad distantiam* *Ita sinus anguli BCD, cōple-* *ad BD*  
*obseruationis D,* *CB, notam* *menti anguli obseruationis D.*

QVOD si oculus D, statuatur in aliqua fenestra turris, adijcienda erit portio turris inter oculum, & fastigium ad altitudinem DB, inuentam. Itaque conficietur tota altitudo turris EB, si fastigium sit E, vt perspicuum est.

EX VERTICE MONTIS, AVT TVRRIS  
 altitudinem ipsius, si in plano, cui insistit, spatium aliquod è directo mensoris notum sit, deprehendere.

PRO-

LIBER SECVNDVS. 69  
PROBLEMA V.

1 QVANDO spatium aliquod DE, è directo mēforis à monte vel turri remotum fuerit notum, metiemur ipsam altitudinem FG, e fastigio G, hac ratione. Inspiciantur termini D, E, per angulos FG D, FGE, siue per Quadrantem pendulum, siue per stabilem. Et quoniam, posito sinu toto GF, Tangentes angulorum obseruationum sunt DF, EF, ipsarumque differentia DE, spatium propositum: Si fiat,

Vt DE, differentia Tangentiū angulorum obseruationum debitarum ad sinum totum GF: Ita DE, spatium ad GF, notum

manifesta erit altitudo GF, quæsita in partibus spatij noti DE,

A L I T E R

2 PER solos sinus eandem altitudinem GF, adipiscemur, si prius hypotenusam GD, venabimur, hoc modo. a Fiar,

a io. triang. rectil.

Vt sinus anguli DGE, differentia angulorum obseruationum ad DE, spatium cognitum: Ita sinus anguli E, cōplementi maioris anguli obseruationis ad hypotenusam GD,

Numerus enim productus dabit hypotenusam GD, in partibus spatij DE, notam. b Si ergo rursus fiat,

b io. triang. rectil.

Vt sinus totus ad hypotenusam GD, proxime inuentam: Ita sinus anguli D, complementi minoris anguli obseruationis ad GF, altitudinē,

producet altitudo GF, in partibus hypotenusæ GD, siue spatij DE, nota.

Solutio problematis sine numeris

3 SINE numeris agendum erit, vt in problemate 1. declaratum est.  
DISTANTIAM AB OCVLO, VEL PEDE mensoris ad quoduis punctum in aliqua altitudine notatum, per duas stationes in plano factas metiri.

PROBLEMA VI.

1 SIT inquirenda distantia puncti A, in muro GH, siue perpendiculari ad Horizontem, siue inclinato, vel etiam in tecto quopiam; ab oculo B, vel pede C, posita statura mensoris BC. Concipiatur ducta BD, ipsi plano CE,





*Ut sinus anguli BAD, dif- ad BD, diffe Ita sinus anguli ADB, ad AB*  
*ferentia inter angulo. cõ- rentiam sta cõfians ex recto BDE, distantiã*  
*plementorum angulorum tionum; & ex angulo obserua- quesitiã.*  
*obseruationum* *tionis ADE, in propin-*  
*quiore statione*

cognita erit distantia AB, quam quærimus, in partibus differentiarum stationum BD.

QVOD si oculus ponatur in D, & recedatur à puncto D, vsq; ad B, reperietur eodem modo distantia DA, si pro angulo BDA, assumes angulum DBA, complementi anguli ABC, obseruationis in remotiore statione, ut manifestum est. *a* Nam est, ut sinus anguli BAD, differentiarum inter angulos complementorum angulorum obseruationum, ad BD, differentiam stationum: ita sinus anguli DBA, complementi anguli ABC, in remotiore statione, ad DA. *a 10. triang. rectil.*

4 Vt autem distantia CA, a pede ad punctum A, inueniatur, ita progrediemur. Quoniam in triangulo rectangulo ABG, (si ex puncto A, concipiatur ducta ad BC, statutam mensuris perpendicularis AG,) basis AB, nota est per inuentionem, & angulus BAG, notus, quippe cum sit complementum anguli obseruationis ABG; *b* Si fiat,

*Ut sinus ad basem AB, proxi Ita sinus anguli BAG, comple- ad BG,*  
*totus me inuentam; menti anguli obseruationis, rectil.*

cognoscetur BG, in partibus basis AB, hoc est, in partibus differentiarum stationum BD, in quibus AB, inuenta fuit. Ablata autem BG, ex mensuris statuta BC, nota fiet reliqua CG, *c* Item si fiat,

*Ut sinus ad basem AB, ut Ita sinus anguli obseruatio ad AG,*  
*totus per inuentam; nis ABG, rectil.*

nota etiam fiet AG, in partibus eiusdem basis AB, vel differentiarum stationum BD. Quia ergo in triangulo rectangulo ACG, duo latera AG, GC, per inuentionem nota facta sunt; *d* cognoscetur quoque basis AC, quod est propositum. *d 3. triang. rectil.*

5 MANIFESTVM autem est, eodem pacto utramque distantiam AB, AC, reperiri, etiam si punctum A, in plano sit, in quo mensuror consistit, nimirum in Horizonte, qui ponatur transire per rectam AG, ita ut statuta mensuris sit BG. Immo tunc per unicam rationem utraque distantia AB, AG, reperietur. Nam posito sinu toto BG, statuta mensuris AB, secans est anguli obseruationis ABG, & AG, Tangens. Quocirca si fiat,

*Ut BG, si- ad BA, secantem anguli obser Ita BG, statuta ad BA,*  
*mus totus nationis ABG, ra mensuris*  
*Vel*  
*ad GA, Tangentem anguli obseruatio- ad GA,*  
*nis ABG:*

utraque distantia & BA, ab oculo B, & GA, à G, pede mensuris cognita fiet. *6 IAM*



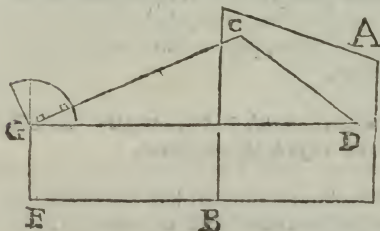
Problema  
quo pacto si  
ne numeris  
soluendum  
sit.

6 IAM vero sine numeris operabimur, ut in præcedentibus, ut manifestum est, si rectè figura construatur, quemadmodum Num. 6. & 8 problematis 1. dictum est.

INTERVALLVM INTER DVO PVNCTA  
in quolibet plano eleuato, siue illud ad Horizontem  
rectum sit, siue inclinatum, metiri.

### PROBLEMA VII.

1 IN plano quolibet eleuato AB, propositum sit intervallum CD, quod ex plano EB, inuestigandum sit. Posito oculo in G, ut statura mensuris sit, GE, inuestigetur per præcedens problema 6. vtraque distantia GC, GD, in



partibus staturæ mensuris GE, siue differentia duarum stationum, è quibus ipsæ distantia inuestigantur. Deinde applicato Quadrante stabili ad oculum G, ita ut eius planum per puncta C, D, transeat, & una eius semidiameter ad punctum D, vergat, (quod fiet, si posita linea fiduciæ dioptræ supra illam semidiameterum, punctum D, per foramina pinnacidiorum conspiciatur) vertatur dioptra, donec per

eam punctum C, appareat, arcusque inter dictam semidiameterum, & lineam fiduciæ interceptus notetur. hic enim angulum G, metietur. Quod si altera semidiameter Quadrantis ultra rectam GC, existat, erit angulus acutus CGD: Si vero altera illa semidiameter citra rectam GC, extiterit, dictus angulus erit obtusus, qui cognoscetur, si ad rectum adijciatur reliquus angulus inter alteram illam semidiameterum, & rectam GC, quem quidem reliquum inuestigabimus per Quadrantem, ut de acuto CGD, diximus, si videlicet in recta CD, mente notemus punctum, in quod altera illa semidiameter incurreret producta. Si namque tunc semidiameter illa rectæ GC, congruat, & dioptra ad illud punctum mente notatum dirigatur, indicabunt gradus inter illam semidiameterum, & dioptram prædictum angulum reliquum. Si denique altera illa semidiameter precise in C, tendat, angulus CGD, rectus erit. Quia ergo in triangulo GCD, obliquangulo latera nota GC, GD, continent angulum notum G, cognoscetur latus CD, per problema 1. triang. rectil. cap. 3. lib. 1.

Problematis  
solutio sine  
numeris,

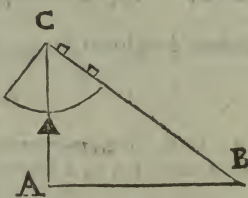
2 ABSQVE numeris facile problema soluetur, si fiat angulus G, æqualis ei, qui per Quadrantem observatus fuit, & in rectis GC, GD, ex instrumento partium tot particulæ sumantur, quot palmi, aut pedes indistantiæ GC, GD, inuenti sunt, &c.

LON-

LONGITVDINEM LINEAE RECTAE,  
quando mensor in vno eius extremo, vel in aliqua  
altitudine nota, quæ perpendicularis fit in eo extre-  
mo ad planum, in quo linea iacet, existens alterum  
extremum videre potest, per Quadrantem compre-  
hendere.

## PROBLEMA VIII.

1 SIT exquirenda longitudo AB, hoc est,  
distantia inter A, & B, setiam si puncta interme-  
dia siue propter tumores interiectos, siue pro-  
pter valles, cerni nequeant, dummodo in ex-  
tremo A, existens mensor, vel in aliqua altitu-  
dine cognita ad planum, in quo linea AB, per-  
pendiculari, ita vt AC, sit vel statura mensoris,  
vel hasta aliqua erecta, vel turris. Inspecito ex-  
tremo B, obseruetur angulus C. Et quia posito si-  
nu toto AC, distantia AB, est Tangens anguli obseruati C: si fiat,



Vt sinus to ad AB, tangentem angu Ita AC, statura menso Ad AB, lō  
tus AC, li obseruati C. ris, vel altitudo nota, gitudinem.

procreabitur longitudo AB, in partibus altitudinis notæ AC. Quæ per solos a 4. triang.  
sinus etiam producet, a si fiat, rectil.

Vt sinus anguli B, cō- Ad AC, staturam men Ita sinus an ad AB, lō  
plementi anguli C, ob soris, vel altitudinem guli C, obser gitudinem  
seruati notam uationis

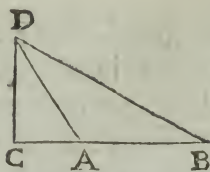
2 SINE numeris eadem longitudo AB, cognoscetur, vt in præcedenti- Solutio pro  
bus dictum est: si videlicet ex instrumento partium accipiat AC, tot parti- blematis si-  
cularum, quot palmi, pedesue in altitudine AC, existunt, constituaturque, ne numeris,  
angulus obseruationis C, ac tandem ad AC, perpendicularis excutetur AB, &c.

LONGITVDINEM, AD CVIVS EXTREMA  
accedere non liceat, dummodo ea appareant, & ipsa  
longitudo producta ad pedes mensoris pertingat, ex  
altitudine aliqua nota dimetiri.

## PROBLEMA IX.

1 SIT longitudo AB, è directo mensoris in C, existentis, ita vt recta  
K BA,





BA, producta transeat per C. Sit quoque CD, vel statura menforis, vel altitudo quæpiam nota. Si igitur per præcedens problema 8. inquiratur vtraq. longitudo CB, CA, & CA, ex CB, detrahatur, reliqua fiet AB, ac proinde cognita.

ALITER

2 POSITO sinu toto CD, si termini A, B, per angulos CDA, CDB, spectentur, erit CA, Tangens minoris anguli, & CB, maioris, at AB, differentia earum Tangentium. Quare si fiat,

*Vt sinus totus CD, Ad AB, differentiam Tangentium angulorum observationum* Ita CD, altitudo nota Ad AB, longitudinem,

efficietur longitudo AB, nota in partibus altitudinis notæ CD.

ALITER

3 PER solos sinus eandem longitudinem AB, cognoscemus: sed prius invenienda est AD, a hac ratione fiat,

a 5. triang. rectil.

*Vt sinus anguli CAD, complementi minoris anguli observationis* ad CD, altitudinem notam: Ita sinus totus ad AD, anguli recti C,

Productus enim numerus dabit AD, notam in partibus altitudinis notæ CD.

b 10. triang. rectil.

b Si ergo rursus fiat,

*Vt sinus anguli CBD, complementi maioris anguli observationis* ad AD, proxime inuentam Ita sinus anguli ADB, ad AB, differentia inter duos angulos observatos longitudinem,

prodibit nota longitudo AB, in partibus rectæ AD, hoc est, altitudinis notæ CD, in quibus recta AD, fuit inuenta.

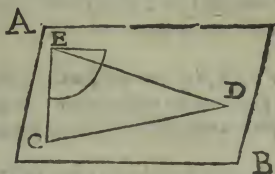
4 SINE numeris rem perficies, quemadmodum in præcedentibus, ut liquet.

LONGITVDINEM TRANSVERSAM  
in Horizonte, cuius vtrumque extremum inspicere potest, notam efficere.

### PROBLEMA X.

1 SIT planum Horizontis AB, in quo iaceat longitudo CD, in transversum, pes autem menforis sit in E, ita ut recta DC, per pedes menforis in E, non transeat. Quando namque longitudo DC, è directo menforis sita est, inue-

inuesti gabitur ea per problema 9. præcedens. Vt ergo transversa longitudo CD, nota efficiatur, inuestiganda primum erit vtriusque puncti extremi C, D, distantia à pede mensoris E, & quidem per unicam stationem in E, factam, vt problemate 6. Num. 5. dictum est. Deinde per Quadrantem cum dioptra angulus CED, exquirendus in plano Horizontis. quod fiet, si Quadrantis planum erectum transeat semel per puncta E, C, & iterum per puncta E, D, vt designari possint partes rectarum EC, ED. Quadrantis enim vno latere incumbente rectæ EC, dioptra, vero rectæ ED, si angulus est acutus, indicabit arcus inter illud latus, ac dioptram, angulum CED. Quod si alterum Quadrantis latus rectæ ED, congruet, erit angulus CED, rectus: Si vero recta ED, ultra alterum latus Quadrantis extiterit, dictus angulus obtusus erit, qui cognitus erit, si recto angulo addatur reliquus inter alterum latus, & rectam ED: Qui quidem reliquus angulus per Quadrantem explorabitur vt de acuto diximus in problemate 7. Atque ita habebimus triangulum ECD, cuius duo latera nota sunt EC, ED, angulumque notum comprehendunt CED. *a* Igitur, & tertium latus CD, cognitum erit.



*a* i. Triang.  
rectil.

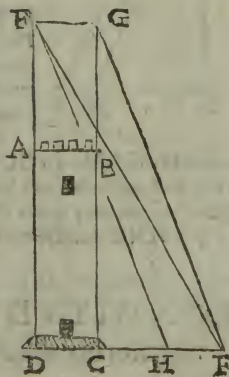
<sup>2</sup> QVO pacto autem sine ope numerorum problema perficiendum sit, traditum est in problemate 7. Num. 2.

### LONGITVDINEM IN HORIZONTE

inter turrim aliquam, & aliud quodpiam signū, ex turri per duas stationes in fastigio factas: vel in duabus fenestris, quarum vna sit sub altera ad perpendicularum, quando spatium inter illas fenestras notum, est, etiam si totius turris altitudo ignota sit, dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere.

### PROBLEMA XI.

<sup>1</sup> QVAMVIS problema hoc solutum iam sit in problemate 3. & 4. occasione altitudinis inquirendæ, libet tamen idem hic per se, & paulo aliter expedire. Sit ergo turris ABCD, & longitudo proposita CE: itatura autem mensoris BG, vel AF. Inspecto extremo E, in prima statione per angulum CGE, & in secunda per angulum DFE, ducatur FH, ipsi GE, parallela. Et quia in triangulis FDH, GCE, anguli D, C, recti sunt, *b* & H, E, æquales *c* latusque FD, lateri GC. æquale: *d* erunt quoque & anguli G, DFH, æquales, & latera DH, CE. Posito autem sinu to-



*b* 29. primi.  
*c* 34. primi.  
*d* 26. primi.

K 2 to



a 34. primi  
to FD, erit DE, Tangens maioris anguli obseruationis DFE, & DH, Tangens anguli DFH, hoc est, anguli æqualis G, in prima statione obseruati: ac proinde HE, differentia erit earum Tangentium, a quæ quidem æqualis est differentiæ stationum FG, vel AB, vel DC. Si igitur fiat,

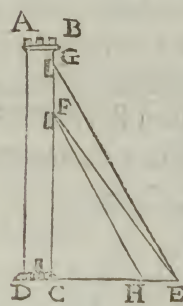
*Vt HE, differentia Tangentium angulorum obseruationum*    *Ad CE, Tangentem minoris anguli obseruationis CGE,*    *Ita HE, vel FG, differentia stationum*    *ad CE, longitudinem,*

gignetur longitudo optata CE, in partibus differentiæ stationum HE, vel FG, &c, Quod si rursus fiat,

*Vt HE, differentia Tangentium angulorum obseruationum*    *Ad FD, si nū totum*    *Ita HE, vel FG, differētia stationum*    *ad FD,*

inuenietur recta FD, à qua si tollatur statura mensoris AF, reliqua fiet altitudo turris AD.

b 29. primi.  
2 SED iam ex duabus fenestris F, G, inspicitur extremum E, per angulos CFE, CGE, ducaturque FH, ipsi GE, parallela. b Quoniam igitur angulus CFH, angulo CGE, æqualis est: si ponatur sinus totus CE, erit CG, Tangens anguli CEG, complementi minoris anguli obseruationis G, & CF, Tangens anguli CEF, complementi maioris anguli obseruationis CFE: at FG, differentia stationum, hoc est, interuallum inter fenestras, differentia erit dictarum Tangentium.  
Qua mobrem si fiat,



*Vt FG, differentia Tangentium complementorum angulorum obseruationum,*    *Ad CE, sinum totum*    *Ita FG, differētia stationum inter fenestras,*    *ad CE, longitudinem positam,*

cognita erit longitudo CE, desiderata. Et si rursus fiat,

*Vt FG, differētia Tangentium complementorum angulorum obseruationum*    *ad GC, Tangentem complementi minoris anguli obseruati*    *Ita FG, differētia stationum inter fenestras*    *ad GC,*

inuenta erit altitudo GC, à superiori fenestra ad basem, in partibus differentiæ stationum, cui si addatur portio GB, à superiori fenestra ad fastigium usque, tota turris altitudo BC, non ignorabitur.

3 SINE auxilio numerorum procedendum est, ut in superioribus.

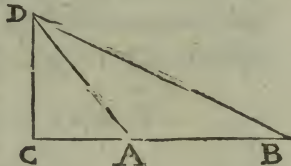
LONGITVDINEM RECTAE E DIRECTO  
mensoris positæ, cuius extremum vtrumque, vel alterum

## LIBER SECVNDVS 77

terum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram accedat menfor, per quadrantem comprehendere:

### PROBLEMA XII.

1 SIT longitudo AB, & menfor in extremo A, constitutus videre non possit alterum extremum, nisi ad dextram sinistramue recedat vsque ad D, punctum, è quo vtrumque extremum cerni possit. Erit igitur longitudo AB, menfori in D, existenti posita in transuersum. Quare ea per problema 10. inuestigabitur.



2 EODEM modo, si menfor existat in C, è directo longitudinis, sed vel neutrum extremum, vel alterum duntaxat intueri possit, longitudinem AB, venabimur. Si namque ex C, ad sinistram, vel dextram procedemus, donec in D, vtrumque extremum videamus, inuenietur transuersa longitudo AB, per problema 10. vt prius. Neque vero refert, siue per angulum rectum BCD, recedatur in latus, siue per angulum acutum B A D, &c.

3 OPERATIO sine numeris instituenda est, vt in superioribus.

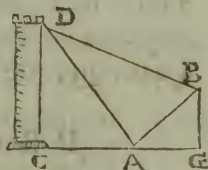
4 QVANDO menfor in A, existens videre potest extremum B, inuestigabitur longitudo AB, per problema 8.

SI autem è directo longitudinis existat in C, & vtrumque etremum cernat, explorabitur per problema 9. eadem longitudo AB.

DISTANTIAM alicuius signi in Horizonte positi, à summitate turris, vel muri alicuius, licet ad ipsum signum accessus non pateat, per quadrantem colligere.

### PROBLEMA XIII.

1 IN Horizontis plano punctum A, distet à summitate D, alicuius altitudinis CD, per rectam AD, quam metiri iubemur, Vbicunque oculus menforis existat, nimirum in B, vt sit statura menforis BG, inuestigentur per problema 6. distantia punctorum A, D, ab oculo menforis B.



Deinde angulus exploretur A B D, quem nobis præbebit Quadrans cum dioptra, si ad oculum ita applicetur, vt eius planum per tria puncta B, A, D, transeat, posito centro in B; atque vnum eius latus rectæ B A, incumbat, dioptra vero ad punctum D, dirigatur, &c. Itaque cum in triangulo BAD, duo latera nota B A, BD, angulum notum contineant B; cognoscetur quoque latus A D.

a 10. Triang. rectil.

2 QVA



2 QVA ratione eadem distantia AD, exquirenda sit absque numeris, docuimus Num. 5. problematis 7.

**ALTITVDINEM INACCESSIBILEM,**  
cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum lineam rectam accedere possimus, aut recedere, vt duę stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis appareat, per Quadrantem explorare.

## PROBLEMA XIII.

1 SIT altitudo AB, ad quam ex C, loco menforis non liceat accedere, aut ab ea recedere secundum lineam rectam, sed solum in latus, verbi gratia vsque ad D, unde basem videre possimus. Inquiratur per problema 10 longitudo transversa AC, ex loco D: inspicaturq. vertex B, ex C, per angulum ACB. Et quia, posito sinu toto AC, altitudo AB, Tangens est anguli observationis ACB, a si fiat,

\* 4. Triang. rectil.

Vt sinus totus ad AB, Tangentem anguli obseruati ACB: Ita longitudo AC, per Ad A B, altitudinem,

prodibit nota altitudo AB, in partibus, in quibus AC, inuenta fuit.

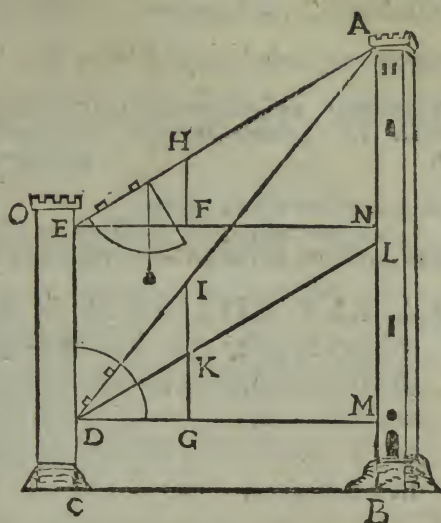
2 NON erit autem difficile problema hoc sine numerorum auxilio excutiri, si superiora præcepta consulantur.

**ALTITVDINEM INACCESSIBILEM,**  
quando neque distantia à loco menforis ad eius basem nota est, neque è directo ipsius duę stationes in plano fieri possunt, neque denique basis appareat, per Quadrantem notam reddere. Atque hinc obiter ipsam quoque distantiam elicere.

## PROBLEMA XV.

1 SIT altitudo AB, locus menforis C, distantia CB, incognita: basis B, non appareat, & à loco C, non liceat accedere ad AB, neque recedere, vt duę stationes fiant in plano. Erigatur hasta CE, si non præstò sit turris aliqua CO, & statura menforis sit CD. Sumpta deinde portione hastæ DE, notarum

rum partium, concipiuntur  
ductæ DM, EN, ipsi CB,  
parallelæ, obseruenturque  
per Quadrantem anguli  
ADM, AEN. Sumptis quo-  
que rectis æqualibus EF,  
DG, pro sinibus totis, eri-  
gantur perpêdiculares FH,  
GI, pro Tangentibus angu-  
lorum obseruationum. Sum-  
pta item AL, æquali ipsi  
DE, ducatur recta DL, æ-  
quæ parallela erit ipsi EA,  
fecabitque GI, in K. *b*  
Quoniam vero angulus  
DKG, angulo DLB, & hic  
angulo EAB, & hic angu-  
lo EHF, æqualis est; erit  
angulus DKG, angulo EHF,  
æqualis: Est autem & rectus  
G, recto F, æqualis, & latus  
DG, lateri EF, æquale; e-  
runt quoque latera GK,  
FH, æqualia, & anguli D, E  
gentes GI, GK, angulorum  
ita AL, ad LM; erit per cor-  
pos. 18. lib. 5. demonstratam  
differentia stationum, ad al-



a 33. primi.  
b 29. primi.

c 26. primi.

Ut IK, differen-      ad IG, Tangen-      Ita AL, vel ED, differē      Ad AM, alium  
tia Tangentiū      te maiorem:      tia Rationum      dinem,

gignetur altitudo  $AM$ , cui si apponatur statura mensuris  $MB$ , tota altitudo  $AB$ , nota efficietur. & iam si fiat,

c 4. *sexii.*

Ut GI, si- ad GD, Tangentē cōplemēti ma Ita altitudo in ad MD, di-  
nus totus ioris anguli obseruationis: uenta AM, stantiam,

inuenta erit distantia  $DM$ , vel  $CB$ .

2 PER solos sinus idem problema conficiemus, si prius inuestigetur hypotenusa AD, hoc modo. *f* Fiat,

f 10. Triag.  
re&il.

*Vt sinus anguli ADL, ad AL, hoc Ita sinus anguli ALD, qui ad AD, differentie inter angulos observationum differentia mentum minoris anguli ADM, LDM, stationū: LDM, observatione duobus rectis subtrahatur,*

g io. triang.  
rectil.

Nam productus numerus esset hypotenusam AD. g Si ergo rursus fiat,



*Vt sinus totus an ad hypotenusam Ita sinus maioris anguli ad AM,*  
*guli recti M, AD, inuentam: obseruationis ADM,*

a io. triang. procreabitur altitudo AM, &c. a Si autem fiat,  
 rectil.

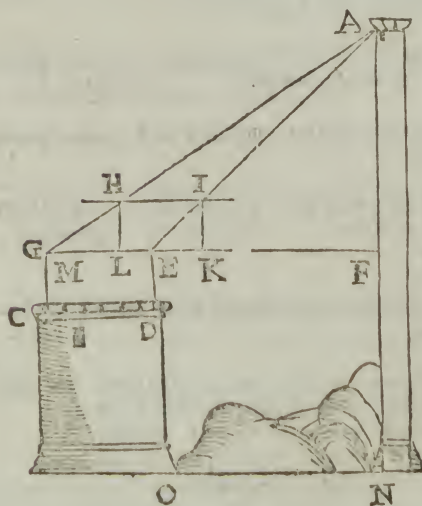
*Vt sinus totus ad hypotenusam AD, Ita sinus anguli DAM, ad DM,*  
*anguli recti proxime inuentam, complementi maioris an*  
*M, guli obseruationis,*

efficietur distantia DM, cognita.

3 SI sine numeris problema soluendum est, recurrendum erit ad superiora, præsertim ad Num. 6. 8. & 7. problematis 1.

**ALTITVDINEM MAIOREM EX**  
 minori cognita, per duas stationes in summitate, vel  
 in duabus fenestris factas, etiam si solum maioris altitudinis vertex cernatur, per Quadrantem adinuenire. Atque hinc distantiam quoque inter altitudines colligere.

### PROBLEMA XVI.



1 MAIOR altitudo sit AN minor turris CO, cognita, ex qua solum cacumen A, non autem, basis N, appareat. Fiant in summitate duæ stationes in C, D, mensurisque statuta sit CG, vel DE, & ad AN, intelligatur ducta, perpendicularis GEF. Atque inspecto cacumine A, obseruentur anguli AEF, AGF. Reliqua fiant, vt in 2. problemate. Si ergo fiat, sicut in eo problemate demonstrauimus,

Vt

*Vt GM, differentia Tangentium GL, ad GE, differētia LH, si ad FA, EK, angulorum H, I, qui complementa rentiam stationum: sunt angulorum observationum, positio-  
sinubus totis HL, IK,*

Inuenietur altitudo AF, cui si adijciatur FN, conflata ex altitudine turris CO, & statura mensuris, tota maior altitudo AN, nota euadet. Item si fiat,

*Vt GM, differentia ad GE, differen- Ita GL, Tangens comple- ad GF, Tangentium earū riam stationum: menti minoris anguli ob- dem. seruationis*

procreabitur distantia GF, à qua si dematur latitudo turris CO, reliqua erit distantia inter duas turres.

H AEC omnia in 2. problemate demonstrauius: & ob hanc causam, eisdem prorsus literis hic vsi sumus, quas ibi vsurpauimus, vt demonstratio ex illo loco in hunc transferri possit.

2 QVANDO in summitate turris minoris fieri duæ stationes nequeunt, eligantur duæ fenestras, in quibus duæ stationes fiant. Vt in figura præcedentis problematis 15. in minori turri CE, deligantur duæ fenestras D, E, & reliqua fiant, vt in hasta CE. Solum pro statura mensuris ad altitudinem inuentam AM, adijcienda est portio turris inter inferiorem fenestram D, & basem C, vt tota maior altitudo AB, nota efficiatur.

3 SINE numeris nihil noui præcipimus, sed ad superiora lectorem amandamus.

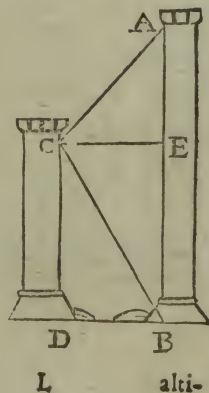
4 QVO etiam pacto problema hoc per solos sinus possit effici, docuimus probl. 2. & 15.

ALTITVDINEM MAIOREM EX MINORI incognita, dummodo basis maioris cerni possit, per Quadrantem perscrutari.

### PROBLEMA XVII.

1 SIT maior altitudo AB, & minor CD, incognita, possitque basis maioris B, videri ex minori altitudine. Primum per duas stationes in summitate turris minoris, vel in duabus fenestris, inquiratur tam altitudo turris minoris CD, quam distantia DB, vt problemate 11. vel etiam 3. & 4. traditum est. Nam tunc ex minori altitudine nota CD, maior AB, explorabitur per eas, quæ in antecedente problemate 16. scripsimus.

2 AT ex altitudine CD, & distantia DB, cognitis discemus altitudinem maiorem AB, per solos sinus, hoc modo. Ex aliqua fenestra C, minoris altitudinis inspiciantur extrema A, B, maioris altitudinis per angulos ACE, ECD, (ducta prius CE, ipsi DB, parallela, vel ad vtramque





a 10. Trian. altitudinem perpendiculari.) a Deinde fiat,  
rectil.

*Vt sinus anguli CBD, complemen  
ti illius, quo basis incipitur*

Vel

*Vi sinus anguli BCD, quo ad inuentam di-*     *Ira sinus totus an*     *ad BC,*  
*basis inspectur,*     *stantiam ED:*     *guli recti D,*

b 10. Trian. Veroque enim modo cognita erit hypotenusa BC. b Si ergo rursus fiat, rectil.

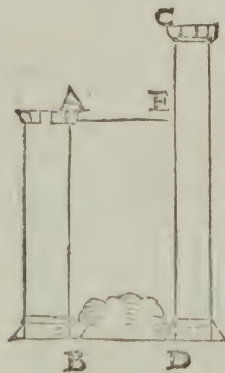
*Triangulo recto ABC, ad inuentam hypotenusam BC:*

manifestabitur altitudo maior AB.

3 Da solutione problematis sine numeris nihil noui hic præcipimus;  
sed ea ex superioribus petenda est.

ALTITVDINEM MINOREM EX MAIORI  
cognita, licet basis minoris non cerni possit, opus  
Quadratis peruestigare. Atque hinc distantiam quo-  
que inter altitudines duas eruere.

PROBLEMA XVIII.



1 MINOR altitudo A B, ex maiore C D, cognita proponatur addifcenda, etiā bafis B, nō cernatur. Concipiatur ducta recta A E, fpi B D, parallela, vt ED, minor altitudini A B, fit æqualis. Si igitur ex duabus Rationibus in fummate maioris altitudinis C D, factis, per problema 3. vel ex duabus feneftris, per problema 4. inuestigetur tā altitudo CE, quā diftancia A I, tūpō cecumine A, ac fi effit fignum aliquod in Horizonte A I, vifum, & CE, ex tota altitudine C D, auferatur, reliqua E D, hoc eft, minor altitudo fiet nota. Diftantia autem A B, inuenta quæfitæ B D, fi æqualis: ac proinde D B, cognita erit.

ALT-

ALTITVDINEM MINOREM EX MAIORI  
incognita, dummodo basis minoris videri possit, per  
Quadrantem explorare. Atque hinc distantiam quo  
que inter duas altitudines coniungere.

## PROBLEMA XIX.

1 REPETATVR figura præcedentis problematis. Et quia basis B, mi-  
noris altitudinis ex maiore apparet; si punctum B, ex duabus stationibus in-  
summitate maioris altitudinis CD, factis inspicatur, reperietur per proble-  
ma 3 tam altitudo maior CD, quam distantia BD. Quod etiam efficies per  
problema 4. si punctum B, ex duabus fenestris maioris altitudinis CD, inspi-  
ciatur. Cognita ergo altitudine maiori CD, inuenietur minor altitudo AB,  
vt in præcedenti problemate traditum est. Cum igitur & distantia BD, sit ex-  
plorata, patet solutio problematis propositi.

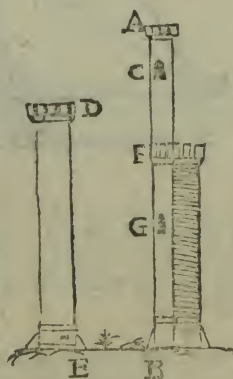
PORTIONEM ALTITVDINIS MAIORIS  
ex minore altitudine, & minoris portionem ex ma-  
iori cognoscere per Quadrantem.

## PROBLEMA XX.

1 SIT portio AC, maioris altitudinis AB,  
exquirenda ex minore altitudine DE: Item por-  
tio FG, minoris altitudinis FB, ex altitudine maio-  
re DE. Si DE, altitudo minor est portione CB,  
inuestigetur ita altitudo maior AB, quam CB, ex  
minore altitudine DE, per problema 16. vel 17.  
prout videlicet DE, cognita fuerit, aut incogni-  
ta. Nam CB, ablata ex AB, notam relinquet por-  
tionem AC, quæ sitam.

2 SI vero DE, maior est portione FB, ex-  
plorandaque sit portio AF; inquirenda quidem  
erit maior altitudo AB, ex minore DE, per pro-  
blema 16. vel 17. At vero altitudo minor FB, ex  
maiore DE, per problema 18. vel 19. exploranda  
erit. Nam rursus FB, detracta ex AB, notam re-  
linquet portionem AF.

3 NON secus per problema 18. vel 19.  
indaganda erit vtræque altitudo minor FB, GB, ex maiore DE, vt illarum  
differentia FG, quæ quæritur, colligatur nota.



L 2

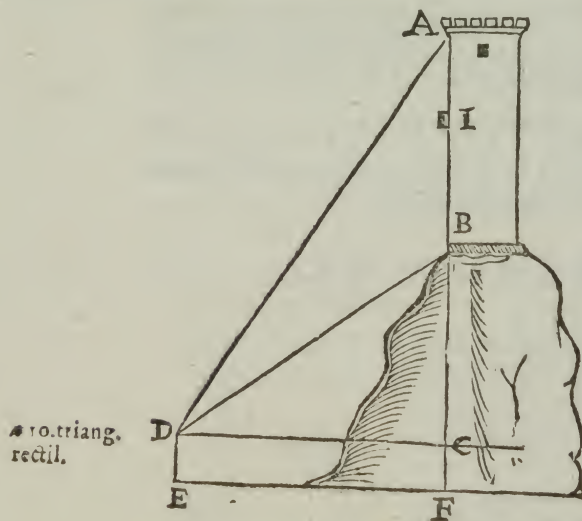
ALTI.



ALTITVDINEM, cuius basis imposita sit alteri altitudini, & vtraque illius extremitas cerni possit, etiā si infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco menforis cognita non sit, per Quadrantem ex valle, aut ex plano Horizontis explorare.

## PROBLEMA XXI.

1 HVIVSCEMODI altitudo est turris supra montem posita, & portio



alicuius ædificij inter duas fenestras, vel duo signa, quorum alterū altero superius est. Sic igitur supra montē altitudo turris AB, proposita. Ex aliquo loco E, in planitie, aut valle, unde vtrumque extremum A, B, videatur, obseruentur per Quadrantem anguli ADC, BDC, quos radij DA, DB, cum recta DC, quæ ex D, ad AB, productam intra montem est perpendicularis: ita ut statura menforis sit DE. Deinde per problema 6. inuestigetur longitudo vtriusque radij DA, DB. a Nam si fiat in triangulo ABD,

*Vt sinus anguli BAD, ad radium Itaque sinus anguli ADE, ad AB, al-*  
*qui complementum est DE, proxi-* *qui differentia est angu-*  
*maioris anguli ADC, me inuati:* *lorum obseruationum*  
*obseruari,* *ADC, BDC,*

*inuenta erit altitudo AB, quæ sita, in partibus, in quibus cognitus est radius*  
*DB. b Sic etiam, si fiat,*

*Vt sinus anguli ABD, vel ad radium Itaque sinns anguli ADE, ad AB,*  
*(quod idē est) anguli DBC, DA, proxi* *differentia angulorum altitu-*  
*qui complementū est mino* *me inuea* *obseruatorum ADC, dinem*  
*ris anguli obseruari BDC, tum* *BDC,*

pro-

prohibet rursus altitudo quæ sita AB, in partibus radij inuenti DA.

## A L I T E R.

2 PER problema 2. vel 15. inuestigetur tam altitudo inaccessibilis AC, quam BC, seclufa mensuris statura CF. Altitudo namque BC, ex altitudine AC, detracta notam relinquet altitudinem AB, quæ quæritur.

## A L I T E R

3 INVENTA distantia DC, per ea, quæ in problemate 1. & 2. tradidimus, a si fiat,

*Vt sinus totus ad distantiam cognitam DC, Ita AC, Tangens maioris anguli obseruati ADC,*

a 4. triang. rectil.

reperietur altitudo maior AC, in partibus distantie inuentæ DC. b Et si rursus fiat,

b 4. triang. rectil.

*Vt sinus totus ad distantiam inuentam DC: Ita BC, Tangens minoris anguli obseruati BDC,*

cognita fiet altitudo minor BC, in partibus eiusdem distantie inuentæ DC, quæ dempta ex maiore altitudine AC, notam relinquet altitudinem turris BA, quæ sita.

ATQVE hæc ratio commodissima est, quando in turri aliqua, vel ædificio, cuius distantia à mensore cognita sit, metiendum est interuallum perpendiculare inter duas fenestras.

## A L I T E R

4 INVENTA rursus distantia DC, per ea, quæ in problemate 1. & 2. scripsimus; detrahatur Tangens BC, (posito sinu toto DC,) minoris anguli obseruati ADC, vt nota remaneat AB, differentia dictarum Tangentium. Nam si fiat,

*Vt sinus totus ad distantiam inuentam DC, Ita AB, differentia Tangentium AC, BC, ad AB, altitudinem,*

procreabitur altitudo quæ sita AB, in partibus distantie inuentæ DC.

## A L I T E R

5 INVENTA per problema 2. vel 15. altitudine montis BC, obseruentur anguli BDC, ADC, per radios DB, DA. Posito namque sinu toto DC, si fiat,

*Vt BC, Tangens minoris anguli obseruati BDC, ad BC, altitudinem inuentam: Ita AB, differentia Tangentium AC, CB, angulorum obseruatorum ADC, BDC.*

prodi-



prodibit rursus altitudo nota AB, quam querimus.

## S C H O L I V M.

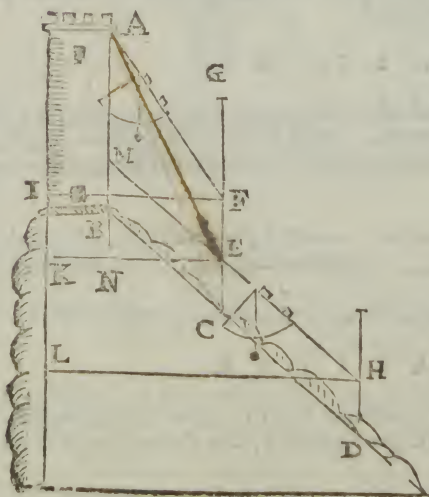
IT A Q V E si AB, portio superior totius alicuius altitudinis AC, de fide retur, intelligenda erit per Problema 2. vel 15. tam tota altitudo AC, quam eius inferior portio BC. Earum enim differentia notam dabit superiorem, portionem AB.

S I autem media aliqua portio IB, cognoscenda est, coniicienda rursus erit utraque altitudo IC, BC, ut earum differentia IB, nota reddatur.

S I denique inferior pars BC, proponitur inquirenda, fiet id per Problema 2. vel 15.

**DISTANTIAM** accliuem montis à loco mensoris vsque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, vna cum ipsa altitudine, quando mensur in ascensu montis consistit, prope verum efficere cognitam, beneficio Quadrantis.

## P R O B L E M A XXII.



S I T curris AB, monti imposita, in cuius ascensu seu latere mensur consistat in C, ex quo loco basem turris videre non possit. Erigatur hasta aliqua CG, ad Horizontem, non autem ad latus montis, perpendicularis, sitque mensuris statuta CE. Cogitetur ducta EK, ad altitudinem perpendicularis: Et inspecto cacumine A, per angulum AEK, fiat alia statio superior in F, ducta FE, ad altitudinem perpendiculari, inspicatur idem cacumen A, per angulum AFL. Et quia angulus AFG, duobus angulis

432. primi.

gulis FEA, FAE, est æqualis; si dematur AEF, complementum maioris anguli AEF, in prima statione obseruati, reliquus fiet angulus EAF, a Igitur si fiat, *a 10. triag. rectil.*

<i>Vt sinus anguli EAE, differenzia complementorum angulorum obseruationū</i>	<i>ad EF, differenziam stationum:</i>	<i>Ita sinus anguli AFE, conflat ex recto EFL, &amp; minore angulo AFL, in secunda statione obseruati,</i>	<i>ad AE hypotenusam.</i>
---	---------------------------------------	--	---------------------------

efficietur nota hypotenusa AE. Post hæc erigatur alius baculus DH, ad Horizontem rectus, sumptaq. mensuris statura DH, ipsi CE, æquali, & ducta recta HL, ad altitudinem perpendiculari, inspicatur punctum E, per angulum EHL, & per radium HEM, b qui ipsi BCD, lateri montis parallelus erit. Con- *b 33. primi.*  
cipienda teniunt sunt tria puncta B, C, D, in vna recta iacere, ac si DC, produ- *c 29. primi.*  
cta ad basem turris perueniret. c Quia vero angulus EHL, angulo MEK, æqualis est: si hic ex maiori angulo obseruato AEN, in prima statione dematur, reliquus fiet angulus AEM. Est autem & angulus EAN, cognitus, quippe cum sit complementum maioris anguli obseruati AEN. Igitur & AME, reliquus duorum rectorum cognitus erit: qui quidem etiam relinquitur, si complementum anguli MHL, in statione D, obseruati ex duobus rectis detrahatur. d Igitur si fiat,

<i>Vt sinus anguli AME, qui relinquitur, si complementum postremi anguli obseruati MHL, ex duobus rectis dematur</i>	<i>ad hypotenusam AE, nuper inuenta:</i>	<i>Ita sinus anguli EAN, complementum maiore anguli obseruati AEN</i>	<i>ad ME,</i>
--	--	---	---------------

inuenta erit recta EM, hoc est, distantia quaesita CB. e Et si rursum fiat,

<i>Vt sinus eiusdem anguli AME,</i>	<i>ad eandem hypotenusam AE, nuper inuentam:</i>	<i>Ita sinus anguli AEM, qui relinquitur, si angulus postremo loco obseruatus MHL, vel MEK, ex angulo maiori obseruato AEF, detrahatur,</i>	<i>ad AM</i>
-------------------------------------	--	---	--------------

produccetur AM, cui si addatur mensuris statura MB, tota altitudo AB, cognita erit.

DANDA autem erit opera diligenter, ut tria puncta B, C, D, in vna recta iaceant, hoc est, ut recta ab vltima statione D per primam C, ducta per basem B, transeat. quod plus minus iudicio sanctum, assequemur. Nam per ea, quæ dicta sunt hoc loco, solum reperitur distantia à loco C, usque ad punctum altitudinis, in quod recta DC, protrahenda incidit, & altitudo ab A, usque ad idem punctum, quod non multum à puncto B, distabit, si diligentia adhibeatur in stationibus C, D, captandis. Propter hanc causam in propositione diximus (prope verum efficere cognitam) quia neque distantia CB, neque altitudo AB, præcisè cognoscitur, nisi quando tria puncta B, C, D, in recta linea iacent.

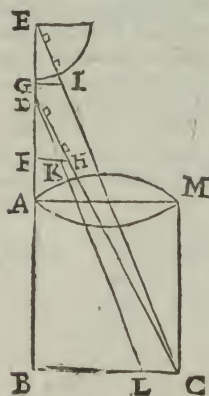
VI



2 V T sine numerorum auxilio problema efficias, recurrendum erit ad superiora.

PROFVNDITATEM putei, vel ædificij cuius-  
cunque ad perpendiculum erecti, si modo angulus  
fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspi-  
ciatur, per Quadrantem reperire.

PROBLEMA XXIII.



1 HOC nihil est aliud, nisi turrin ex eius  
vertice, quando in Horizonte signum aliquod  
apparet, per duas stationes in hasta aliqua factas  
metiri, vt problemate 4. factum est. Operatio-  
nem ergo eius problematis hic repetemus. Sic  
puteus, seu ædificium erectum ABCM, cuius an-  
gulus C, in fundo, vel signum C, in fundo positum  
conspecti possit. Erecta hasta A E, in orificio pu-  
tei, vel summitate ædificij, fiant duæ stationes  
oculi mensoris in D, E, inspicaturque punctum  
C, per radios DC, EC, facientes angulos BDC,  
KEC: Sumptis deinde DF, EG, æqualibus pro si-  
nubus totis, ducantur ad E B, perpendiculares  
FH, GL, pro Tangentibus angulorum BDC,  
BEC, observatorum. Ducta quoque DL, ipsi  
EC, parallela secante FH, in K, vt KH, differen-  
tia sit Tangentium, quemadmodum problemate  
4. demonstrauimus. Si igitur, vt ibi, fiat hic,

Vt KH, differentia  
inter Tangentes an-  
gulum obserua-  
torum

ad FK, vel ad  
GL, Tangenti-  
minorem;

ita DE, differentia sta-  
tionum, hoc est, spatium  
inter oculos, vel angu-  
los observationum,

prodibit recta DB, nota, vt problemate 4. ostendimus: ex qua si subtrahatur  
segmentum hastæ AD, inter orificium, & oculum in prima statione, reliqua  
set profunditas, siue altitudo putei, vel ædificij AB.

ALITER.

2 POSITO sinu toto BC, fiat,

Vt

*Vt DE, differentia Tangentium  
BD, BE, quæ complementis an-  
gulorum observationū debetur,*

ad DB, Tan ita DE, diffe ad DB,  
gentem mi- rentia statio-  
norem nū oculorum

Nam numerus procreatus notam exhibebit eandem rectam DB, &c.

## A L I T E R

3 Si per solos sinus operari lubeat, ita agendum erit. *a* Quoniam angulus maior observatus BDC, duobus angulis E, DCE, æqualis est; si angulus E, minor observatus tollatur ex maiore BDC, notus remanebit angulus DCE, differentia angulorum observatorum. *a 32. primi.*

*b* Igitur si fiat,

*Ut sinus anguli  
DCE, differentia  
angulorum ob-  
servatorum.*

ad DE, differe-  
rentiam statio-  
num oculorū:

*ita sinus anguli  
E, minoris obser  
uati*

ad DC,

610 triam.  
rectil.

profiliet nota hypotenusa DC. e Quapropter si rursum fiat,

*Vt sinus to-  
tus anguli  
recti B,*

ad hypotenusam  
DC, proxime in  
mentam;

ita sinus anguli BCD, com-  
plementi maioris anguli ob-  
servati

*ad DB,*

erō. trian.  
restil.

evadet iterum cognita recta DB, &c.

4 I AM vero si latitudo orificij AM, vel fundi BC, cognita fuerit, (Non erit autem difficile eam aliqua mensura nota metiri) facilius in cognitionem altitudinis, profunditatisve AB, veniemus, per unicam videlicet stationem in D, factam, hoc modo. Fiat,

Et sinus  
totus  
CB,

*ad BD, Tangentem anguli BCD,  
complementi anguli observatio-  
nis;*

ita latitudo  
cognita CB,

*ad DE.*

Numerus enim procreatus offeret DB, notam, vt supra, &c.

VEL per solos sinus, *d* si fiat,

*Vt sinus anguli*  
*BDC, observa-*  
*tionis*

ad latitudinem  
cognitam BC:

ita sinus anguli BCD,  
complementi anguli  
observationis.

*ad DB,*

10. triang.  
rectil.

inuenietur rursus DB, &c.

5 VT idem assequaris sine auxilio numerorum, consule ea, quæ problema 4. num. 4. scripsimus.

M PRO-





## LIBER SECVNDVS. 91

cognita fiet recta DC, ex qua si detrahatur DI, (quam facile ab oculo vsque ad rectam AI, mensurare poteris, cum sit exigua) notus remanebit descensus obliquus IC.

2 QVOD si terminus C, in fundo cerni nequeat, inspiciendū erit ex D, & E, aliquod aliud signum K, in valle, & obseruandi anguli BDK, BEK, per radios DK, EK. Ex his enim rursus profunditas AB, vel KL, deprehendetur, vt in problemate 4. docuimus.

QVIN etiam, si in plano vallis commodè duæ stationes fieri possint: cognosci ex illis poterit altitudo montis AB, vel IM, per ea, quæ in problem. 2. scripsimus: descensus vero obliquus IC, hoc est, interuallum inter I, & C, ex ijs, quæ in problemate 7. tradita sunt.

3 EANDEM denique profunditatem CH, perscrutari licebit ex altiore monte NG, dummodo infimus terminus C, minoris montis ex cacumine N, appareat, vel aliquod aliud signum in valle; non aliter, quam in problemate 18. vel 19. altitudinem minorem ex maiori incognita indagare docuimus. Nam hic maior altitudo est NG, & minor CH, cuius terminum C, ex N, cerni posse statuimus.

4 ABSQVE numerorum multiplicatione, ac diuisione res peragetur, vt in antecedentibus dictum est.

## FINIS LIBRI SECVNDI.



M 2 GEO-





# GEOMETRIAE PRACTICAE

## LIBER TERTIVS.

Earundem linearum rectarum dimensionem per  
Quadratum Geometricum exequens.



**Q**VONIAM dimensio rectarum li-  
nearum per Quadrantem Astrono-  
micum superiori lib. exposita requi-  
rit tabulas Sinuum, Tangentium,  
& secantium, non semper autem  
eiusmodi tabulas ad manum habere  
possumus, immo neque omnes in il-  
lis uersati sunt, atque exercitati: pro-  
positum nobis tertio hoc libro est, li-  
neas rectas, longitudines uidelicet, latitudines, altitudines, &  
profunditates dimetiri per Quadratum Geometricum, ubi præ-  
dictis tabulis non indigemus, sed omnia per umbram rectam,  
& uersam; ut uocant, expehantur. Qua tamen in re non  
nihil ab alijs scriptoribus dissidebimus, quippe cum aliter tam  
umbram rectam quam uersam in partes diuisurissimus quam  
ab illis fieri solet: ut nimirum per nostram partitionem expe-  
ditius dimensiones perficiantur. quod prudens Lector facile

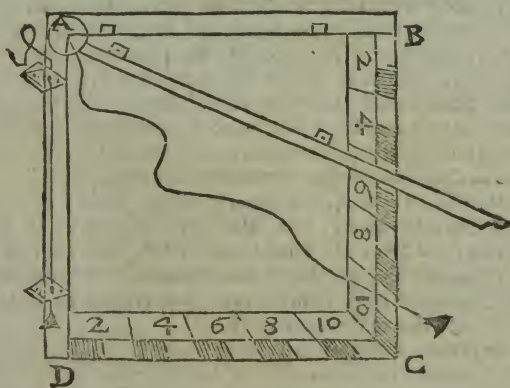
indicabit, si nostram hanc diuisionis rationem cum aliorum partitione contulerit. Sed principio Quadratum Geometrici construendum est, explicandumq. quo pacto tam in Quadrato stabili, quam in pendulo utraque umbra, recta uidelicet, ac versa considerari debeat. Neque enim semper eundem situm prædictæ umbra in instrumento seruant, sed pro uarietate usuum non raro eum permutare solent, ut ex ijs, quæ sequuntur, liquido constabit.

### QVADRATI Geometrici constructio.

EX quauis materia solida & dura conficiatur quadratum ABCD, siue solidum totum, siue excauatum: vel potius ex quatuor regulis æqualibus AB, BC, CD, DA, ita compactum, ut omnes in vno eodemque plano existant. Deinde in duabus regulis BC, CD, ducantur tres parallelæ extremi-  
tatis quadrati, pro partibus & numeris vtriusque umbræ designandis, ut in figura apparet. Latus BC, umbræ rectæ, & CD, umbræ versæ desti-

Compositio Quadrati Geometrici.

Umbra recta, & versa in quadrato quæ, & in quot partes à Geometricis utraque secetur.



natur à Geometris: Vtrumque autem in 12. partes æquales partiri solent omnes, qui de usu Quadrati Geometrici scripserunt: Et si capacitas instrumenti permittit, singulas partes in 60. subdiuidunt, ut tota umbra partes 720. complectatur, vel in 100. ut partes 1200 in utraque umbra existant. Ego utramq. umbram in 10. partes duntaxat æquales diuido, nisi instrumentum sit tantæ magnitudinis, ut commodè utraque recta BC, CD, in 100. aut 1000. partes secari possit, subdiuisis uidelicet singulis decimis partibus in 10. vel 100. particulas. Figura porro ex utraque umbra constans dici solet

à Geo-

In quot partes utraque umbra in nostro quadrato diuidatur.

Scala altimetra quid



Quare nostra diuifio  
vmbrae præ  
feratur alio  
rum diuifio  
ni.

à Geometris Scala altimetra.

2 ANTEPONO autem diuifioni confuetæ in 12. vel 720. vel 1200. partes diuifionem noſtram in partes 10. vel 100. vel 1000. æquales, propterea quod, ſi instrumentum propter paruitatem ſectum ſit tantummodo in 10. partes, facili admodum negotio cognoscere poſſumus, quot centeſimæ, vel etiam milleſimæ partes in qualibet particula cuiuſcunque partis decimæ reſtaram BC, CD, assignata comprehendantur: non ſecus ac ſi vtraque recta in 100. vel 1000. partes ſecta foret, vt Num. 14. cap. 2. lib. 1. copioſe expoſuimus. Huc accedit, quod in dimetiendis lineis per Quadratum Geometricum fieri ſemper debeat multiplicatio, aut diuifio per omnes partes lateris BC, vel CD: Maniſteſtum autem eſt, faciliorem eſſe multiplicationem, diuifionemue per 10. aut 100. vel 1000. quàm per 12. aut 720. vel 1200. cum illa fiat per ſolam appoſitionem, vel detractiōem 0. vel 00. vel 000. vt in noſtra Arithmetica practica declarauimus.

INVENIO quidē latus quadrati à doctiſſimo Io. Antonio Magino diuiſum quoque eſſe, & quidē optimo conſilio, in 100. partes æquales; quamuis ab eo regula non tradatur, qua cognoscendum ſit, quot partes milleſimæ in quauis particula vnius centeſimæ comprehendantur, quod tamen omnino neceſſarium eſt, vt diſenſiones, ac ſtellarum altitudines exquiſitè obſeruentur: præſertim ſi propter instrumenti paruitatem latus in 10. partes duntaxat commodè poſſit diuidi. Id quod per noſtram doctrinam, vt diximus, ſine magno labore effici poteſt.

Quadrati  
pendulum,  
ac ſtabile.

3 POST hæc è centro A, procedat filum cum perpendicularo, aut certe regula tenuis, cum linea fiduciæ, quæ pendens libere moueatur, vt lib. 1. cap. 2. Num. 6. tradidimus: & in latere AB, duo pinnacidia affigantur, de quibus lib. 1. cap. 2. Num. 5. dictum eſt, ſi quadratum in ſuo vſu debeat eſſe pendulum. Nam ſi illud ſtabile eſſe velis, affigenda eſt circa centrū A, dioptra, hoc eſt, regula cum linea fiduciæ, ac duobus pinnacidij, eodem artificio conſtructis, vt libere poſſit circumduci, & in omni ſitu firmari, vt loco ſupra citato in Quadrante ſtabili faciendum eſſe præcepimus.

POSTREMO iuxta latus AD, in plano quadrati (Nam ſi hoc fieret extra, prope craſſitiem instrumenti, non poſſet quadratum in plano Horizontis locari erectum ſupra latus AD. quod tamen vt fiat, non raro vſus quadrati poſtulat:) apponatur duæ tabellæ perforatæ cum filo, & perpendicularo, vt eius beneficio dignoſcere poſſis, num instrumentum rectum ſit ad Horizontem, nec ne. quod omnino neceſſarium eſt.

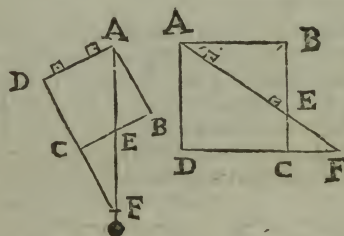
Vmbra re-  
cta, & verſa,  
quo pacto  
in vtroque  
quadrato  
cognoſcenda  
ſit.

4 SED doceamus, quem ſitum vtraque vmbra in vſu quadrati habeat. Res enim hæc non parui momenti eſt, vt in diſenſionibus nulla conſuſio inter vmbraſ oriatur. In quadrato ergo pendulo vmbra verſa opponitur ſemper lateri pinnacidiorum: recta autem cum eodem latere concurrit in puncto à centro A, remotiori, vt in figura latus vmbrae rectæ eſt BC, verſæ autem CD. At in quadrato ſtabili, ſi metienda ſit altitudo, & centrum A, inferiorem obtineat locum, in eo que oculus ponatur, latus vmbrae rectæ ſupremam occupabit ſedem; latus vero vmbrae verſæ vergere debet verſus ipſam altitudinem: ita vt tunc baſis instrumenti ſit AD. quo pacto iterum vmbra recta eſt BC, & verſa CD. Si autem centrum A, ſuperiorem locum poſſideat, & oculus in extremitate dioptræ exiſtat, (quod etiam fieri poteſt) latus vmbrae rectæ erit baſis CD, & latus vmbrae verſæ BC, prope oculum, & ab  
alci.

altitudine metienda remotius. Si autem longitudo metienda proponatur, centrumque A, in superiori loco situm sit, & in eo oculus collocetur, erit quoque basis CD, latus vmbrae rectae: latus autem BC, vmbrae versa deputabitur, quod quidem versus longitudinem metiendam vergere debet, & longius ab oculo abesse. At vero si centrum A, ponatur in loco inferiori, ita ut basis sit AD, oculus autem in extremitate dioptræ consistat, (quod etiam fieri potest, praesertim si quadratum in sublimi fuerit positum, ut in monte, vel turri aliqua) latus vmbrae rectae erit BC, basi AD, oppositum, vmbrae vero versa latus erit CD, quod scilicet longius à longitudine metienda recedit. In utroque porro quadrato centrum A, per diametrum opponitur puncto, in quo vmbra recta cum versa concurrat: & in stabili vmbra recta perpetuo vel supremum locum occupat, quando videlicet centrum A, infimam sedem tenet; vel infimum locum, quando scilicet centrum A, in superiori loco existit, ut ex dictis liquet. Hæc non negligenter consideranda sunt, ne in vario instrumenti vsu vmbra rectam pro versa accipias, aut contra; quandoquidem pro diverso situ quadrati stabilis tam latus BC, quam CD, modo vmbrae rectae, modo versa munus obire potest, ut diximus.

5 QVAMVIS autem vel sola vmbra recta, vel versa satis sit ad altitudines, longitudines, profunditatesque peruestigandas, ut ex sequentibus fiet manifestum: utraque tamen assumitur à Geometris, eo quod interdum vmbra recta excedit latus BC, nimirum quando filum perpendiculi, aut linea fiducia secat latus CD: Tunc enim necessario latus BC, produci debet, ut secari possit. Item sæpe numero vmbra versa superat latus CD, quando videlicet filum perpendiculi, aut linea fiducia interfecat latus BC: Tunc enim necessario latus DC, productum versus C, secabitur, ut perspicuum est. Ne ergo cogamur vel latus BC, vel CD, producere, assumenda est vmbra quidem versa, quando recta latus BC, excedit: recta autem, quando versa suo latere CD, maior est.

6 EST autem perpetuo latus quadrati, quod Gnomonem appellant, medio loco proportionale inter vmbra rectam ac versa. Secet namque in quadrato pendulo filum perpendiculi, vel in stabili, linea fiducia, latus vmbrae BC, in E, & latus vmbrae DC, productum in F. Erunt igitur triangula ABE, ADF, æquiangula, cum anguli



Gnomon  
medio loco  
proportio-  
nalis est in-  
ter vmbra  
rectam, &  
versa

B, D recti sint, & tam alterni BAE, DFA, quam BEA, DAF, æquales, b Quamobrem erit ut BE, vmbra abscissa ad gnomonem BA, ita gnomon AD, ad vmbra abscissam DF: hoc est, gnomon BA, vel AD, medio loco est proportionalis inter duas vmbra BE, DF, quarum una recta est, & altera versa.

7 HINC facilis est reductio vnius vmbrae ad aliam, quod non raro vsu venit. Nam si gnomon complectens partes 1000. (in tot namque partes latus quadrati diuisum concipere lubet) in se multiplicetur, & productus numerus quadratus 1000000. lateris AB, per alterutram vmbra diuidatur, indicabit Quotiens partes alterius vmbrae: hoc est, si fiat,

a 29. primi.  
b 4. sexti.

Reductio  
vmbrae re-  
cta ad ver-  
sam, & con-  
tra.

V:



*Ut alterutra umbra ad gnomonem ita gnomon ad alteram umbram:*

hoc est, si quadratus numerus lateris quadrati, vel gnomonis, videlicet 1000000. per alterutram umbram diuidatur. Verbi gratia si ponatur BE, umbra recta partium 700. diuidaturque numerus quadratus 1000000. lateris AB, per 700. producatum umbra versa DE, partium  $1428\frac{2}{7}$ . Sic etiam, si BE, statuatur umbra versa partium 700. reperietur umbra recta DE, partium  $1428\frac{2}{7}$ . Quod si una umbra sit 400. erit altera 2500. & sic de cæteris. Sed iam ad vsum vtriusque quadrati accedamus.

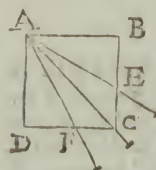
ALTITVDINEM Solis, vel stellæ cuiusuis per quadratum Geometricum obseruare.

### PROBLEMA I.

**I. PRAEPARETVR** basis plana Horizonti æquidistans, vt supra illam Quadratum stabile erectum, sit ad Horizontem perpendiculare. Eleuetur deinde pendulum quadratum, centro A ad Solem, vel stellam verso, ita vt eius planum per centrum Solis, aut stellæ transeat, donec radius Solis per duo foramina pinnacidiorum transireprehendatur: vel radius visualis per eadem foramina pinnacidiorum stellam videat. Idemque fiat cum quadrato stabili, collocando nimirum eius latus AD, vel CD, supra basem præparatam, ipsumque circumducendo, ita vt eius planum per centrum Solis aut stellæ incedat; ac denique eleuando dioptram, donec radius Solis per foramina pinnacidiorum transeat, vel radius visualis per eadem foramina stellam conspiciat. Quo peracto, consideretur summa diligentia angulus, quem filum perpendiculi, vel linea fiducia in dioptra cum proximo latere quadrati constituit, inuestigando magna cum cura, & diligentia per ea quæ

Quando angulus, quem filum cum proximo latere quadrati constituit, offerat altitudinem Solis, & quando complementum altitudinis.

lib. 1. cap. 2. Num. 14. tradidimus, quot partes millesimæ ex umbra siue recta, siue versa abscisse sint à filo perpendiculi, vel linea fiducia. Ille enim angulus, si quidem umbra recta interfecetur, (quæ in quadrato stabili vel supremum locum, vel infimum occupat: In pendulo vero cum latere pinnacidiorum coniungitur, vt supra diximus) dabit, vt Num. 2. demonstrabimus, complementum altitudinis Solis aut stellæ: Si vero umbram versam filum, aut dioptra interfecerit, ipsemet angulus altitudinem exhibebit. Quantitatem porro huius anguli ita cognoscemus. Sit quadratum siue pendulum siue stabile (eadem enim est in vtroque ratio) ABCD, abscissaque sit umbra recta BE, quæ in partibus millesimis lateris BC, reperietur, vt cap. 2. Num. 14. lib. 1. docuimus, etiam si latus ipsum sit solis in 10. vel 100. partes diuisum: quæ quidem umbra BE, statuatur verbi gratia, esse partium 850. Quia ergo duo latera AB, BE, trianguli rectanguli ABE, nota sunt, cum AB, sit 1000.



3. triang. & BE, 850. si fiat, rectil.

71

*Velatus quadrati AB, 1000. ad sinum totum 100000. Ita latus, vel umbra BE, 850. ad Tangentem anguli BAE.*

(quod quidem factum erit, si ad latus BE, hoc est, ad 850. duæ cifrae apponantur) reperietur Tangens anguli BAE, 85000. quæ in tabula Tangentium non reperitur; sed proxime minor est 84956. cui respondent gradus 40. min. 21. Et quia differentia inter Tangentem inuentam 85000. & 84956. in tabula sumptam, est 44. Differentia autem inter duas Tangentes proximas 84956. & 85006. est 50. cui debetur 1. minutum, siue Sec. 60. propterea quod posteriori Tangenti 85006. respondet vnum minutum amplius, quam Tangenti priori 84956. reperiemus per regulam trium, quor secunda differentia 44. congruant; si dicamus. Si differentia 50. poscit, sec. 60. quot secunda poscit differentia 44? inueniemusque sec.  $52\frac{4}{5}$ . hoc est, sec. 53. fere. Angulus ergo BAE, continent grad. 40. Min. 21. sec. 53. paulo minus. Complementum igitur, nimirum grad. 49. Min. 38. sec. 7. fere, ostendet altitudinem Solis, vel stellæ. Et si umbra DE, est versa partium quoque 850. erit ipsemet angulus DAF, inuentus grad. 40. Min. 21. sec. 53. altitudo Solis, vel stellæ. Atque hoc modo si diligenter partes vmbrae explorabimus respectu lateris BC, vel CD, 1000. quemadmodum lib. 1. cap. 2. Num. 14. traditum est, inuenietur semper altitudo Solis, aut stellæ in grad. Min. & sec. Sed quia molestum est, ac laboriosum, per differentias Tangentium Secunda inquirere, satis erit Tangentem anguli inuentam in tabula quærere, & si quidem reperta fuerit, accipere gradus, & minuta respondentia; si vero non fuerit inuenta, sumere Tangentē, vel minorem, vel maiorem quæ nimirum minus ab inuenta, differat, &c. Hac ratione sumenda erit in nostro exemplo Tangens 86006. cui respondent grad. 40. Min. 22. complementum autem erit grad. 49. Min. 38. veluti prius. solum desunt sec. 7. quæ nullius sunt momenti. Ut autem studiosos molestia hac supputandi liberem, construxi sequentem tabulam, pro singulis partibus millesimis vtriusque vmbrae: In qua si centenæ in vertice, & reliquæ unitates in latere sumantur, illico in angulo communi reperientur gradus, ac Min. pro angulo quæsito; qui videlicet altitudinem Solis aut stellæ indicabit, si partes millesimæ ad vmbrae versam spectent: si autem partes ad vmbrae rectam pertinent Complementum eius anguli altitudinem Solis stellæque ostendet, ut paulo infra demonstrabimus. Componetur autem tabula hæc, si singulis partibus millesimis vmbrae apponantur ad dextram quinque cifrae, & ex toto illo numero abijciantur tres cifrae: quod idem est, ac si apponantur tantum duæ cifrae, ut Tangentes angulorum habeantur. Ita factum esse vides supra: Nam ad partes vmbrae 850. adiectæ sunt duæ cifrae, ut Tangens fieret 85000. Hac enim ratione fit multiplicatio vmbrae abscissæ per sinum totum 100000. & diuisio per 1000. ut in Arithmetica nostra practica scripsimus. Quod si quatuor cifrae partibus millesimis apponantur, habentur eadem ratione Tangentes, posito sinu toto 1000000.

2 VERVM demonstramus prius, angulum, quem filum perpendiculi, vel linea fiduciæ secans vmbrae rectam cum proximo latere facit, in utroque Quadrato esse complementum altitudinis Solis, seu stellæ; illum vero, quem filum aut fiduciæ linea vmbrae versam secans efficit, exhibere ipsam

N alti-

Vsus tabulae  
gnomonicae  
sequentis.

Compositio  
tabulae gno-  
monicae fa-  
cillima.





fiduciæ A I, vmbra verſam B I, aſcendens cum latere A B, conſtituit,  
 æqualem eſſe angulo ipſi altitudinis EAK: quæ omnia demonſtrata erant.  
 Sed ecce tibi tabulam, de qua dixi. continentem gradus, ac minuta angu-  
 lorum, quos ſilum perpendiculi, vel linea fiduciæ in omnibus partibus mille  
 ſimis vtriuſque vmbrae cum proximo latere quadrati efficit. In qua vides, an-  
 gulum ſub parte 800. in vertice ſumpta, & è regione partis 50. continere gra-  
 dus 40. Min. 2. fere, vt ſupra diximus: ac tantus erit angulus altitudinis, ſi  
 partes 850. ſpectent ad vmbra verſam: eius vero complementum grad. 49.  
 Min. 38. fere altitudinem exhibebit, ſi dictæ partes ex vmbra recta abſciſſæ  
 fuerint. Tabula porro hæc dici poteſt Gnomonica, quod in quadrato ſtabili  
 dicti anguli in tabula comprehenſi efficiantur à gnomone AD, vel A B, cum  
 linea fiduciæ, vt patet.

*a 15. primi.*

Tabula gno-  
 monica cur  
 ſic dicatur.

## SEQUITVR TABVLA Gnomonica.

N 2

Tabu-



## Tabula Gnomonica.

	0	100	200	300	400	500	600	700
	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M
0	0 0	5 43	11 19	16 42	21 48	26 34	30 58	35 0
1	0 3	5 46	11 22	16 45	21 51	26 37	31 0	35 2
2	0 7	5 49	11 25	16 48	21 54	26 39	31 3	35 4
3	0 10	5 53	11 29	16 51	21 57	26 42	31 5	35 6
4	0 14	5 56	11 32	16 55	22 0	26 45	31 8	35 9
5	0 17	6 0	11 35	16 58	22 3	26 48	31 10	35 11
6	0 21	6 3	11 38	17 1	22 6	26 50	31 13	35 13
7	0 24	6 6	11 42	17 4	22 9	26 53	31 15	35 16
8	0 28	6 10	11 45	17 7	22 12	26 56	31 18	35 18
9	0 31	6 13	11 48	17 10	22 15	26 59	31 20	35 20
10	0 34	6 17	11 52	17 13	22 18	27 1	31 23	35 22
11	0 38	6 20	11 55	17 17	22 21	27 4	31 26	35 25
12	0 41	6 23	11 58	17 20	22 24	27 7	31 29	35 27
13	0 45	6 27	12 1	17 23	22 26	27 9	31 31	35 29
14	0 48	6 30	12 5	17 26	22 29	27 12	31 34	35 32
15	0 52	6 34	12 8	17 29	22 32	27 15	31 36	35 34
16	0 55	6 37	12 11	17 32	22 35	27 18	31 38	35 36
17	0 58	6 40	12 15	17 35	22 38	27 20	31 40	35 38
18	1 2	6 44	12 18	17 38	22 41	27 23	31 43	35 41
19	1 5	6 47	12 21	17 42	22 44	27 26	31 45	35 43
20	1 9	6 51	12 24	17 45	22 47	27 28	31 48	35 45
21	1 12	6 54	12 28	17 48	22 50	27 31	31 50	35 48
22	1 16	6 57	12 31	17 51	22 53	27 34	31 53	35 50
23	1 19	7 1	12 34	17 54	22 56	27 37	31 55	35 52
24	1 22	7 4	12 38	17 57	22 59	27 39	31 58	35 54
25	1 26	7 8	12 41	18 0	23 2	27 42	32 0	35 57
26	1 29	7 11	12 44	18 3	23 4	27 45	32 3	35 59
27	1 33	7 14	12 47	18 6	23 7	27 47	32 5	36 1
28	1 36	7 18	12 51	18 10	23 10	27 50	32 8	36 3
29	1 40	7 21	12 54	18 13	23 13	27 53	32 10	36 6
30	1 43	7 24	12 57	18 16	23 16	27 55	32 13	36 8
31	1 47	7 28	13 0	18 19	23 19	27 58	32 15	36 10
32	1 50	7 31	13 4	18 22	23 22	28 1	32 18	36 12
33	1 53	7 35	13 7	18 25	23 25	28 3	32 20	36 14

LIBER TERTIVS. 101

Tabula Gnomonica.

	0	100	200	300	400	500	600	700
	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M
34	1 57	7 38	13 10	18 28	23 28	28 6	32 22	36 17
35	2 0	7 41	13 13	18 31	23 31	28 9	32 25	36 19
36	2 4	7 45	13 17	18 34	23 33	28 11	32 27	36 21
37	2 7	7 48	13 20	18 37	23 36	28 14	32 30	36 23
38	2 11	7 51	13 23	18 41	23 39	28 17	32 32	36 26
39	2 14	7 55	13 27	18 44	23 42	28 19	32 35	36 28
40	2 17	7 58	13 30	18 47	23 45	28 22	32 37	36 30
41	2 21	8 2	13 33	18 50	23 48	28 25	32 40	36 32
42	2 24	8 5	13 36	18 53	23 51	28 27	32 42	36 35
43	2 28	8 8	13 40	18 56	23 54	28 30	32 44	36 37
44	2 31	8 12	13 43	18 59	23 56	28 33	32 47	36 39
45	2 35	8 15	13 46	19 2	23 59	28 35	32 49	36 41
46	2 38	8 18	13 49	19 5	24 2	28 38	32 52	36 43
47	2 41	8 22	13 52	19 8	24 5	28 41	32 54	36 46
48	2 45	8 25	13 56	19 11	24 8	28 43	32 57	36 48
49	2 48	8 28	13 59	19 14	24 11	28 46	32 59	36 50
50	2 52	8 32	14 2	19 17	24 14	28 49	33 1	36 52
51	2 55	8 35	14 5	19 20	24 17	28 51	33 4	36 54
52	2 59	8 39	14 9	19 24	24 19	28 54	33 6	36 57
53	3 2	8 42	14 12	19 27	24 22	28 57	33 9	36 59
54	3 5	8 45	14 15	19 30	24 25	28 59	33 11	37 1
55	3 9	8 49	14 18	19 33	24 28	29 2	33 13	37 3
56	3 12	8 52	14 22	19 36	24 31	29 4	33 16	37 5
57	3 16	8 55	14 25	19 39	24 34	29 7	33 18	37 8
58	3 19	8 59	14 28	19 42	24 36	29 10	33 21	37 10
59	3 23	9 2	14 31	19 45	24 39	29 12	33 23	37 12
60	3 26	9 5	14 34	19 48	24 42	29 15	33 25	37 14
61	3 29	9 9	14 38	19 51	24 45	29 18	33 28	37 16
62	3 33	9 12	14 41	19 54	24 48	29 20	33 30	37 18
63	3 36	9 15	14 44	19 57	24 51	29 23	33 33	37 21
64	3 40	9 19	14 47	20 0	24 53	29 25	33 35	37 23
65	3 43	9 22	14 51	20 3	24 56	29 28	33 37	37 25
66	3 47	9 26	14 54	20 6	24 59	29 31	33 40	37 27
67	3 50	9 29	14 57	20 9	25 2	29 33	33 42	37 29



## Tabula Gnomonica.

	0	100	200	300	400	500	600	700
	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M	G M
68	3 53	9 32	15 0	20 12	25 5	29 36	33 15	37 31
69	3 57	9 36	15 3	20 15	25 8	29 38	33 17	37 34
70	4 0	9 39	15 7	20 18	25 10	29 41	33 19	37 36
71	4 4	9 42	15 10	20 21	25 13	29 44	33 22	37 38
72	4 7	9 46	15 13	20 24	25 16	29 46	33 24	37 40
73	4 11	9 49	15 16	20 27	25 19	29 49	33 26	37 42
74	4 14	9 52	15 19	20 30	25 22	29 51	33 29	37 44
75	4 17	9 56	15 23	20 33	25 24	29 54	34 1	37 47
76	4 21	9 59	15 26	20 36	25 27	29 57	34 4	37 49
77	4 24	10 2	15 29	20 39	25 30	29 59	34 6	37 51
78	4 28	10 6	15 32	20 42	25 33	30 2	34 8	37 53
79	4 31	10 9	15 35	20 45	25 36	30 4	34 11	37 55
80	4 34	10 12	15 39	20 48	25 38	30 7	34 13	37 57
81	4 38	10 16	15 42	20 51	25 41	30 9	34 15	37 59
82	4 41	10 19	15 45	20 54	25 44	30 12	34 18	38 2
83	4 45	10 22	15 48	20 57	25 47	30 15	34 20	38 4
84	4 48	10 26	15 51	21 0	25 50	30 17	34 22	38 6
85	4 52	10 29	15 54	21 3	25 52	30 20	34 25	38 8
86	4 55	10 32	15 58	21 6	25 55	30 22	34 27	38 10
87	4 58	10 36	16 1	21 9	25 58	30 25	34 29	38 12
88	5 2	10 39	16 4	21 12	26 1	30 27	34 32	38 14
89	5 5	10 42	16 7	21 15	26 4	30 30	34 34	38 16
90	5 9	10 45	16 10	21 18	26 6	30 32	34 36	38 18
91	5 12	10 49	16 14	21 21	26 9	30 35	34 39	38 21
92	5 15	10 52	16 17	21 24	26 12	30 38	34 41	38 23
93	5 19	10 55	16 20	21 27	26 15	30 40	34 43	38 25
94	5 22	10 59	16 23	21 30	26 17	30 43	34 46	38 27
95	5 26	11 2	16 26	21 33	26 20	30 45	34 48	38 29
96	5 29	11 5	16 29	21 36	26 23	30 48	34 50	38 31
97	5 32	11 9	16 32	21 39	26 26	30 50	34 53	38 33
98	5 36	11 12	16 36	21 42	26 28	30 53	34 55	38 35
99	5 39	11 15	16 39	21 45	26 31	30 55	34 57	38 37
100	5 43	11 19	16 42	21 48	26 34	30 58	34 0	38 40

## Tabula Gnomonica.

	800	900		800	900		800	900
	G M	G M		G M	G M		G M	G M
0	38 40	41 59	34	39 50	43 3	68	40 57	44 4
1	38 42	42 1	35	39 52	43 5	69	40 59	44 6
2	38 44	42 3	36	39 54	43 6	70	41 1	44 8
3	38 46	42 5	37	39 56	43 8	71	41 3	44 9
4	38 48	42 7	38	39 58	43 10	72	41 5	44 11
5	38 50	42 9	39	40 0	43 12	73	41 7	44 13
6	38 52	42 11	40	40 2	43 14	74	41 9	44 15
7	38 54	42 12	41	40 4	43 16	75	41 11	44 16
8	38 56	42 14	42	40 6	43 17	76	41 13	44 18
9	38 58	42 16	43	40 8	43 19	77	41 15	44 20
10	39 0	42 18	44	40 10	43 21	78	41 17	44 22
11	39 3	42 20	45	40 12	43 23	79	41 19	44 24
12	39 5	42 22	46	40 14	43 25	80	41 21	44 25
13	39 7	42 24	47	40 16	43 26	81	41 23	44 27
14	39 9	42 26	48	40 18	43 28	82	41 25	44 29
15	39 11	42 28	49	40 20	43 30	83	41 27	44 31
16	39 13	42 29	50	40 22	43 32	84	41 29	44 32
17	39 15	42 31	51	40 24	43 34	85	41 31	44 34
18	39 17	42 43	52	40 26	43 35	86	41 32	44 36
19	39 19	42 35	53	40 28	43 37	87	41 34	44 37
20	39 21	42 37	54	40 30	43 39	88	41 36	44 39
21	39 23	42 39	55	40 32	43 41	89	41 38	44 41
22	39 25	42 41	56	40 34	43 43	90	41 40	44 43
23	39 27	42 42	57	40 36	43 44	91	41 42	44 44
24	39 29	42 44	58	40 38	43 46	92	41 44	44 46
25	39 31	42 46	59	40 40	43 48	93	41 46	44 48
26	39 33	42 48	60	40 42	43 50	94	41 48	44 50
27	39 35	42 50	61	40 44	43 52	95	41 50	44 51
28	39 37	42 52	62	40 46	43 53	96	41 52	44 53
29	39 40	42 54	63	40 48	43 55	97	41 54	44 55
30	39 42	42 55	64	40 50	43 57	98	41 55	44 57
31	39 44	42 57	65	40 52	43 59	99	41 57	44 58
32	39 46	43 59	66	40 54	44 1	100	41 59	45 0
33	39 48	43 1	67	40 56	44 2			



3 SIMILEM tabulam gnomonicam composuit quoque Georgius Purbacchius in suo quadrato Geometrico, posito latere partium 1200. eamque ad secunda extendit: quod etiam fecit Io. Antonius Maginus, constituto quadrati latere partium 1000. quod quidē ferius animaduerti. Incidit. n. casu quodam in eam, cum hanc meam pene absolueram. alioquin hoc supputandi labore supersedissem, tabulamque Magini huc transtulissem. Itaque si quis in altitudinibus astrorum desideret etiam secunda, petere ea debet ex Magini tabula: quæ sane fideliter, & accurate ab eo supputata est, vel certe per calculum eadem elicere, vt supra Num 1. docuimus in hoc probl. Sed meo iudicio contenti esse possumus hac nostra, quæ ad Minuta solum ultra gradus progreditur. In qua, si eam cum illa Magini conferre quis volet, deprehendet, in nostra Minutis graduum additum esse semper vnum minutum, quando in ea reperiuntur plura secunda, quam 30. Sed vt verum fatear, neque nostra, neque illa Magini omnino necessaria est, cum ipsæ met partes millesimæ lateris quadrati, si apponantur duæ cifrae, sint tangentes altitudinum respectu sinus totius 100000. & eadem, si addantur quatuor cifrae, Tangentes easdem, posito sinu toto 1000000. exhibeant: ac proinde ex tabula Tangentium altitudines excerpti possint cuicumq. parti millesimæ congruentes, si ei prius adiungantur duæ, aut quatuor cifrae, vt supra ad finem Num. 1. ostendimus. Quia tamen molestia non caret, per Tangentes hac ratione formatas ex tabula Tangentium angulos altitudinum eruere, quod raro admodum Tangentes illæ in tabula præcise reperiantur, ac propterea pro illis accipiendæ sint vel proxime minores, vel maiores, illæ videlicet, quæ paucioribus vnitatibus ab inuentis differunt: non abs re fuerit, vel tabulam, hanc nostram Gnomonicam, vel illam Magini, si secunda etiam desiderentur, adsciscere.

1000000.

Non magnus error in altitudinibus committitur, etiam si per integras millesimas tabula progrediatur, & quo pacto error hic corrigendus sit.

4 QVAMVIS autem tabula Gnomonica per solas partes millesimas integras progrediatur; tamen si quando ex doctrina cap. 2. Num. 14. lib. 1. tradita ultra millesimas integras superfit adhuc aliqua particula, non magnus error in altitudinibus astrorum obseruandis committi potest. Cum enim anguli in tabula crescant ordine per tria duntaxat minuta, vel duo, vel vnum, non fiet error nisi vnus aut alterius minuti, etiam si fractio illa millesimæ partis negligatur. Quod si errorem hunc, licet minimū, vitare cupis, considera fractionem millesimæ, an sit tertia pars, an semissis, an vero duæ tertiæ partes. quod iudicio sensus facile cognosces ex particula illa, quæ ultra partes decimas circino percurfas superest. Nam vbi anguli in tabula per tria Minuta augentur, addendum erit vnum minutum, vel duo, prout particula illa reliqua fuerit  $\frac{1}{3}$ . vel  $\frac{2}{3}$ . Idem faciendum erit si dicta particula fuerit maior, quam  $\frac{1}{3}$ , minor tamen, quam semissis. Tunc enim addendum erit etiam vnum Minutum. Item quando particula illa maior fuerit, quam semissis, addi possunt duo minuta. At quando anguli tabulæ augentur per duo Minuta, addendum erit vnum minutum pro semisse vnus partis millesimæ, &c.

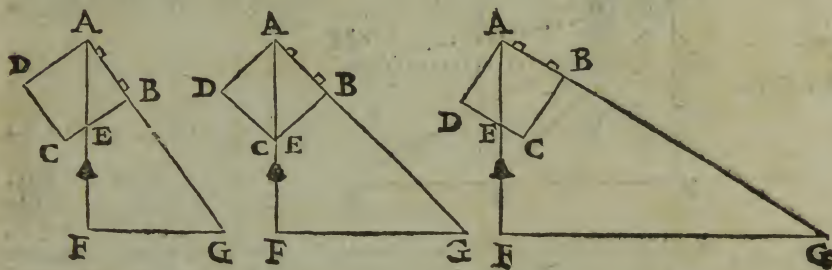
DISTANTIAM inter te, & signum quodcunque in plano Horizontis positum, per Quadratum Geo-

mic-

metricum perueſtigare.

## PROBLEMA II.

1 SIT diſtancia metienda FG. Hoc per quadratum pendulum ſic fiet. Erigatur ex F, altitudo quæpiam nota FA, Horizonti ad angulos rectos, ſive ea ſit ſtatura menſoris ab oculo ad planum, ſive maior quædam altitudo. Inſpiciatur extremum G, per radius AG, ab oculo A, per foramina pinnaculorum in cedentem, filo perpendiculi libere pendente, & instrumentum raden-



te, punctumque E, notetur, ubi filum latus quadrati interſecat, quod fiet vel in latere BC, umbræ rectæ, vel in angulo C, vel in latere DC, umbræ verſæ. Cadente namque filo in umbram rectam, vel in punctum C, ut in 1. & 2. figura, fiet triangulum ABE, triangulo AFG, æquiangulum, cum anguli B, F, ſint recti, & angulus A, communis. Si igitur fiat,

a 4. ſexti.

Vt latus AB. par- ad umbram rectam Ita altitudo no ad FG, diſtan-  
tium 1000. abſciſſam BE, ta AF, tiam,

cadet nota diſtancia quæſita FG, in partibus altitudinis AF. Cadete autē pun-cto E, in umbram verſam, ut in 3. figura, abſcindetur rursus triangulum ADE, triangulo AFG, æquiangulum, cum anguli D, F, recti ſint, b & alter- ni AED, FAG, æquales. c Ergo ſi fiat,

b 29. primi.  
c 4. ſexti.

Vt umbra verſa ad latus DA, partiū. Ita altitudo ad FG, diſtanciam,  
abſciſſa DE, 1000. nota AF,

nota quoque efficietur diſtancia quæſita FG, in partibus altitudinis AF. Ex quo illud intelligere poteris, quando punctum E, interſectionis fili cum late-re quadrati cadit in umbram rectam, altitudinem AF, maiorem eſſe diſtan- tia FG: quando in punctum C, æqualem; quando denique in umbram ver- ſam, minorem.

Quando al- titudo ma- ior eſt, quā diſtancia, & quando æ- qualis, & quando mi- nor.

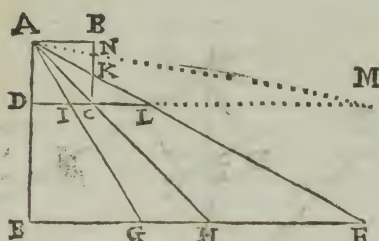
O

2 QVA-



2. QVADRATO stabili ita eandem distantia explorabimus. Erigatur in extremo distantia E, altitudo quaedam perpendicularis notarum partium, & quadratum ita accommodetur, ut centrum A, superiorem locum occupet, & umbra recta DC, Horizonti æquidistet. Directa igitur dioptra ad signum, propositum, notetur diligenter umbra abscissa: quæ si recta fuerit, nimirum DI, erit altitudo AE, maior, quam distantia EG, a triangulumque ADI, triangulo AEG, simile erit. b Si igitur fiat,

*Ut latus quadrati ad partes umbrae* *Ita altitudo AE, ad EG, distantiam,*  
AD, 1000. *recta DI:* *cognita*



reperietur distantia quaesita EG, in partibus altitudinis assumptæ AE.

SI autem dioptra per C, transierit, erit altitudo AE, distantia quaesita EH, æqualis: e cum sit ut AD, ad DC, æqualem, ita AE, ad EH.

SI denique umbra abscissa, fuerit versa, ut BK, erit altitudo AE, minor, quam distantia EF.

quod plerumque in distantijs metiendis accidere solet, eritque triangulum ABK, triangulo AEF, æquiangulum, cum anguli B, E, recti sint, d & alterni BAK, AFE, æquales. e Quare si fiat,

*Ut partes umbrae ad latus quadrati* *Ita altitudo nota* *ad EF, distantiam,*  
versa BK, *AB, 1000.* *AE,*

producet quaesita distantia EF, in partibus altitudinis erectæ AE.

3. QVANDO distantia non valde magna est, vel extremum eius punctum facile videri potest satis erit, si quadratum supra planum Horizontis constituitur, ita ut umbrae versæ latus EC, ad punctum illud recta, vergat. Ut si distantia horizontalis DM, metienda sit eique imponatur Quadratum erectum, movenda est dioptra, donec linea fiduciæ in extremum, M, dirigatur. Qua ratione semper umbra versa BC, abscindetur. Nam si linea fiduciæ per C, transierit, aut umbram rectam CD, intersectaret, esset distantia vel æqualis lateri CD, vel minor: ac proinde dimensione non indigeret. Quoniam igitur rursus triangulum NBA, triangulo ADM, æquiangulum est, propter rectos angulos B, D, f & alternos æquales BAN, AMD; g Si fiat,

f 29. primi.  
g 4. sexti.

*Ut partes umbrae ad latus quadrati* *Ita latus quadrati* *ad DM, distantiam,*  
versa BN, *AB, 1000.* *AD, 1000.*

cognita erit distantia DM, in partibus millesimis lateris quadrati AD.

4. SOLENT nonnulli scriptores non inquirere distantiam propositam in partibus altitudinis assumptæ AE, vel in partibus millesimis lateris quadrati AD; sed solum inuestigant, quoties altitudo electa AE, vel latus quadrati

drati AD, in distantia propofita contineatur: quod idem est, ac si altitudo, aut latus vmbrae ftatuatur 1. Atq. ita diuidunt vel partes vmbrae rectae abfciffas per totum latus partium 1000. vel totum latus vmbrae verfae per partes vmbrae verfae abfciffas. Nam Quotiens numerus indicat, quoties altitudo AC, vel latus Quadrati in propofita distantia comprehendatur: cum fit,

*Vt totum latus ad partes vmbrae ita altitudo AE, vel ad distantiam*  
*AD, partium 1000. recta DI, latus AD, vt 1. EG, vel DI.*

Item.

*Vt partes vmbrae ad totum latus ita altitudo AE, vel ad distantiam*  
*verfa BN, AB, 1000. latus AD, vt 1. EF, vel DM,*

Hinc enim fit, vt cum secundum præceptum regulæ trium tertius numerus in secundum fit ducendus, productusque numerus per primum diuidendus, satis fit, si secundus per primum diuidatur: quandoquidem vnitas in tertio loco posita, si multiplicet secundum numerum, eundem secundum numerum procreat, &c.

HAC ratione, si duæ partes millesimæ abfcindantur ex vmbra verfa, continebitur altitudo AE, vel latus AD, in distantia secundum hunc numerum 500. quod 1000. diuisa per 2. dent Quotientem 500. At vmbra verfa trium millesimarum dabit Quotientem  $333\frac{1}{3}$ . qui à priori differt hoc numero,  $166\frac{2}{3}$ . Ex quo intelligi licet, quando vmbra verfa abfciffa valde parua, est, magnum posse errorem committi in distantia inuestiganda. Cum enim partes millesimæ sint perexiguæ, facile decipi possumus, vt nimirum putemus, abfciffas esse tres millesimas, cum fortassis solum duæ abfciffæ sint: ac proinde error committi poterit  $166\frac{2}{3}$ . altitudinum AE, vel laterum AD, qui error contemnendus non est. At quando partes vmbrae verfae plures millesimas continent, non tantus error committitur, etiam si vnā millesimam pro altera accipiamus. Nam si verbi gratia putemus, abfciffas esse partes  $\frac{3}{1000}$ . ex vmbra verfa, cum vere abfciffæ sint  $\frac{2}{1000}$ . error fieri poterit solum in 1. altitudine AE, vel latere AD, &  $\frac{1}{9}$ . cum  $\frac{3}{1000}$ . dent Quotientem  $33\frac{1}{3}$ . at  $\frac{2}{1000}$ . Quotientem offerant  $32\frac{2}{3}$ . Itaque magis probo, vt Quadratum in altiori loco ftatuatur, quam in plano Horizontis, quia ibi plures partes vmbrae verfae abfcinduntur, quam hic, vt constat in distantijs æqualibus EF, DM. Vides ergo magnam esse adhibendam diligentiam, vt accurate partes millesimæ reperiantur per ea, quæ lib. 1. cap. 2. Num. 14. scripsimus.

IAM vero, si quadratum constructum sit ad certam aliquam mensuram, hoc est, vt latus contineat vel 1. passum, vel 1. cubitum, vel 2. pedes, aut palmos, aut 3. aut 4. &c. res erit expeditissima, si semel tantum latus particularum 1000. ducatur in mensuras, quibus latus æquiualeat. Ita enim in longitudinibus exquirendis, si quadratum supra planum, in quo est longitudo, ftatuatur, (vt fit in omnibus hypotenusis, siue distantijs à loco mensuris vsque ad aliquod punctum mensore sublimis, depressiusue, quemadmodum patuit in proxima figura, quando longitudo DM, inquisita est, patebitque in scholio problematis 7. & in scholio problem. 9. Item in problem. 15. Num. 5. & in problem. 26. Num. 3. & in problem. 27. Num. 3. nec non in problem. 37. & 38.

O 2 Num.





*Vi umbra BF, ad latus ba, 1000. Ita aA, nota ad AE, distantiam,*

inuenietur distantia AE, in partibus rectæ Aa. Vel si diuidatur latus b a, 1000. per partes millesimas umbræ BF, procreabitur numerus, secundum quem recta Aa, in distantia eadem AE, continetur: posita nimirum recta Aa, vt 1. vt Num. 4 ostendimus.

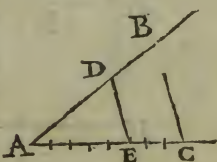
6 QVOD si ad manum non habeamus Quadratum, obtinebimus eandem distantiam beneficio baculi, vel arundinis hoc artificio. Figatur baculus, vel arundo in G, ad rectos angulos plano Horizontis. quod per filum aliquod cum perpendiculo facile fiet. Deinde recede per quotlibet passus vsque ad A, ita vt visus per baculum incedens feratur in signum E. Post hæc ducatur linea Aa, ad AE, perpendicularis, in qua numera quotlibet etiam passus vsque ad a. Ducta tandem GI, ad AE. quoque perpendiculari, & ipsi Aa, æquali, figatur rursus baculus ad angulos rectos in tali puncto rectæ GI, nimirum in H, vt oculus iterum ex a, per baculum incedens feratur in signum E: inquiranturque exquisitissime passus vna cum fragmentis vnus passus in HI, contenti. His enim peractis, quoniam rursus trianguula H I a, aAE, æquiangula sunt, ob angulos rectos I, A, & alternos æquales IaH, AEa, a si fiat,

a 4. sexti.

*Vi HI, nota ad Ia, notam Ita aA, nota ad AE, distantiam,*

efficietur nota distantia AE, in partibus rectarum GA, Aa, a I. Vel si diuidatur aI, nota per IH notam, reperiemus, quoties Aa, in distantia AE, contineatur, si nimirum recta Aa, ponatur vt 1.

7 IAM vero absque numerorum auxilio problema absoluemus, si attente ea considerentur, quæ lib. 2. problem. 1. Num. 7. scripsimus. Nam si fiat angulus quicumque BAC, & pro primo exemplo Num. 1. huius problem. sumatur AD, æqualis lateri quadrati AB, vel si esset nimis magnum, æqualis semissi, vel tertiæ parti, aut quartæ, &c. eiusdem lateris. Deinde DB, æqualis umbræ abscissæ BE, (quæ summa cura per circinum in quadrato accipienda est) vel eius semissi, vel tertiæ parti, aut quartæ &c. vt nimirum AD, DB, sint æque submultiples lateris AB, & umbræ BE, si eis æquales non sunt. Post hæc ex instrumento partium sumatur AE, tot particularum, quot palmi, aut pedes, in altitudine AF, continentur. Si enim iunctæ rectæ DE, parallela agatur BC, continebit distantia FG, tot palmos, aut pedes, quot particule instrumenti partium in intervallo EC, comprehenduntur. Vt si altitudo AF, sit pedum. 5. erit distantia FG, pedum. 3. & sic de cæteris. Atque hoc modo procedendum erit in alijs exemplis omnibus, considerando videlicet attente primas tres magnitudines Regulæ trium, &c. quod semel monuisse satis est.



**DISTANTIAM** in plano per duas stationes in eodem plano factas per quadratum Geometricum metiri





## 111

219. quintil

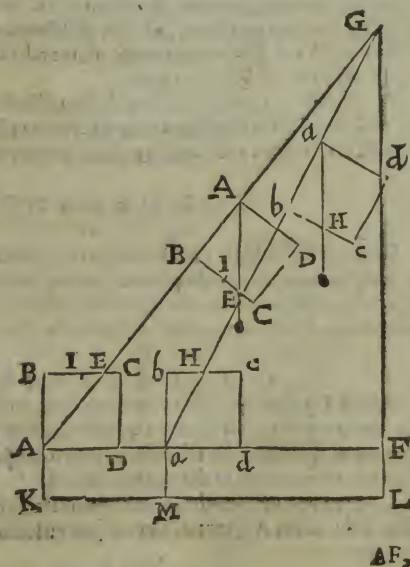
propinqueoris Statio- distantiā  
nis, siue maior,

b 29. primi.

c 26. primi.

d 18. primi.

e 16. primi



f 29 primi.  
g 4. sexti.

h 29. primi.  
i 4. sexti.

KLII. quini

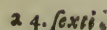




**DISTANTIAM** eandem per duas stationes in aliqua  
altitudine erecta factas, ope quadrati perſcrutari.

PROBLEMA IIII.

¶ QVANDO in plano commode fieri nequeunt duæ stationes, erigatur aliqua Kb, in qua fiant duæ stationes oculi mensoris in A, a. Vel in duabus fenestris alicuius turris, quarum vna superster alteri ad perpendicularum: abscindaturque primum latus vmbra versæ in vtraque statione in E, H. Eritque inferioris stationis vmbra versæ DE, maior, quam vmbra versæ d H, stationis superioris, quod angulus A, maior sit angulo a; quippe cum A G F, minor sit, quam a G M; & anguli F, M, recti. Sumatur DI, ipsi d H, æqualis; Et quoniam est, vt AD, ad DE, ita A F, ad F G: erit permutando, vt AD, ad A F, ita DE, ad F G. Eademque ratione erit, vt a d, ad a M, ita d H, ad M G. Cum ergo eadem sit proportio A D, ad A F, quæ a d, ad a M, propter æqualitatem linearum AD, a d, & A F, a M; b Erit vt D E, tota ad totâ FG, ita d H, hoc est, DI, ablata ad ablatam M G. c Igitur erit quoque reliqua IE, ad reliquam FM, hoc est, ad reliquam A a, vt tota DE, ad totam FG, hoc est, vt AD, ad A F; cum ostensum sit esse A D, ad A F, vt D E, ad F G. Quocirca si fiat,



*VI E, differentia umbrarum versarum manifesta colligitur distantia AF, in partibus differentiae stationum Aa.*

2 SI in vtraque statione latus vmbrae rectae interfecetur in E, H, reducenda est vtraque vmbra recta BE, bH, ad versam, per ea, quae tradita sunt ad initium huius lib. in constructio ne quadrati Num. 7. diuidendo videlicet quadratum numerum lateris quadrati per utramq. vmbra rectam abscissam sigillatim. Nam si producantur latera DC, d c, vmbrae vsq. ad radios AG, aG, ad puncta I, K, erit iterum, vt demonstrauius Num. 1. vt IN, differentia vmbrae versarum ad Aa, differentiam stationum, ita AD, latus quadrati ad A F, distantiam. Ergo vt Num. 1. ostensum est, inuenietur distantia A F, in partibus differentiae stationum A a.





## A L I T E R

*a 4. sexti.*  
*b 17. sexti*  
*c 16. sexti.*  
*d 19. quinti*  
*e 4. sexti.*  
*f 23. sexti.*

SINE reductione umbrarum rectarum ad versas hoc alio modo eandem distantiam AF, eliciemus. Ex OH, differentia umbrarum rectarum in latu a b, fiat P: & ex bH, umbra recta maiore in minorem BE, fiat Q. *a* Et quia est, ut ID, ad DA, ita AB, ad BE; *b* erit rectangulum sub ID, BE, æquale quadrato ex AD, vel AB. Eodemque modo rectangulum sub K d, b H, quadrato ex a d, vel a b, hoc est, eidem quadrato ex A D, vel A B, æquale erit: ac proinde rectangula sub ID, BE, & sub K d, b H, æqualia inter se erunt. *c* Igitur erit, ut ID, ad K d, ita b H, ad BE: & permutando ut I D, ad b H, ita K d, ad BE, hoc est, ut I D, tota ad totam b H, ita K d, hoc est, ita D N, ablata ad BE, hoc est, ad b O, ablatam: *d* Ideoque erit & reliqua IN, ad reliquam OH, ut tota ID, ad totam b H; & permutando IN, ad I D, ut O H, ad b H. Quia vero proportio IN, ad D A, (posita media ID,) componitur ex proportionibus IN, ad ID, & ID, ad D A: Est autem, ut proxime monstratum est, ut I N, ad I D, ita O H, ad b H; *e* & ut ID, ad D A, ita A B, ad BE: componetur quoque proportio IN, ad D A, ex proportionibus O H, ad b H, & A B, ad BE. *f* Sed proportio etiam producti P, ad productum Q, componitur ex eisdem proportionibus, nimirum ex lateribus. Igitur eadem est proportio P, ad Q, quæ IN, ad D A. Cum ergo, ut in 1. modo huius Num. 2. ostendimus, sit I N, ad A a, ut AD, ad A F, hoc est, permutando ut I N, ad D A, ita A a, ad A F: Erit quoque P, ad Q, ut A a, ad A F. Quapropter si fiat,

Vt P, numerus, qui sit ex OH, ad Q, numerum, qui sit ex umbra recta maiore in minorem BE, ita A a, differentia umbrarum rectarum in a b, latu quadrati, ad A F, distantiam, producet eandem distantiam quaesita AF, in partibus differentiarum stationū A a.

## A L I T E R

*g 4. sexti.*  
g QVONIAM est, ut bH, ad a b, ita aM, ad MG: si fiat,

Vt bH, umbra recta, ad a b, latu quadrati 1000. ita aM, quatenus 1. ad MG;

hoc est, (quia 1. multiplicans latu quadrati 1000. producit idem latu 1000.) si quadrati latu 1000. a b, diuidatur per umbram rectam b H, exibit Quotiens MG, indicans, quoties aM, quatenus 1. in M G, comprehendatur. Eodem pacto, si fiat,

Vt BE, umbra recta ad A B, latu quadrati 1000. ita A F, quatenus 1. ad F G,

hoc est, si quadrati latu 1000. A B, diuidatur per umbram rectam B E, fiet Quotiens F G, significans, quoties A F, quatenus 1. contineatur in F G. Si igitur





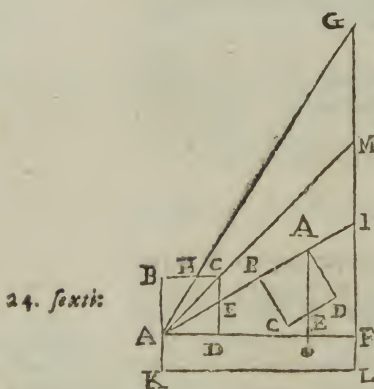
rentiam stationum, ita est AD, latus quadrati ad AF, & permutando vt NI, ad AD; ita Aa, ad AF. Igitur erit quoque O, ad P, vt Aa, ad AF. Quamobrem si fiat,

*Vt* O, numerus, qui relinquitur *ad* numerum P, *Ita* Aa, dif *Ad* Af,  
*fi* numerus genitus ex umbra *qui* ex umbra re *ferentia* ita  
*rectam* versam ex quadrato la *cta* BE, in latus *distantiā*  
*teris* detrahatur, *AD*, produciatur:

procreabitur distantia quæsitæ AF, in partibus differentiæ stationum A a,  
4 HIC etiam si forte in vna statione linea fiduciæ, aut filum perpendi-  
culi, transferit per punctum, C, assumendum erit vel latus vmbre rectæ, vel  
versæ, vt Num. 6. præcedentis problematis dictum est.

ALTI T V D I N E M cuiuslibet rei erectæ per eius di-  
stantiam ab oculo mensoris, beneficio quadrati con-  
ijcere.

PROBLEMA V.



1 SIT altitudo cōiicienda GL, vel ML, vel IL, ad Horizontē perpendiculis. Statura mensuris, vel aliqua alia mēfura nota sit FL, vel AK, pareturq. planū Horizonti parallelū AF, in quo quadratū erigatur, cuius latus AD, intelligatur productū occurrens altitudini in F. Inspecō cacumine I, secet primum dioptra vel filum perpendiculi latus CD, vmbraē versæ in E. quod accidet, quando distantia AF, maior est, altitudine FI, vt problemate 1. Num. 1. ostendimus. Quoniam igitur triangulum ADE, triangulo AFI, æquiangulum est, vt ibidem monstratum est; erit vt AD, ad DE, ita AF, ad FI. Quamobrem si fiat,

*Vt latus qua*      *Ad umbram*    *Ita distantia AF, vel data, vel*      *Ad FI*  
*drati 1000.*      *versam DE:*    *inuenta per probl.3. aut 4.*

perfacta erit altitudo FI, in partibus distantiae AF, quæ si data non est, exquirenda erit vel per problema 3. vel 4. Et si ad FI, adijcietur mensura, vel statura mensuris FL, rota altitudo proposita IL, nota fiet,

b schol. 34.  
primi.  
a. 6. primi.

2. DEINDE linea fiduciae transeat per punctum C. quod fiet, quando distantia AF, altitudini FM, æqualis est; per quod tunc angulus C. A D, semirectus sit, ac proinde & reliquis M, in triangulo F A M. Ideoque latera AF, FM,

FM, æqualia sint. Quanta ergo est distantia AF, quæ vel data est, vel inuenienda per problema 3. vel 4. tanta erit altitudo FM, cui addita FL, nota patefaciet totam altitudinem ML.

3. POSTREMO interfecetur umbræ rectæ latus in H. quod eueniet, quando distantia AF, minor est altitudine FG: eritque triangulum ABH, triangulo AFG, æquiangulum, vt problemate 3. Num. 3. demonstrauius. Igitur erit, vt BH, ad AB, ita AF, ad FG: ac proinde, si fiat,

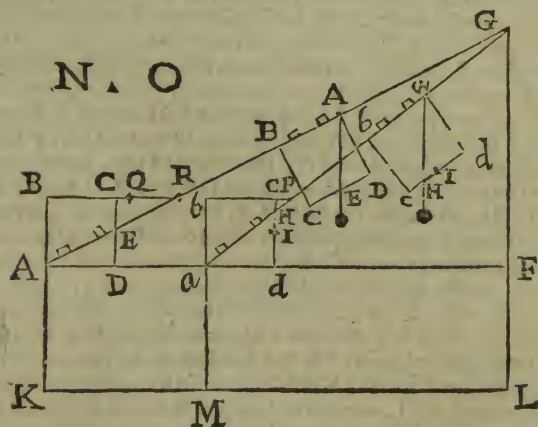
*Vt umbra ad AB, latus quæ Ita distantia AF, vel data, vel ad FG, recta BH, drati 1000. inuenta per probl. 3. aut 4.*

nota euadet FG, cui si addetur mensura vel statura menforis FL, efficietur nota tota altitudo GL, proposita.

ALTITVDINEM eandem, etiamsi eius distantia ab oculo menforis neque data sit, neque inuenta, per duas stationes in plano factas patefacere auxilio quadrati.

## PROBLEMA VI.

PROPOSITA sit altitudo metienda FG, seclusa menforis statura



FL Fiant duæ stationes, vt in problemate 3. cuius figura r. hic reperatur, seceturque primum umbra versa in vtraque statione in punctis F, H. Et quia propter similitudinem triangulorum ADE, AFG, æst vt DE, ad AD, ita FG,



FG, ad AF: si fiat,

*Vt DE, umbra ver* ad AD, latus qua *Ita FG, quatenus 1. ad AF,*  
*su abscissa* drati 1000.

hoc est, (cum 1. multiplicans latus quadrati 1000. producat idem latus 1000.)  
si quadrati latus 1000. diuidatur per umbram versam DE, prodibit Quotiens  
AF, indicans, quoties FG, in AF, contineatur. Eodem pacto si fiat,

*Vt umbra versa dH,* ad a d, latus quadra *Ita FG, quatenus ad aF,*  
*ti 1000.* i.

hoc est, si quadrati latus 1000. diuidatur per umbram versam dH, gignetur  
Quotiens aF, monstrans, quoties FG, in aF, contineatur. Si igitur posterior  
hic Quotiens aF, ex priori Quotiente aF, detrahatur, relinquetur differen-  
tia Aa, cognita in partibus, quarum FG, est 1. Si ergo fiat,

*Vt Aa, differentia Quotientum, diuiso* ad Aa, dif- *Ita FG, ut 1. ad FG,*  
*latere Quadrati per umbramque um-* ferentiam  
*bram versam,* stationum.

producetur altitudo FG, in partibus differentiae stationum Aa, nota, & adie-  
cta mensuris statura FL, tota altitudo GL, nota fiet.

## A L I T E R

EX differentia HI, umbrarum versarum in latus quadrati gignatur nu-  
merus N: & ex umbra versa DE, in versam dH, fiat O. Productis autem late-  
ribus BC, bc, usque ad R, P, in radijs, abscindatur BQ, ipsi bP, æqualis. Et  
quia, ut problemate 3. Nu. 3. demonstratum est, ita est QR, differentia um-  
brarum rectarum ad Aa, differentiam stationum, ut umbra recta maior BR,  
ad AF, distantiam: Vt autem BR, ad BA, ita est AF, ad FG: & permutando,  
ut BR, ad AF, ita BA, ad FG; erit quoque QR, ad Aa, ut BA, ad FG, &  
permutando QR, ad BA, ad Aa, ad FG. Dico ita, ut est QR, ad AB, ita esse nu-  
merum N, ad numerum O. bCū. n. sit, ut DE, ad DA, ita AB, ad BR; e erit rectan-  
gulum sub DE, BR, rectangulo sub DA, AB, hoc est, quadrato lateris æquale.  
Eademque ratione erit rectangulum sub dH, bP, eidem quadrato lateris æ-  
quale; ideoque rectangulum sub DE, BR, rectangulo sub dH, bP, æquale erit.  
d Igitur erit, ut DE, ad dH, ita bP, ad BR: & conuertendo, ut dH, ad DE,  
ita BR, ad bP, vel ad BQ: & permutando ut tota dH, ad tota BR, ita DE, vel  
dI, ablata ad bP, vel ad BQ, ablatam. e Igitur & reliqua HI, ad reliquam  
QR, erit, ut tota dH, ad totam BR, vel ut ablata dI, ad ablatam BQ: & per-  
mutando, ut HI, ad dI, ita QR, ad BQ, vel ad bP. f Proportio autem nu-  
meri N, ad numerum O, componitur ex proportionibus HI, ad dI, vel ad  
DE, & lateris a d, ad dH: propterea q N, factus est ex HI, differentia umbrarum  
versarum in latus quadrati a d; At vero O, ex umbra versa DE, in versam dH,  
ex constructione. Cum ergo sit, ut paulo ante ostendimus, quemadmodum HI,  
ad dI, ita QR, ad bP, g Item ut latus a d, ad dH, ita bP, ad b a, componetur  
quoq. proportio N, ad O, ex proportionibus QR, ad bP, & bP, ad b a. Sed ex  
his eisdem componitur proportio QR, ad b a. Igitur eadem est proportio N, ad  
O, quæ

O, quæ QR, ad b a, vel BA. quod ostendere volebamus. Est autem ut QR, ad BA, ita Aa, differentia stationum ad altitudinem FG, ut supra ostendimus prope initium huius demonstrationis. Igitur si fiat,

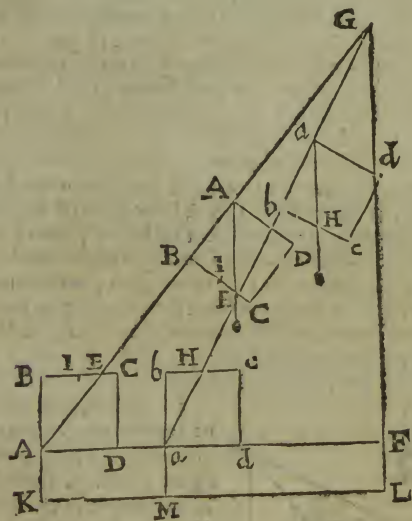
Ut N, numerus, qui fit ex HI, ad numerum O, ita Aa, differentia stationum ad FG, ita DE, in versâdH. Itaque ex umbra versa differentia stationum ad FG, ita DE, in versâdH. Itaque ex umbra versa differentia stationum ad FG, ita DE, in versâdH.

deprehensa erit altitudo FG, in partibus differentiarum stationum Aa. &c.

## A L I T E R.

REDVCATVR vtraque umbra versa ad rectam, ut ad initium huius lib. in quadrati constructione Num. 7. docuimus. Nam per has umbras rectas altitudinem FG, nascitur, uti Num. 2. in sequenti tradetur.

2. SECTIVR deinde vtraque umbra recta in E, H, ut in 2. figura problematis 3. quæ hic repetatur. Et quoniam ob similem triangulorum ABE, AFG, a est, ut BE, ad AB, ita AF, ad FG; erit permutando, ut BE, ad AF, ita AB, ad FG. Eademque ratio erit ut bH, ad aF, ita a b, ad FG; ac proinde erit, ut tota BE, ad totam AF, ita ablata b H, vel B I, ad ablatam a F, cum vtraque proportio sit, quæ AB, vel a b, ad FG.



Igitur erit quoque reliqua IE, ad reliquam Aa, ut tota BE, ad totam AF, hoc est, ut AB, ad FG, cum duæ hæc proportionēs eadē inter se sint, ut paulo ante demonstraui. Quocirca si fiat,

ut





admodum Num. 2. ostendimus.

4 SI forte in vna statione transiret linea fiducia, aut filum perpendicu-  
li per punctum C, assumendum esset in primo casu latus CD, vmbra versa  
In duobus autem alijs casibus latus BC, vmbra recta.

## A L I T E R

Sine reductione vmbra versa ad rectam ita agendum erit. Numerus, qui  
fit ex vmbra versa DE, in vmbra rectam bH, auferatur ex 1000000. quadra-  
to lateris 1000. residuumque sit P. Item ex vmbra versa DE, in latus 1000.  
fiat Q. *a* Et quoniam ob triangulorum similitudinem est, vt BN, ad BA, ita AF, *a 4. sexti.*  
ad FG: Et permutando, vt BN, ad AF, ita BA, ad FG. Sed vt BN, vmbra re-  
cta maior ad AF, distantiam, ita est IN, differentia vmbra rectarum ad  
Aa, differentiam stationum, vt Num. 5. in probl. 3. dictum est. Igitur erit  
quoque IN, ad Aa, sicut AB, ad FG: Et permutando IN, ad AB, vt Aa, ad  
FG. Dico iam ita esse P, ad Q, vt IN, ad AB. *b 4. exti.*  
ad AD, ita AB, vel AD, ad BN: *c 17. sexti.*  
erit rectangulum sub DE, BN, æquale qua-  
drato numero 1000000. lateris AB, 1000. *d 1. secundi*  
Est autem rectangulum sub DE,  
BN, æquale rectangulis sub DE, BI, & sub DE, IN. Igitur si productum ex  
vmbra versa DE, in BI, hoc est, in vmbra rectam bH, dematur ex rectangu-  
lo sub DE, BN, hoc est, ex quadrato 1000000. remanebit rectangulum sub  
DE, IN. Ac propterea P, fiet ex DE, in IN. Fit autem Q, ex eadem vmbra  
versa DE, in latus AB, 1000. Igitur cum DE, multiplicans IN, & AB; pro-  
ducat P, Q, erit P, ad Q, sicut IN, ad AB; hoc est, sicut Aa, ad FG. Quocirca *e 17. septimi*  
fi fiat.

Vt P, numerus, qui relinquitur, si ad Q, numerum, Ita Aa, dif ad FG,  
productus ex vmbra versa DE, in qui fit ex vmbra versa DE, ferentia sta altitudi-  
vmbra rectam bH, ex quadra- bra versa DE, tionum nem,  
to 1000000. detrahatur, in latus AB,  
1000.

producet altitudo FG, nota in partibus differentia stationum Aa: cui si  
adijciatur statura mensuris FL, tota altitudo GL, nota efficietur.

IN scholio porro sequentis problematis idem hoc problema per vnicam  
stationem absoluemus.

ALTITVDINEM eandem, quando distantia ab ocu-  
lo mensuris neque data est, neque inuenta, neque  
è directo altitudinis duæ stationes fieri possunt, per  
duas stationes in aliqua hasta erecta factas, indagare  
per Quadratum.

## P R O B L E M A V I I.

1 CVM in plano duæ stationes fieri commode nequeunt, erigatur hasta  
Q aliqua









dibus sit æqualis: si fiat vt 50. ad 1000. ita 3. ad aliud, reperietur AF, com-  
plecti 60. pedes. Si vero aA, ponatur 1000. comperietur eadem AF, particu-  
larum 200000. qualium 1000. in aA, comprehenduntur.

a 6. triang.  
rectil.

b 5. triang.  
rectil.

c 47. primi.

d 2. sexti. &

componendo.

2 POST hæc deprimatur Quadratum, ita vt latus AD, Horizonti æ-  
quidistet, centrumque dioptræ sit in A. quo posito, videbitur cacumen F, per  
inuentam hypotenusam AF, quæ primum fecerit vmbra verfam CD, in E,  
vt in primo quadrato, inquiraturque portio dioptræ AE, in partibus laterum  
AD, DE, a quod fiet vel ex vtroque latere AD, DE, cognito: b Vel ex cogni-  
to per problema 1. ex vmbra DE, angulo DAE, ex latere DE, noto: c Vel deni-  
que si ex summa quadratorum ex AD, DE, descriptorum radix quadrata,  
extrahatur. Inuenta portione AE, in partibus millesimis lateris AD, ductaque  
EM, ipsi AG, parallela, d si fiat,

Vt AE, inuenta in partibus ad AF, in iisdem Itaque GM, in iisdem par ad GF,  
millesimis lateris AD, partibus inuenta ribus cognita, cum æ-  
qualis sit ipsi DE,

nota efficietur GF, in partibus millesimis lateris AD. Quod si rursus fiat,

Vt latus AD, ad 3. pedes, quos Itaque GF, in millesimis parti- ad GF,  
1000. ponimus in AD, ebus lateris AD, inuenta,  
tineri:

reperietur eadem GF, in mensura pedum. Et si adijciatur, statura mensuris  
GI, nota in eadem mensura, cognita fiet tota altitudo IF, in mensura pedum.  
Vbi vides, nos eadem opera inuenisse quoque distantiam AF, ab oculo A,  
ad cacumen vsque F.

e 2. sexti. &  
componendo.

3 SECET deinde hypotenusam AF, inuenta (inuenietur autem vt Num.  
7. dictum est) vtrumque latus vmbrae in C, vt in 2. quadrato. e Si igitur fiat,  
Vt portio dioptra ac, inuenta in par ad AF, hypotenu Itaque GK, ad GF,  
tibus a d, lateris, 1000. vt Num. 2. sam in iisdem par 1000.  
diximus. tibus inuentam:

prodibit GF, nota in partibus millesimis lateris DC: Et si rursus fiat,

Vt latus dc, ad 3. pedes, quibus aequale Itaque GK, 1000. cum aqua ad GF,  
1000. ponimus latus dc, le sit ipsi dc,

inuenta erit eadem GF, in mensura pedum. Et si addatur statura mensuris GI,  
nota in eadem mensura, cognoscetur tota altitudo IF, in mensura pedum.

f 2. sexti. &  
componendo.

4 TERTIO secet hypotenusam inuenta AF, (quæ inuenietur vt Num.  
7. docuimus) vmbra rectam in E, vt in tertio quadrato. f Si ergo fiat,  
Vt portio dioptra AE, inuenta, ad AF, hypotenusam Itaque GK, ad GF,  
vt Num. 2. docuimus. inuentam 1000.

exibit GF, nota in partibus millesimis lateris DC. Et si iterum fiat,

Vt

*Vt latus DC, ad 3. pedes in DC, Ita GK, 1000. cum sit aqua- ad GF,  
1000. contentos lis ipsi DC,*

cognita erit eadem GF, in mensura pedum. &c.

ATQVE hac eadem ratione omnes alie lineæ inuentæ in partibus mille finis lateris Quadrati reuocabuntur ad quamcunque aliam mensuram, vt ad pedes, vel cubitos, &c.

5 DISTANTIA autem AG, vel HI, cognita euadet, a si fiat,

2. sexti. &  
componēdo.

*Vt portio dioptra AE, in pri ad hypotenusā Ita latus AD, ad AG, in  
mo Quadrato, vel a c, in AF, vel aF, in 1. Quadrato 1. quadrato  
2. Quadrato, vel a d, in 2. vel ad aG,  
Quadrato in secundo.*

V E L

Ducta EL, lateri AB, parallela in tertio quadrato,

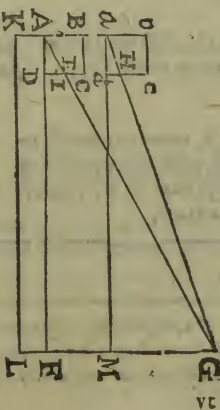
*Vt AE, portio dio- ad hypotenusam Ita umbra recta BE, ipsi ad AG,  
pra, AF, AL, equalis,*

VIDES igitur, in hac ratione dimetiendæ altitudinis, ac distantæ, etiam inaccessibleis, opus non esse duabus stationibus siue in plano, siue in hasta aliqua erecta faciendis; Quod non parum molestiæ plerunque afferre solet: sed solum inuestigandam esse prius hypotenusam per Quadratum stabile inclinatum: Deinde portionem dioptræ inter eius centrum, & latus Quadrati, quod intersecat: quæ inuentio difficilis non est, vt patuit, cum men- for nunquam locum mutare cogatur.

ALTITVDINEM turris aut montis, ex eius sum-  
mitate per Quadratum dimetiri, quando in plano  
summitatis Horizonti æquidi-  
stante duæ stationes fieri pos-  
sunt, & signum aliquod in Ho-  
rizonte cernitur.

### PROBLEMA VIII.

SIT altitudo DF Md, in cuius summita-  
te, nimirum in plano Dd, duæ stationes fieri pos-  
sint, ex quibus signū aliquod in Horizonte, vide-  
licet G, videri possit. (Nos ne nouam cogere-  
rum describere figurā, repetiuimus primam pro-  
blematis 4. inuerso tamen ordine positam, ita



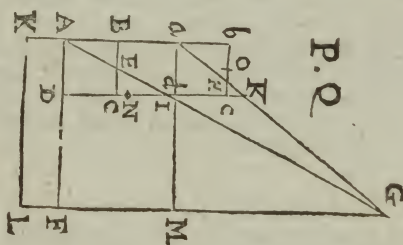


vt literæ rectum situm non habeant, Et quamuis signum G, non cernatur ex A, propter planum Dd, eadem tamen erit ratio, si aliud signum longius distans eligatur, quod ex A, inspicere possit. Collocetur instrumentum in utraque statione, vt latus vmbre rectæ DC, vergat deorsum. Et primum utraque vmbra recta secetur in E, H, (In hac enim inuersione latus DC, vmbre rectæ, & BC, versæ deputatur, vt in constructione Quadrati Num. 4. initio huius libri declaratum est.) atque vmbre d H, in propinquiore statione, quæ semper minor est, æqualis abscindatur DI. Itaque si fiat,

*Vt IE, differentia vmbre ad Aa, differentiam Ita AD, latus quadrati ad AF, brarum rectarum stationum.* drati 1000.

cognita erit recta AF, ex qua si dematur latus quadrati AD, notum in partibus differentiarum stationum, nota relinquetur altitudo DF, vel dM, quæ sita. Inueniri autem hac ratione rectam AF, demonstratum est in problemate 4. Num. 1.

2 QV OD si in utraque statione latus vmbre versæ secetur in F, H, vt in 2, figura problematis 4. hic reperita, inuersa tamen, habebimus tres vias inuestigandi altitudinem AF, ex qua si tollatur latus Quadrati AD, manifesta relinquetur quæ sita altitudo DF, vel dM. Nam reducta utraque vmbra versæ ad rectam, si fiat,



*Vt IN, differentia vmbre ad Aa, differentiam Ita AD, latus quadrati ad AF, brarum rectarum, stationum:* quadrati 1000.

Vel sine reductione.

*Vt P, numerus, qui sit ex ad numerum, qui sit ex Ita Aa, dif ad AF, OH, differentia vmbre vmbra versæ bH, maiore differentia stationum versarum in a b, latus re in minorem E E, tionum quadrati,*

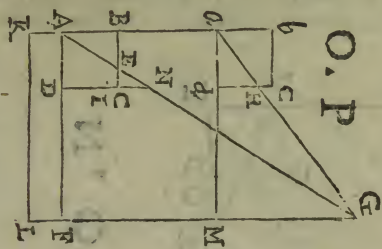
Vel

*Vt Aa, differentia Quotientum, ad Aa, differentiam Ita AF, ad AF, qui sunt, si latus quadrati per stationum notam in ut i. utraq; vmbra versæ diuidatur, mensura aliqua*

pro-

procreabitur semper altitudo AF, ab oculo inspectoris A, numerata: quemadmodum in problemate 4. Num. 2. demonstratum est.

3 SI denique in vna statione secetur latus vmbrae rectae in E, & in altera latus vmbrae rectae in H, vt in 3. figura problematis 4. hic inuerso ordine repetita: si vt in eodem problemate 4. Num. 3. demonstrauimus, reducatur vmbra versa ad rectam, & fiat,



Vt NI, differentia vmbrae ad Aa, differentia stationum: Ita AD, latus quadrati ad AF, differentia stationum: drati

Vel sine reductione.

Vt O, numerus, qui relinquitur, ad numerum P, qui Ita Aa, ad AF, si numerus generatus ex vmbra ex vmbra versa differentia versa in rectam ex quadrato la BE, in latus AD, tia stationum teris dematur, producitur: tionum

producet AF, altitudo in partibus differentiae stationum Aa, &c.

4 IAM vero si distantia FG, à turri ad signum G, in Horizonte visum nota fuerit, facilius per vnicam stationem in A, factam altitudinem conijcimus. Nam si vmbra recta DC, secetur in E, vt in 1. figura: a Fiat autem.

Vt vmbra recta DE, ad latus AD: Ita distantia cognita FG, ad AF, a 4. sexti.

Vel quando vmbra versa BC, secetur in E, vt in 2. figura; b si fiat.

Vt latus AB, ad vmbraem versam BE, Ita distantia cognita FG, ad AF. b 4. sexti.

efficietur nota recta AF, in partibus distantiae FG, à qua si dematur latus quadrati AD, notum in eisdem partibus distantiae FG, nota relinquetur altitudo DE.

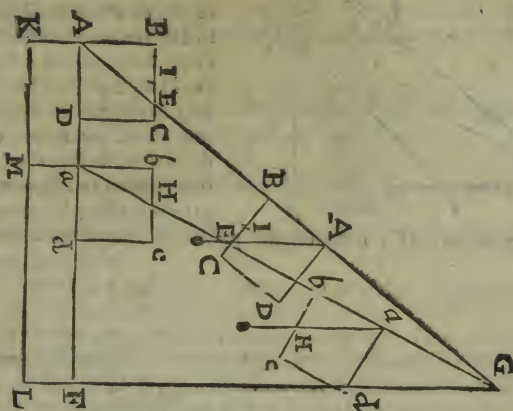
QVOD si dioptra per C, transeat, c erit distantia FG, altitudini AF, æqualis. Dempto ergo latere quadrati AD, altitudo turris DE, cognita fiet, c 6. primi.

HOC idem problema in scholio sequentis problematis absoluemus per vnicam stationem.

ALTITVDINEM turris vel montis ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas



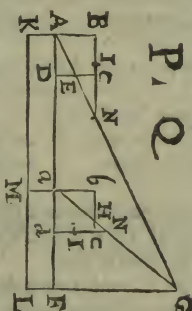




ut IE, differentia umbrarum versarum, ad Aa, differentiā stationum: Ita BE, umbra rer ad AF, sua maior

prohibet recta AF, ex qua si detrahatur portio ha-  
stæ AD à principio primi quadrati ad finem secun-  
di, reliqua DF, altitudo fiet quoque nota: veluti in  
problemate 3. Num. 3. ostendimus.

3. A T si in vna statione fecetur latus vmbre rectæ, & in altera latus vmbre veræ, vt in 3. figura problematis 3. quæ inuicem huc translata est, reducenda erit vel recta vmbra ad versam, vel versa ad rectam. Nam vt in problemate 3. Num. 5. ostendimus, si fiat,



*V*IN, differentia umbrarum siue versarū, siue rectarum, efficietur nota recta AF, ex qua si dematur portio hactæ A d', nota relinquetur altitudo d E.

4 QVOD si turris esset AF, & ex duabus fenestris d, D, observatio fieret, deprehenderetur eodem modo altitudo turris AF, vt patet.

SCHOLIUM.

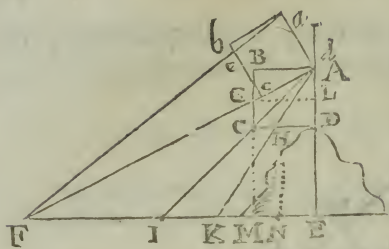
¶ QVOD præcedentia duo problemata per duas stationes siue in plano summitatis turris, vel montis, siue in hasta aliqua erecta factas docuerunt, possumus per vnicam stationem quoq. efficere, & simul distantiam à perpendiculari montis, vel à turre vsque ad signum in Horizonte propositum inuenire.

R SIT



Altitudinē  
montis, vel  
turris ex  
eius vertice  
per vnicam  
stationem,  
vni cum di-  
stantiā tur-  
re, vel per-  
pendiculo  
montis ad  
signum in  
Horizonte  
propositum  
metiri.

a 4. sexti. &  
componēdo.



rigatur dioptra versus F, notenturque partes in umbra versa b e. Nam si fiat,

*Ut be, umbra versa ad latus ba, 1000. Ita latus ad, 1000. ad AF,*

reperietur hypotenusa AF, in partibus lateris a d. Accommodetur rursus quadratum ABCD, ut centrum dioptræ A, sit superius, & latus CD, Horizonti æquidistat, hoc est, latus AD, hastæ erectæ congruat. Quo posito, videbitur signum F, per inuentam hypotenusam AF, quæ primum fecit latus vmbre versæ BE, in G, inquiraturque portio dioptræ AG, ut in schol. problem. 7. Num. 2. docuimus. a Nam si fiat,

*Ut portio dioptræ ad inuentam hy Itæ AL, umbra versa BG, a- ad AE,  
AG, inuenta potensam AF, qualis (ducta GL, paralle-  
la ipsi EF,)*

comperta erit AE, in partibus hypotenusæ AF. Et si dematur latus quadrati AD, in iisdem partibus notum, reliqua fiet DE, altitudo montis, aut turris. Quod si rursus fiat,

*Ut portio dioptræ ad inuentam hy Itæ EM, (producta BC, vs ad EF,  
AG, inuenta potensam AF, que ad M,) lateri CD, aqua-  
lis,*

exibit pota distantia EF, in iisdem partibus hypotenusæ AF.

VBI vides eadem opera inueniri distantiam ab oculo A, usque ad signum F, in Horizonte.

NON erit autem difficile ipsam DE, vel EF, si inuenta fuerit in partibus millesimis lateris AD, vel CD, in alia mensura, ut in pedibus, efficere potam; si fiat,

*Ut AD, la ad AD, notam in pedibus, ver Itæ DE, vel EF, in ad aliud  
ius 1000. bi gratia in 3. vel in semiss- neta in millesimis  
vnius cubiti: partibus,*

Atque hac eadem ratione omnes aliæ lineæ inuentæ in millesimis partibus lateris quadrati, reducentur ad aliam mensuram vel pedum, vel cubitorum &c. Quod etiam in schol. problem. 7. monuimus.

2. SECET deinde hypotenusa AL, (quæ reperietur ut AF, inuenta est) quadratum in C: inuelligeturque portio dioptræ AC, ut in schol. problem. 7. Num. 2. tradidimus. a Deinde fiat,

a 2. sexti. &  
componēdo.

*Ut portio dioptræ AC, ad inuentam hypotenu Itæ AD, latus ad AE,  
inuenta sam AI, 1000.*

Nam

Nam numerus productus dabit AE, in partibus hypotenuse AI. Atque totidem partes complectetur distantia EI; b quod AE, EI, æquales sint, ob angulos semirectos EAI, EIA, æquales.

b 6. primi.

3. POSTREMO hypotenusa AK, inuenta eo modo, quo AF, cognita est, secet latus CD, umbra recta in H, reperiatque portio dioptræ AH, ut in schol. problem. 7. Num. 2. docuimus. c Nam si fiat,

c 2. sexti. & componendo.

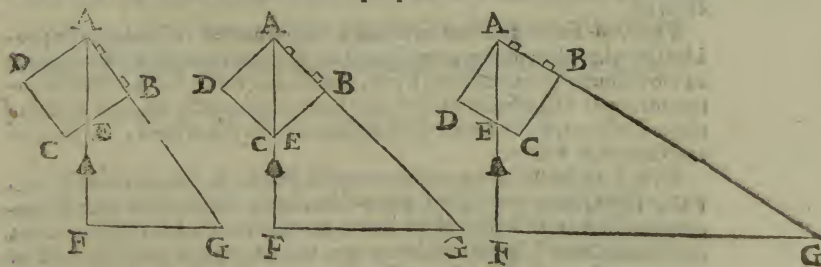
Ut portio dioptræ ad inuentam hypotenusa AD, latus quæ ad AE, AH, inuenta sum AK, drati cognoscetur AE, in partibus hypotenuse AK, &c. Et si rursus fiat, ducta prius HN, ipsi AE, parallela,

Ut portio dioptræ ad inuentam hypotenusa EN, umbra recta ad EK, AH, inuenta potensam AK, DH, æqualis nota quoque reddetur distantia EK, in iisdem partibus hypotenuse AK, &c. Quod si ex vertice D, appareret radix montis, inueniretur eodem modo distantia a radice usque ad E, quæ ablata ex distantia FL, inuenta notam quoque relinquet distantiam ab F, usque ad radicem montis, quæ nonnumquam posset desiderari.

EX summitate turris, vel aliqua eius fenestra, distantiam à base turris ad signum propositum in Horizonte per quadratum cognoscere.

### PROBLEMA X.

SIT turris aliqua AF, & distantia merienda FG. Si igitur altitudo turris cognita est, aut eius portio inter fenestram A, & basem F; inspicitur signum G, per pinnaculum quadrati penduli. Et si quidem filum perpendiculi interfecerit latus umbra recta in E, vel per punctum C, transeat, fiat autem,



Ut latus AB, par ad umbram rectam BE, Ita AF, altitudo turris ad FG, nota

cognita erit distantia FG, quaesita in partibus turris notæ.

Si autem umbra versa secetur in E, & fiat,

R 2 Vt

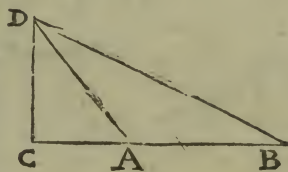




EX altitudinis alicuius fastigio, etiam si altitudo sit mensoris statura, distantiam inter duo signa in plano, cui altitudo insistit, si ea distantia è directo mensoris iaceat, & vtrumque eius extremum cerni possit, per quadratum comprehendere.

## PROBLEMA XI.

1 SIT distantia metienda AB, è directo altitudinis CD, in qua oculus mensoris existat in D, fastigio. Per problema antecedens inuestigetur ex vertice D, tam distantia CB, quam CA. Minor enim hæc ex illa maiore detracta notam relinquet distantiam AB, inter signa A, & B, in partibus altitudinis CD, in quibus videlicet distantia etiam CB, CA, inuentæ sunt.



2 SI altitudo CD, sit statura mensoris, reperietur eodem modo distantia AB, si oculus mensoris in D, vtrumque extremum A, B, cernere possit, vt liquet.

LONGITVDINEM in Horizonte extensam metiri per Quadratum, quando mensor in vno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, propter tumorem aliquem interiectum, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat.

## PROBLEMA XII.

1 SIT longitudo metienda AE, cuius extremum E, ex A, mensor videre non possit, neque adsit altitudo, sed tamen si ad dextram, vel sinistram, recedat per lineam perpendicularem Aa, vsque ad a, illud videre possit. Quadratum stabile ita erigatur, vt eius planum longitudini AE, congruat. Debet namque constare, quænam recta ad extrema A, E, pertineat, hoc est, rectam constituat, cum data longitudine. Deinde collocato quadrato in Horizontis plano, ita vt latus AB, a longitudine non recedat, extendatur recta per latus AD, vsque ad a, vnde extremum, E, appareat, sitque spatium Aa, per aliquam mensuram notum. Erectū autem in a, quadratum circumducatur, donec per eius planum extremum E, cernatur. Post hæc idem qua-

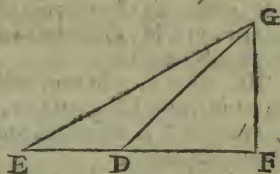




LONGITVDINEM in Horizonte è directo men-  
foris iacentem cognoscere, ad cuius extrema neque  
accedere liceat, neque è loco menforis eam dime-  
tiri, neque vlla adfit altitudo, dummodo ad dextrâ  
vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum  
aliquem ire possit menfor, ex quo vtrumque extre-  
mum appareat.

PROBLEMA XIII.

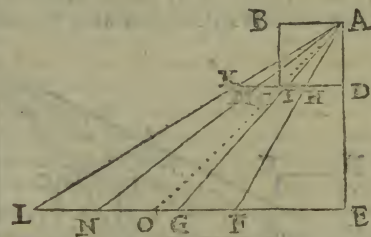
1. LONGITVDO metienda sit E D,  
 è directo menforis in F, existentis, ita vt ne  
 que ad eam accedere liceat, neque eam è  
 loco F, metiri, neque vlla adfit altitudo:  
 Sed solum per lineam perpendicularem,  
 FG, ad locum G, vnde vtrumque extremum  
 D, E, videatur, possit accedere. Per proble-  
 ma præcedens inquiratur ex G, tam longi-  
 tudo FE, quam ED. Hæc enim ex illa detracta notam relinquet propositam  
 longitudinem DE.



ALTI TV DINEM montis, vel turris ex eius fastigio, quando è directo menforis interuallum aliquod inter duo signa, vel etiam inter signum quodpiam ac turrin cognitum est, per quadratum conijcere.

PROBLEMA XIII.

I SIT mons, aut turris  
DE, sitque primum è directo mè  
foris in fastigio D, existentis in-  
teruallum FG, notum. Acom-  
modetur quadratum stabile in-  
summitate D, ita vt latus AD,  
perpendicularè sit ad Horizon-  
tem, & CD, Horizonti paralle-  
lum. Inspecto igitur per dioptrè  
vetroque termino F, G, fecerit  
vmbra recta in H, I. & Quoniam  
Item ob triangulorum similitudinè  
ex equo, vt HI, ad DA, ita GF,



FE: b a fchol. A  
A: erit sexti  
b 4: sexti.  
Vt



*Vt IH, differentia umbrarum rectarum ad DA, latus quadrati drati Ita intervallum GF, ad EA cognitum*

exibit nota recta EA. Et si dematur latus quadrati DA, (quod fieri debet notum in partibus intervalli GF,) reliqua fiet nota altitudo DE, in partibus intervalli GF.

2 SIT tota deinde distantia EG, nota. Inspiciendum ergo solum est extremum G. Nam si fiat,

*Vt ID, umbra recta ad DA, latus quadrati Ita distantia nota ad EA, ita GE,*

efficietur rursus nota recta EA, &c.

3 QVANDO umbra versa BC, intersecatur, ut si spatium notum sit LN, reducenda est utraque umbra versa ad rectas DK, DM. Nam rursus erit, ut KM, differentia umbrarum rectarum ad latus DA, ita spatium notum LN, ad EA.

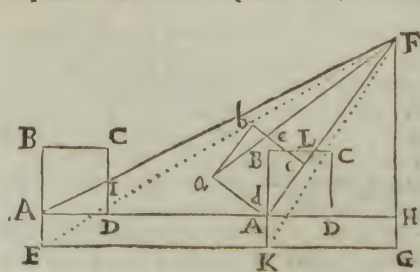
SIC etiam quando vnus radius umbram rectam, & alter versam intersecat, ut in spatio LG, contingit, reuocanda erit umbra versa ad rectam DK, ut iterum sit KI, differentia umbrarum rectarum ad DA, latus, ut spatium notum LG, ad EA.

4 SI denique radius per C, transiret, sumendum esset totum latus CD; pro umbra recta, at umbra versa, si qua esset, ad rectam reducenda.

DISTANTIAM ab oculo, vel pede mensuris (vbicunque existat) ad quoduis punctum in aliqua altitudine notatum per quadratum exquirere.

### PROBLEMA XV.

1 EXPLORANDA sit distantia puncti F, in muro aliquo siue perpendiculari ad Horizontem, siue inclinato, vel etiam in recto quopiam ab oculo A, vel à pede E, posita statura mensuris AE. Et sit primum altius punctum F, quam oculus A. Concipiatur ex F, demissa perpendicularis FG, & ad hanc



ducta ab oculo A, alia perpendicularis AH. Collocato ergo ita quadrato, ut latus AD, Horizonti æquidistet, inspiciatur punctum F, radiusque AF, vel dioptra auferat umbram versam DI. Per problema 3. vel 4. vel potius per scholium problem. 7. inuestigetur distantia AH, etiam si punctum H, non appareat: diligenterque inquiri.

inquiratur, quot partes millesimæ lateris  $AD$ , in segmento dioptræ  $AI$ , comprehendantur, quod multis modis, vt in schol. probl. 7. Num 2. docuimus, exequemur hoc modo. Primum quoniam duo latera  $AD$ ,  $DI$ , in rectangulo triangulo  $ADI$ , data sunt,  $a$  ignorari non poterit basis in partibus laterum. Deinde quia per probl. 1. ex vmbra  $DI$ , notus fit angulus  $DAI$ ,  $b$  cognoscetur rursus basis  $AI$ . Terrio  $c$  quia quadrata  $AD$ ,  $DI$ , quadrato  $AI$ , æqualia sunt; si ex aggregato eorum radix quadrata eruatur, exhibebit ea radix basem  $AI$ , notam. His peractis,  $d$  si fiat,

$a$  6. triang.  
rectil.  
 $b$  5. triang.  
rectil.  
 $c$  47. primi.  
 $d$  4. sexti.

Vt latus  $AD$ , 1000 ad portionem dioptræ  $AI$ , nuper inuentam: ita distantia  $AH$ , ad  $AF$ , nuper etiam inuenta

cognita erit distantia  $AF$ , quæ sita in partibus inuentæ distantia  $AH$ .

DISTANTIA autem  $EF$ , à pede ad datum punctum  $F$ , ita reperiemus. Quoniam in triangulo  $AEF$ , duo latera  $AF$ ,  $AE$ , cognita sunt, cum illud proxime sit inuentum, & hoc staturæ mensuris æquale sit; comprehenduntque angulum notum  $EAF$ , vtpote conflatum ex recto  $EAH$ , &  $DAI$ , qui per problema 1. inuentus est ex vmbra versâ  $DI$ :  $e$  notum efficitur latus quoque  $EF$ , quod quæritur.

$e$  12. trian.  
rectil.

2. QVOD si vmbra recta secetur in  $L$ , vt in altero quadrato, vbi iterum mensuris statura est  $AK$ : Inuenta portione dioptræ  $AL$ , in partibus millesimis lateris quadrati ex angulo  $BAL$ , &c. necnon distantia  $AH$ , ex problem. 3. vel 4. vel ex scholio probl. 7. f. Si fiat,

$f$  4. sexti.

Vt  $BL$ , vmbra recta ad  $LA$ , portionem dioptræ inuentam: ita distantia  $AH$ , ad  $AF$ , inuenta

prohibet rursus nota distantia  $AF$ , in partibus distantia inuentæ  $AH$ .

NON aliter procedes, si dioptra per  $C$ , transeat:  $g$  Cum tunc etiam sit, vt  $AD$ , latus ad partem dioptræ  $AC$ , inuentam, vt prius, ita distantia inuenta  $AH$ , ad distantiam quæsitam  $AF$ .

$g$  4. sexti.

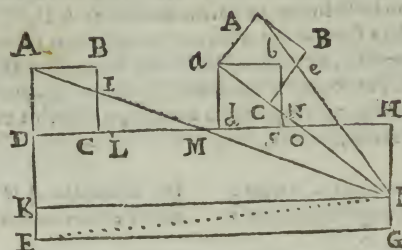
DISTANTIA autem  $KF$ , à pede  $K$ , vsque ad  $F$ ,  $b$  inuenietur, vt prius, ex duobus lateribus notis  $AF$ ,  $AK$ , & angulo ab ipsis cōprehensio  $FAK$ ; qui nimirum conflatur ex recto  $A$ , &  $DAL$ , complemento anguli  $BAL$ , quem per problema 1. cognitum efficit vmbra recta  $BL$ .

$b$  12. trian.  
rectil.

3. SED sit iam punctum  $F$ , oculo  $A$ , depressius, & statura mensuris sit  $AE$ . Concipiatur ex  $F$ , duci  $FK$ , Horizonti parallela, vel ad  $AE$ , perpendicularis. Item per  $F$ , recta  $GH$ , ipsi  $AE$ , parallela. Accomodato autem quadrato, vt latus  $AD$ , rectum sit ad Horizontem, &  $DC$ , Horizonti æquidistans, cogitetur  $DC$ , latus productum vsque ad  $H$  punctum perpendicularis  $GH$ . Primum itaque reperiatur altitudo  $AK$ , per problema 8. vel 9. duabus stationibus factis in recta  $DH$ , vel in hasta  $DA$ , protracta, vel certe per scholiū problem. 9. Quamuis enim statura mensuris  $AE$ , cognita sit, ignoratur tamen, quanta sit eius pars  $AK$ , quam parallela  $FK$ , per imaginationem ducta abscindit: ita vt omnino necessarium sit altitudinem  $AK$ , inquirere. quod per 8. problema facile exequemur, si in vtraque statione vmbra versâ secetur in  $I$ ,  $N$ , (quod plerunque hic continget) & vtraque abscissa  $BI$ ,  $bN$ , ad rectas  $DM$ ,  $dO$ , reuocetur: Nam si fiat,

$S$   $Vt$





*Vt LM, differentia umbrarū restarū ad DL, differentiam stationum: ita AD, ad AK, latus*

inuenta erit altitudo AK, oculo posito in eius summitate A; vt in dicto problem. 8. Num. 2. diximus, &c. Quæ tamen altitudo AK, facilius per scholium problem. 9. reperiri potest.

ITAQVE quia umbra BI, per 1. problema patefacit angulum BAI, hoc est, alterum in AFK; sibi æqualem, necnon & eius complementum FAK; erunt in triangulo rectangulo AKF, duo anguli acuti cogniti, vna cum latere AK, proxime inuento; a Itaque si fiat,

5. triang. rectil.

*Vt sinus totus ad latus AK, inuentum: ita AF, secans anguli FAK, ad AF,*

cognita fiet AF, in partibus lateris inuenti AK. Vel inuenta parte dioptræ AI, in partibus millefimis lateris quadrati, vt supra dictum est prope initium huius problematis, b si fiat,

4. sexti.

*Vt BI, umbra versa ad IA, partem dioptræ inuentæ: ita KA, altitudo inuenta ad AF,*

nota rursus efficietur distantia AF, in partibus recte AK, inuentæ.

PORRO distantiam EF, a pede mensuris ad punctum F, c inueniemus, vt supra: propterea quod in triangulo AEF, duo latera AE, AF, nota sunt, cum illud sit statura mensuris, hoc autem sit proxime inuentum, angulumq. continent eorum FAK, vt paulò ante diximus.

12. triang. rectil.

4 NON aliter vtrique distantia cognoscetur, si punctum F, in Horizonte sit positum, qui Horizon per FK, intelligatur transire, ita vt statura mensuris, vel aliqua alia altitudo nota, sit AK. Nam cognita portione dioptræ AI, vt supra traditum est; c si fiat,

4. sexti.

*Vt BI, umbra abscissa ad IA, portionem dioptræ inuentæ: ita AK, altitudo, vel statura mēso-  
vis*

nota

nota euadet distantia AF, in partibus stature mensuris, vel altitudinis notæ AK.

Rursus si fiat.

Ut BI, umbra ad AB, latus quadrati 1000. ita AK, altitudo, vel ad KF, statura mensuris. 24. sexti.

cognita etiam fiet distantia KF, à pede mensuris vsque ad punctum F, in partibus eiusdem stature mensuris, vel altitudinis notæ AK. Vbi vides, vtramq. distantiam cognosci per vnicam stationem, quando punctum datum est in Horizonte.

SE D vbicunque punctum F, existat siue in Horizonte, siue in sublimi, vel infra oculum, inueniemus nihilominus vtramq. distantiam per vnicam stationem, hoc modo. Quando punctum F, est in sublimi, vt in prima figura, accomodetur quadratum ita, vt dioptræ centrum a, sit superius, & latus d c, versus punctum F, dirigatur. Inspecto enim per dioptram puncto F, notetur umbra versa e b, b Et fiat, b 4. sexti.

Ut umbra versa e b, ad latus b a, ita latus a d, ad AF,

Nam numerus productus notam faciet distantiam AF, in partibus lateris quadrati. Non aliter distantiam KF, à pede mensuris elicies, si eodem pacto quadratum ad punctum K, applicabis, vt constat.

QUANDO autem punctum F, depressius est oculo, vt in 2. figura, erigendus est baculus a d, minor, quam statura mensuris, & in a, applicandum quadratum, vt cursus centrum dioptræ A, sit superius, & latus a c, ad punctum F, vergat. Nam viso puncto F, ex A, per dioptram, notataque umbra versa e B, si fiat,

Ut umbra versa e B, ad latus BA, ita latus A a, ad AF,

exibit distantia a F, nota in partibus lateris A a. Distantia porrò EF, à pede mensuris conijcietur, si quadratum in E, applicetur, vt in prima figura dictum est. Quando denique punctum F, est in Horizonte, inuenietur vtraque distantia, vt Num. 4. tradidimus.

INTERVALLVM inter duo signa, vel puncta in quolibet plano siue recto ad Horizontem, siue inclinato, per quadratum metiri.

### PROBLEMA XVI.

IN quolibet plano eleuato AB, inquirendum sit intervallum CD, ex plano EF. Posito oculo in G, vt statura mensuris sit GE, inuestigetur per præcedens problema, vtraque distantia GC, GD, in partibus stature mensuris.

S 2 GE.

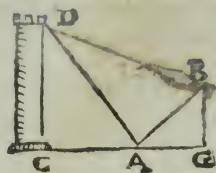








#12. triang.  
rectil.

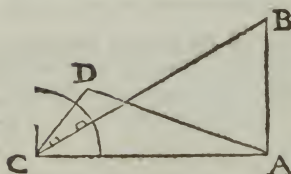


mate 16. docuimus. Nam sic habebimus triangulum  $ABD$ , cuius duo latera nota sunt  $BA$ ,  $BD$ , una cum angulo  $B$ . Igitur tertium quoque latus  $AD$ , cognitum erit.

QVOD etiam inuenietur, ut Num. 2. problem. 16. docuimus, si in rectis  $BA$ ,  $BD$ , cum angulo  $B$ , seorsum ductis sumuntur partes ipsis  $BA$ ,  $BD$ , proportionales, &c.

**ALTITVDINEM** inaccessibilem, cuius basis non videatur, & ad quam per nullum spatium secundum rectam lineam accedere possit mensur, aut recedere, ut duæ stationes fieri possint, sed solum ad dextram, sinistramue ad locum, è quo eius basis cernatur, per quadratum explorare.

### PROBLEMA XIX.



1. **ALTITUDO** metienda sit  $AB$ , inaccessibleis, ad quam ex  $C$ , loco mensuris non liceat accedere, aut ab ea recedere secundum lineam rectam, sed solum in transversum usque ad  $D$ , unde basem  $A$ , videre possimus. Per problema 17. inuestigetur ex  $D$ , intervallum transversum  $AC$ . Nam per 5. problema, quando iam distantia  $CA$ , manifesta est, altitudo  $AB$ , reddetur nota, quam querimus, in partibus distantie inuenta  $CA$ .

CAETERVM ex scholio problem. 7. facilius per unicam stationem in  $C$ , factam inuestigabitur & altitudo  $AB$ , & distantia  $AC$ , una cum hypotenusa  $BC$ .

**ALTITVDINEM** maiorem ex minori cognita, etiam si solum maioris altitudinis vertex cernatur, per quadratum efficere notam.

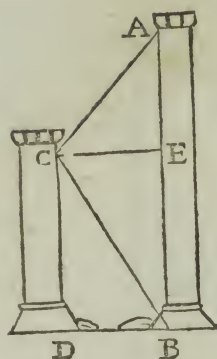
### PROBLEMA XX.

1. **MAIOR** altitudo  $AN$ , metienda proponatur ex minori aliqua turri  $CO$ , cognita, ex qua solum cacumen  $A$ , non autem basis  $N$ , appareat. Fiant in summitate duæ stationes in  $C$ , &  $D$ , si planum summitatis id permittat, staturaq. mensuris sit  $CG$ , vel  $DE$ , & ad  $AN$ , intelligatur ducta perpendicularis

ris



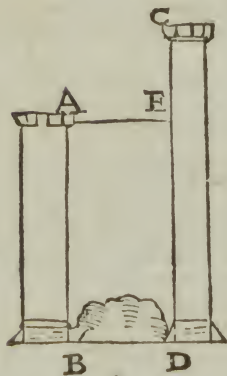




blema 6. vel 7. aut potius per scholium problem. 7. si C, sit summitas minoris altitudinis CD. Deinde quia basis B, maioris altitudinis ponitur posse videri ex C, inquiratur etiam altitudo minor C'D, per problema 8. aut 9. vel potius per scholium problem. 9. si C, fuerit summitas minoris altitudinis CD. Hæc enim adiecta ad inuentam altitudinem AE, conficiet totam maiorem altitudinem AB, notam, quæ desideratur.

ALTITVDINEM minorem ex maiori cognita, licet basis minoris cerni non possit, per quadratum scrutari.

### PROBLEMA XXII.



1 MINOR altitudo AB, ex maiore CD, cognita proponatur dimetienda. Intelligatur ducta recta AE, Horizonti BD, æquidistans, vt E D, fiat minori altitudini AB, æqualis. Si igitur ex summitate C, per problema 8. vel 9. aut potius per scholium probl. 9. exploretur altitudo CE, inspecto nimirum cacumine A, ac si esset signum aliquod in Horizonte AE, ex C, visum: atque hæc altitudo inuenta CE, ex maiore altitudine CD, quæ cognita ponitur, detrahatur, reliqua fiet minor altitudo AB, quam inquirimus.

ALTITVDINEM minorem ex maiori incognita, dummodo basis minoris appareat, per quadratū elicere.

### PROBLEMA XXIII.

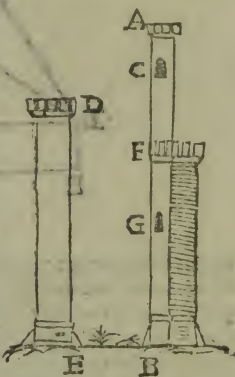
1 FIGURA præcedentis problematis repetatur. Et quia basis B, minoris altitudinis, tanquam signum quodpiam in Horizonte positum, videri potest

potest, ex hypothesi, nota efficietur per problema 8. aut 9. vel potius per scholium probl. 9. maior altitudo CD. Quare, vt in præcedenti problemate dictum est, minor altitudo AB, ex maiore CD, proxime inuenta cognoscetur. quod est propositum.

**PORTIONEM** altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere.

### PROBLEMA XXIII.

1 SIT portio AC, maioris altitudinis AB, exquirenda ex minore altitudine DE; Item portio GF, altitudinis minoris FB, ex maiore altitudine DE. Si altitudo DE, minor est reliqua portione CB, maioris altitudinis, inuestiganda erit per problema 20. vel 21. vtrique altitudo maior AB, CB, ex minori DE, prout videlicet DE, cognita fuerit, aut incognita. Nam CB, ablata ex AB, notam relinquet propositam portionem AC. Si verò DE, maior est reliqua portione FB, si nimirum maioris altitudinis portio AF, metienda proponatur: inuestiganda quidem erit maior altitudo AB, ex minore DE, per problema 20. vel 21. At vero minor altitudo FB, ex maiore DE, per problema 22. vel 23. exploranda erit, prout videlicet DE, nota fuerit, aut ignota. Nam rursus FB, detracta ex AB, notam relinquet portionem propositam AF.



2 NON secus per problema 22. vel 23. indaganda erit vtrique altitudo minor FB, GB, ex maiore DE, si fortè illarum differentia FG, inuenienda sit.

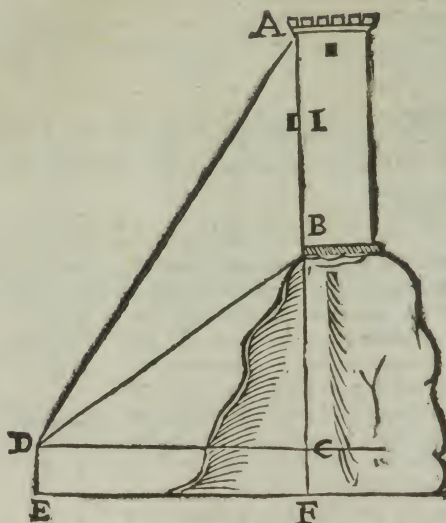
**ALTITVDINEM**, cuius basis imposita sit monti, vel alteri cuiuspiam altitudini, & vtrique illius extremitas cerni possit, etiam si infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco mensoris cognita non sit, per quadratum ex valle, aut ex plano Horizontis explorare.

### PROBLEMA XXV.

1 HVIUSCEMODI altitudo est turris supra montem posita, & portio aliquius ædificij inter duas fenestras, vel duo signa, quorum alterum altero superius est. Sit igitur supra montem BE, altitudo turris AB, proposita. Ex aliquo loco E, in planitie, aut valle, vnde vtrumque turris extremum conspicia-

T tur





tur, inuestigetur per problema 6. vel 7. tam altitudo  $AF$ , quàm  $BF$ , prout scilicet duæ stationes sunt aut in plano, aut in aliqua hasta erecta. Vtraque tamen altitudo  $AF, BF$ , facilius inuenietur per scholium problem. 7. si in  $E$ , bis quadratum accommodatur, vt in eo scholio factum est. Vtraque altitudine inuenta, altitudo montis  $BF$ , dempta ex tota altitudine  $AF$ , notam relinquet optatam altitudinem  $AB$ .

S C H O L I V M

Suprema , ITAQUE si AB, portio superior totius alicuius altitudinis AF, desideretur,  
media atq; indaganda erit per probl. 6. vel 7. aut potius per scholium probl. 7. tam tota  
infima pars altitudo AF, quam eius portio BF. Earum enim differentia notam dabit su-  
periores portionem AB, desideratam.  
SI autem media aliqua portio I B, cognoscenda sit, coniicienda rursus  
erit per problema 6. vel 7. aut potius per scholium problem. 7. utraque alti-  
tudo IE, BF. ut earum differentia IB, nota reddatur.

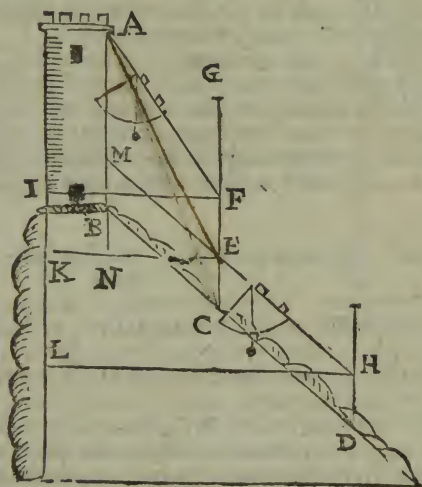
SI denique infima pars BF, proponatur inquirenda, exploranda ea erit per problema quoque 6. vel 7. aut potius per scholium problem. 7.

**DISTANTIAM** accliuem montis à loco menforis vs-  
que ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non  
visam, vna cum ipsa altitudine, quando menfor in  
ascensu montis consistit, propè verum, beneficio qua-  
drati efficere cognitam.

PRO-

## PROBLEMA XXVI.

**I** SIT turris AB, monti imposita, in cuius ascensu, seu latere mensor consistat in C, ex quo loco basem turris videre non possit. Erigatur hasta aliqua CG, ad Horizontē, non autem ad latus montis, perpendicularis, sitque mensoris statura CE. Cogitetur ducta EK, ad altitudinem perpendicularis, aut Horizonti æquidistans. Applicato autem quadrato stabili ad hastam in puncto E, (si pendulum adhibeatur, constituendus etiam erit oculus



in E.) dirigatur dioptra versus cacumen A; & per umbram abscissam, inueniatur angulus AEK, vt in problemate 1. tradidimus. Deinde fiant alia statio superior in F, in hasta, ductaque per cogitationem recta FI, ad altitudinem perpendiculari, dirigatur rursus dioptra versus A, atque eodem modo angulus eruatur AFI, & Et quia angulus AFG, duobus angulis FEA, FAE, æqualis est, si auferatur AEF, complementum prioris anguli AEK, in statione inferiori E, inuenti, ex AFG, complemento posterioris anguli in superiori statione F, deprehensi, reliquus fiet angulus EAF, cognitus. Quoniam igitur in triangulo AEF, duo anguli A, E, cogniti sunt, vna cum latere EF, hoc est, cum differentia stationum, nota fient reliqua latera AE, AF.

**2** POST hæc erigatur alius baculus DH, ad Horizontem rectus, sumptaque mensoris statura ipsi CE, æquali, & ducta recta HL, ad altitudinem perpendiculari, applicetur ad H, quadratum, ac dioptra in punctum E, dirigatur, rursusque per problema 1. ex umbra abscissa angulus eliciatur EHL,

T 2

ac 12.

232. primi

b 10. triang.  
rectil.



- a 33. *primi.* ac radius visualis HE, altitudini occurrere concipiatur in M, a qui ipsi B C D, lateri montis parallelus erit. Concipienda etenim sunt tria puncta B, C, D, in vna recta linea iacere, ac si D C, producta ad basem turris pertineret. b 29. *primi.* Quia vero angulus EHL, angulo MEK, internus externo æqualis est, si EHL, cognitus, hoc est, MEK, ex angulo AEN, in priori statione E, obseruato, detrahatur, notus relinquetur angulus AEM: Est autem & angulus EAM, cum complementum sit anguli AEN, in priori statione E, obseruati, cognitus. Igitur & AME, reliquis duorum rectorum cognitus erit: qui quidem etiam relinquitur, si NMH, complementum anguli MHL, in statione postrema H, inuenti ex duobus rectis detrahatur. Quapropter cum in triangulo AEM, omnes anguli noti sint, vna cum latere AE, quod paulo ante inuenimus, cognoscetur quoque reliqua duo latera ME, AM: ac propterea distantia EM, vel CB, inuenta erit. Et si rectæ AM, inuentæ addatur memoris statua MB, tota turris altitudo AB, cognita erit.

cio. triang.  
rectil.

d 4. *sexti.*

CVRANDVM autem est magnopere, vt tria puncta B, C, D, in vna linea recta iaceant, id quod in problemate 22. lib. 2. faciendum esse monuimus.

3 QVOD si basis altitudinis ex latere montis videri possit, nullo ferme labore problema per vnicam stationem efficiemus. Nam si in D, statuatur quadratum, ita vt centrum dioptræ sit superius, & latus infimum, recta in B, feratur, dirigenda erit dioptra versus idem punctum B. d Nam si fiat,

<i>Vt umbra versa</i>	<i>Ad latus quadrati</i>	<i>Ita latus quadrati</i>	<i>ad aliud,</i>
<i>abscissa</i>	<i>ti</i>	<i>drati</i>	

inuenietur distantia DB, in partibus lateris quadrati, vt liquido constat ex ijs, quæ in problem. 15. Num. 5. scripsimus, patetque in 1. figura eiusdem problematis; si in ea cogitetur ascensus montis AF, in secundo quadrato, & F, basis altitudinis monti impositæ.

DEINDE si idem quadratum in D, ita statuatur, vt rursus centrum dioptræ sit in sublimi, & latus infimum ad fastigium altitudinis A, recta tendat, idemque punctum A, per dioptram inspicatur, reperietur eodem pacto distantia à D, vsque ad A; si fiat,

<i>Vt umbra versa</i>	<i>ad latus quadrati</i>	<i>Ita latus quadrati</i>	<i>ad aliud.</i>
<i>abscissa</i>	<i>ti</i>	<i>ti</i>	

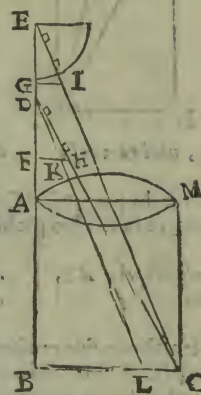
POSTREMO, accommodato quadrato, ita vt vnum latus rectæ DB, congruat, & dioptra in A, dirigatur, inuenietur angulus, quem rectæ DB, DA, efficiunt, vt in problem. 16. Num. 1. docuimus. Si ergo hic angulus seorsum describatur, & in rectis DB, DA, capiantur duæ portiones proportionales, vt in eodem problem. 16. Num. 2. tradidimus, reperietur altitudo AB, per interuallum inter duas illas portiones, vt ibi interuallum CD, indagauimus.

PROFVNDITATEM putei, vel ædificij cuiusuis ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per

per quadratum efficere cognitam.

## PROBLEMA XXVII.

1. HOC nihil est aliud, nisi turrin ex eius vertice, quando in Horizonte signum aliquod apparet, per duas stationes in hasta aliqua factas metiri, vt in problem. 9. factum est. Quare eius problematis praxim hic breuiter repetemus. Sit puteus, seu ædificium erectum ABCM, cuius angulus C, in fundo, vel signum quodpiam C, in fundo positum conspici possit. Erecta hasta A E, in orificio putei, vel summitate ædificij, hant duæ stationes oculi mensoris in D, E, & applicato latere quadrati ad hastam bis, vt modo centrum dioptræ in D, & modo in E, statuitur, dirigatur dioptra versus C. Si igitur in vtraque statione dioptra vmbra rectam interfecerit, quod plerumque in puteorum dimensione fieri solet: Fiat autem,



Vt differentia vmbra-  
rum rectarum

Ad DE, differen-  
tia stationum

Ita vmbra re-  
cta maior ad EE,

exhibet recta EB, nota in partibus differentie stationum DE. Si ergo auferatur recta EA, composita ex differentia stationum DE, & portione haste DA, quæ plerumque staturæ mensuris esse solet æqualis, vel certe facile mensurari potest, nota relinquetur altitudo AB, quæ sita.

2. SI vero in vtraque statione vmbra versa interfecerit, & fiat,

Vt differentia vmbra-  
rum versarum

ad DE, differen-  
tiam stationum

Ita vmbra versa  
maior ad EB,

fiet rursus nota recta EB, &c.

3. SI denique in vna statione latus vmbra rectæ secetur, & in altera latus vmbra versæ, reducenda erit vel vmbra recta ad versam, vel versa ad rectam. Nam si rursus fiat.

Vt differentia vmbra-  
rum, siue rectarum,

ad DE, differen-  
tiam stationum

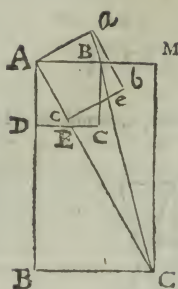
Ita vmbra versa  
ad EB,

siue versarum, vel recta maior

iterum producet recta EB, in partibus differentie stationum DE, &c.

PER vnicam quoque stationem assequemur altitudinem putei, quemadmodum in scholio probl. 9. ex montis vertice eius altitudinem mensuramus: si videlicet in A, quadratum ita statuatur, vt centrum a, dioptræ superius sit, & latus infimum AC, ex A, ad punctum C, vergat, ad inueniendam distantiam





stantiam, vel hypotenusam  $AC$ , &c. ut in eo scholio factum est, atque hæc figura apposita declarat. Secundo enim quadratum ita locandum est, ut  $A$ , centrum dioptræ sit in  $A$ , & latus  $AD$ , lateri putei  $AB$ , adhæreat; adeo ut per dioptram puncto  $C$ , inspecto, radius visualis ab hypotenusa  $AC$ , non differat. Itaque si fiat,

*Vt eb, umbra versa ad latus b a, ita latus a A, ad aliud,*

2. sexii. & componēdo. inuenietur hypotenusa AC. Inuenta deinde portione dioptræ AE, in secundo quadrato, vt in scholio problem. 7. docuimus: a Si rursus fiat,

Et portio dioptra AE, ad hypotenusam in- ita iatus ad aliud,  
inuenta uentam AC: AD,

prodibit altitudo, siue profunditas AB.

4 QVOD si latitudo orificij AM, vel fundi BC, cognita fuerit, quæ facile per aliquam mensuram cognosci poterit, facilius per vnam duntaxat stationem in D, factam, & per vnicam applicationem quadrati, profunditatem AB, conijciemus. Nam si fiat,

*Vt umbra recta, si ea ab-*      *ad latus quadra*      *Ita latitudo cogni*      *ad AB,*  
*scissa fuerit,*                  *ti:*                                  *ta BC,*

Vel

<i>Vi latus qua-</i> <i>drati</i>	<i>ad umbram versam, si ea</i> <i>fuerit abscissa:</i>	<i>Ita latitudo cogni-</i> <i>ta BC,</i>	<i>ad AB,</i>
--------------------------------------	---	---	---------------

producetur A B, profunditas nota in partibus latitudinis.

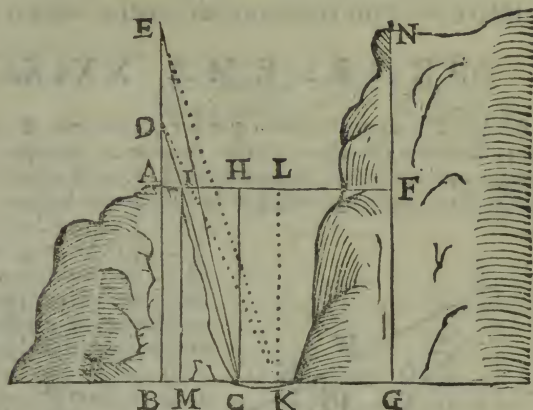
ET si forte dioptra per punctum C, in quadrato transeat, erit latitudo BC, rectæ AB, æqualis.

HAE porro praxes demonstratae sunt omnes in praedicto problemate 9. hac ultima Num. 4. excepta, quam in problemate 8. Num. 4. demonstravimus.

PROFVNDITATEM vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere.

PRO-

1 HOC etiam aliud nihil est, nisi altitudinem quampiam ex eius summo fastigio per duas stationes in hasta aliqua erecta dimetiri, ut in problem. 9. factum est, & in præcedenti problemate repetitum. Sic enim vallis inter duos montes AB, NG, posita, & terminus ipsius C, ex monte AB, conspici



possit, Erecta hasta AE, in qua duæ stationes oculi menforis fieri possint in D, E, si reliqua construantur, vt in problemate 24. lib. 1. cuius hic figuram iterauimus; inuestigabitur recta EB, vt in 1. figura præcedentis probl. recta EB, fuit inuenta. Et si dematur portio hastæ AE, altitudo montis AB, vel profunditas vallis HC, reliqua fiet nota.

a 29. primi.

65. triang.  
rectil.

3 QVOD si terminus C, non cernatur, eligatur aliquod signum K, in valle, quod ex stationibus D, & E, appareat. Ita enim per problema 9. vel potius per eius scholium, eadem altitudo IM, vel HC, inuenietur.

IMMO si in plano vallis duæ stationes commodè fieri possint, percipietur ex illis eadem altitudo IM, per problema 6. vel per scholium problem. 7. Descensus verò obliquus IC, tanquam intervalum inter duo signa I, & C, per problema 16. indagandus erit.

4. EADEM denique profunditatem  $CH$ , venari licebit ex altiore monte

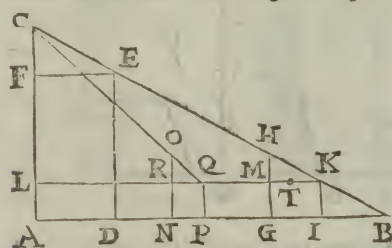


monte NG, si modo terminus C, minoris montis, vel aliquod signum in valle appareat ex cacumine N: non aliter, quam in problemate 22. vel 23. minorem altitudinem ex maioreprehendimus. Nam hic minor altitudo inquirenda est CH, & maior NG, ex cuius vertice N, terminum C, videri posse statuimus.

**DISTANTIAM** inter pedes mensuris, & signum aliquod in plano Horizontis beneficio baculi metiri, quando extremus terminus distantiae videri potest.

### PROBLEMA XXIX.

1. **ABSOLVTIS** dimensionibus, quæ per quadrantem, & quadratum fieri solent, libet nonnullas alias rationes dimetiendi adiungere, ut illis, quando neque quadrans, neque quadratum adest, uti possimus. Ex pluribus autem modis illas solum seligemus, quæ faciliorem usum habent.



a 29. primi.  
b 4. sexti.

SIT ergo distantia metienda DB. In D, erigatur baculus DE, minor altitudine AC, ab oculo mensuris ad pedes, rectus ad Horizontem. quod fiet, si filium cum perpendiculo baculo adhaerebit, vel lapillus ex E, demissus in punctum D, cadet. Deinde retrocedat mensuror vsque ad A, donec radius visualis ex C, prodians, & per extremum E, baculi transiens occurrat puncto B; intelligaturque duci recta EF, ipsi AB, parallela. Quoniam igitur triangula CIE, EDB, æquiangula sunt; quod anguli F, D, sint recti, & ECF, BED, æquales, internus, & externus, &c. b Si igitur fiat,

*Ut CF, differentia inter ba ad FE, spatium inter Ita ED, lon ad DB, culum DE, & mensuris sit mensuram & baculi: gitudi bacu turam AC. ls neti.*

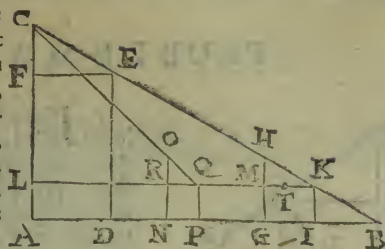
nota prodibit distantia quæ sita DB, in partibus baculi DE, vel staturæ mensuris AC. Debent enim baculus, & statura mensuris per vnam eandemque mensuram esse cognita.

**ALTITVDINEM** turris, aut alterius rei per baculum indagare.

### PROBLEMA XXX.

1. SIT in figura præcedentis problematis metienda altitudo AC. Figuratur in terra baculus GH, rectus ad Horizontem, & aliquantulum maior statura

tura menforis ab oculo ad pedes  
quæ sit I K. Deinde retrocedat  
menfor vsque ad I, ita vt eius ocu-  
lus in K, constitutus fastigium C,  
inspiciat: intelligaturq. ducta re-  
cta KL, Horizonti AB, parallela,  
secans baculum in M. Quoniam  
igitur triangula K M H, & L C,  
similia sunt, propter parallelas  
MH, LC: si fiat,



a coroll. 4.  
sexti.

Vt KM, spatium inter men- ad MH, differentiam Ita distantia ad LC,  
forem, & baculum, inter baculum & sta- KL, qua nota  
turam menforis: fiat p aliquâ  
mensuram,

producetur recta LC, cui si adijcietur statura menforis AL, tota altitudo pro-  
posita AC, cognita erit in partibus staturæ menforis, vel distantia KL.

2 QVOD si accessus non pateat ad altitudinem AC, vt distantiam IA, metiri possimus, figatur idem baculus, vel alius illi æqualis NO, acceden-  
do videlicet propius ad altitudinem. Deinde menfor retrocedat ad P, vt eius  
oculus in Q, existens per summitatem baculi O, iterum fastigium C, videat:  
seceturque baculus NO, à recta KL, in R. Et quia est, vt KM, ad MH, ita  
KL, ad LC: Item vt QR, ad RO, ita QL, ad LC: Est autem maior propor-  
tio KL, ad LC, quam QL, ad eandem LC: erit quoque maior proportio K M,  
ad MH, quam QR, ad RO, ipsi MH, æqualem. (Cum enim & totæ GH, NO,  
& ablata GM, NR, æquales sint, erunt quoque reliquæ MH, RO, æquales)  
Igitur KM, maior erit, quam QR. Abscissa ergo KT, æquali ipsi QR, quo-  
niã est, vt KM, ad MH, ita KL, ad LC, erit permutando, vt KM, tota ad totâ  
KL, ita MH, ad LC. Eadẽ ratione erit QR, hoc est, KT, ablata ex KM, ad QL,  
ablata ex KL, vt RO, ad LC, hoc est, vt MH, ad LC. Igitur & reliqua TM,  
ad reliquam KQ, erit vt tota KM, ad totam KL: Vt autem KM, ad KL, ita pau-  
lo ante ostendimus esse MH, ad LC. Quapropter si fiat.

e 4. sexti.  
d 8. quinti.

e 10. quinti  
f 4. sexti.

Vt TM, differentia inter spa- ad KQ, diffe- Ita MH, differentia ad LC,  
tia K M, & QR, vel KT, à rentiam sta- inter baculum, &  
menfore v, que ad baculos, tionum menforis staturâ,

efficietur nota LC, cui si addetur statura menforis AL, nota quoque euadet  
proposita altitudo AC.

3 IAM si prima statio fiat in Q, & secunda in K, recedendo magis ab  
altitudine, non variabitur praxis & demonstratio, vt liquet.

DISTANTI AM in plano Horizontis inter men-  
forem, & signum quoduis beneficio normæ adin-  
uenire.

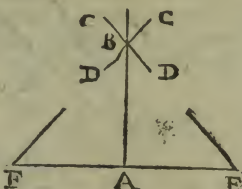
V PRO-





## PROBLEMA XXXIII.

1 QUANDO planum aliquod exiguum habet longitudinem, sed tamē mensurari non potest, ob aliquod impedimentum, cuiusmodi sunt latitudines fluminum, & stagnorum, quorum latitudines, quas nunc pro longitudinibus accipimus, mensurari nequeunt, ob interiectam aquam, utemur inter alia hoc etiam artificio. Prope ripam fluminis, aut stagni, vel alterius cuiuscunque rei metiendæ, figatur baculus AB, ad Horizontem rectus, cui in puncto B, accommodetur virgula CD, ita ut circa B, deprimi aut elevari possit, donec radius visualis per CD, transiens occurrat extremo E, distantia AE, metiendæ. Deinde virgula CD, manente immobili, ne angulus DBA, mutetur, vertatur baculus AC, ad rectos semper angulos Horizonti insistens, donec radius visualis per eandem virgulam CD, incedens occurrat plano alicui prope flumen, aut stagnum, in quo nimirum mensor existit, & quod mensurari possit, in puncto F. Quoniam ergo duo anguli A, B, trianguli ABE, duobus angulis A, B, trianguli ABF, æquales sunt, & latus AB, commune: erunt latera AE, AF, æqualia: atque idcirco, si AF, in plano per aliquam mensuram efficiatur nota; distantia quoque AE, cognita erit.



a 26. primis

2 ALII hoc ipsum efficiunt sine baculo, hac ratione. Erigunt se ad angulos rectos cum Horizonte: Deinde deprimunt pileum, qui sit aliquantulum latus, donec radius visualis per extremitatem pilei excurrans incidat in terminum E, distantia AE, metiendæ; Pileo vero immobili manente, vertunt se versus planum aliquod mensurabile, notantque in eo punctum F, in quo radius visualis ipsi plano occurrit, Nam rursus longitudo AF, quæ per mensuram aliquam cognoscenda est, distantia AE, proposita æqualis est: propterea quod statura mensoris fungitur tunc munere baculi AB, & pileus depressus vices gerit virgulæ CD, ut constat.

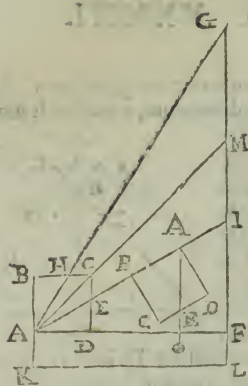
ALTITVDINEM cuiusque rei erectæ ex eius vmbra, quam Sole lucente projicit, si nota fuerit, per quadratum deprehendere.

## PROBLEMA XXXIII.

1 HOC problema à quinto non differt, nisi quod hic utimur radio Solis pro radio visuali, & longitudine vmbrae, quam altitudo, Sole lucente, projicit, pro distantia à menfore ad altitudinē vsque. Sit ergo altitudo FG, vel FI, vel FM, eiusque vmbra projecta FA. Dirigatur quadratum versus Solem (licet hoc non fiat è directo altitudinis) & transeunte radio Solis per foramina pinnaculorum, notetur quanta vmbra siue recta, siue versa à dioptra, vel

V 2 filo





filo perpendiculari in quadrato abscindatur. Nam ita se se habebit umbra recta HB, in quadrato ad latus AB, ut umbra projecta AF, ad altitudinem FG. Item ea est proportio lateris AD, ad umbram versam DE, in quadrato, quæ umbræ projectæ AF, ad altitudinem FI. Denique dioptra, vel filo perpendiculari per punctum C, incedente, tanta erit umbra projecta AF, quanta est altitudo FM. quæ omnia in problemate s. demonstrata sunt. Igitur si fiat.

*Ut umbra recta HB, in quadrato ad latus AB, Ita longitudo Umbra projecta AF,*

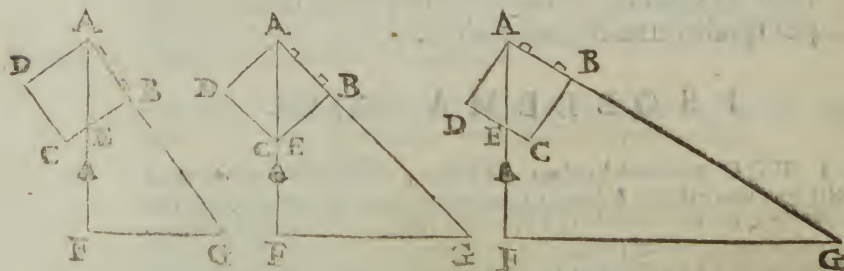
*Vel*

*Ut latus AD, ad umbram versam DE, abscissam in quadrato Ita longitudo umbra projecta AF,*

*altitudo proposita FG, vel FI, proueniet nota &c.*

LONGITVDINEM umbræ ab altitudine, Sole lucente, quando altitudo est cognita, ope quadrati apertam, & manifestam facere.

### PROBLEMA XXXV.



Hoc etiam problema à secundo diuersum non est: solum hic pro distantia

stantia accipimus longitudinem umbræ, quam altitudo nota, Sole lucente, projicit. Sit ergo altitudo  $AF$ , eiusque umbra projecta  $FG$ . Dirigatur quadratum versus Solem, ubicunque mensor extra umbram constiterit, & transeunte radio Solari per pinnacidiorum foramina, obseruetur umbra siue recta, siue versa, quam solum perpendiculi, vel dioptra abscindit. Ita namque se habebit latus quadrati  $AB$ , ad umbram eius rectam  $BE$ , abscissam, ut altitudo  $AF$ , ad umbram projectam  $FG$ . Item sic erit umbra versa  $DE$ , in quadrato ad latus  $AD$ , ut altitudo  $AF$ , ad umbram projectam  $FG$ . Dioptra denique, vel filo perpendiculi per punctum  $C$ , transeunte, altitudo  $AF$ , longitudini umbræ projectæ  $FG$ , æqualis est. quæ omnia in problemate 2. demonstrauimus. Quamobrem si fiat,

*Ut latus  $AB$ , ad umbram rectam abscissam  $BE$ , Ita altitudo nota ad  $FG$ , ad  $AF$ ,*

Vel

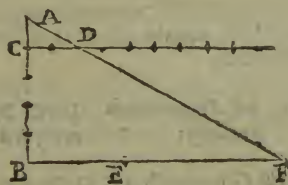
*Ut umbra versa  $DE$ , abscissa ad latus  $AD$ , Ita altitudo nota ad  $FG$ , ad  $AF$ ,*

exhibet nota longitudo umbræ projectæ  $FG$ , &c.

**DISTANTIAM** in Horizonte inter mensorem, & signum aliquod visum, beneficio simplicissimi cuiusdam instrumenti comperire.

### PROBLEMA XXXVI.

**I** CONSTRVATVR instrumentum hoc modo. Acepiatur baculus rectus  $AB$ , paulo minor, quam mensoris statura, diuidaturque in 5. partes, vel etiam plures, paucioresue æquales, & in prima eius parte  $C$ , vel in alia quacunque, infigatur alius baculus  $CD$ , ad rectos angulos, in quo suman



per ordine quotcunque palmi, aut pedes. In extremitate quoque baculi  $AB$ , infigatur alius baculus  $BE$ , ad angulos rectos; constructumque erit instrumentum, quo varias magnitudines licebit metiri, ut patebit: Sit enim primum metienda distantia  $BF$ , cuius terminum  $F$ , mēsor in altero termino  $B$ , existēs videre



videre possit ex A, etiam si in medio sint valles, & alia impedimenta. Constituat instrumentum in tali situ, ut AB, sit ad Horizontem perpendicularis, & BE, eidem æquidistans. Inspecto extremo F, ex A, notetur summa cura ac diligentia punctum D, in baculo CD, per quod radius visualis transeat. Nam cum triacula ACD, ABF, sint similia; si fiat,

*a coroll. 4. sexti.*  
*b 4. sexti.*

*Vt AC, Ad AB, Ita CD, ad BF,*

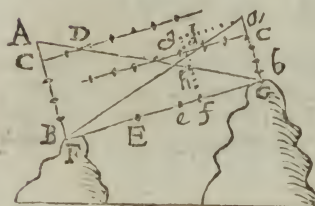
inuenta erit distantia BF, in partibus CD. Itaque si AC, est quinta pars, verbi gratia, baculi AB, erit quoque CD, quinta pars distantiae BF. Et quia in nostro exemplo CD, continet 2. pedes, si eos multiplicemus per 5. producentur 10. pedes pro distantia BF.

2. CVRANDVM autem erit diligenter, ut quando radius visualis non transit per aliquem pedem integrum baculi CD, inuestigetur, quot decimæ, vel centesimæ vnius pedis in particula abscissa contineantur, per ea, quæ lib. 1. cap. 2. Num. 14. scripsimus. quod fiet, si in regula CD, decem pedes comprehendantur. Idemque de quacunque alia mensura intelligendum est, si ea in CD, loco pedum signetur.

3. VERVM hoc eadem facilitate præstitimus ope quadrati, tum penduli, tum stabili.

**DISTANTIAM** inter duo montium aut turrium cacumina, ope prædicti instrumenti conijcere.

### PROBLEMA XXXVII.



*a coroll. 4. sexti.*

D, intersectionis radij AG, cum baculo CD. Nam cum æquiangula sint triacula ACD, ABG, si fiat,

*Vt AC, nota in parti ad AB, notarum Ita CD, nota in data ad EG,*  
*bis AB, partium: mensura*

cognoscetur distantia BG, in partibus CD. Vt si AC, est quinta pars ipsius AB, & CD, contineat 1. pedem, & insuper  $\frac{2}{5}$ . si  $1\frac{2}{5}$ . quinquies sumatur, efficietur distantia BG, pedum  $8\frac{1}{5}$ .

2. NON aliter distantia BF, ex maioris montis cacumine G, inuestigabitur, ut figura indicat.

IO-

EODEM modo procedes, si puncta F, G, sint fastigia duarum turrium, aut si vnum sit fastigium turris, & alterum, cacumen montis, vt constat.

3 IDEM hoc per quadratum fiet hoc modo. Sit quadratum a b f g, statuaturque angulus b, in cacumine G, & latus b f, deprimatur, ita vt recta in cacumine F, tendat, si productum intelligatur, obserueturque umbra versa abscessa g h, a radio visuali a B. Nam quia triangula a g h, B b a, æquiangula sunt, a si fiat.

24. sexti.

$Vt\ g\ h,$  umbra       $ad\ g\ a,$  latus       $ita\ latus\ quadrati$        $ad\ B\ b,$   
 versa      quadrati:       $a\ b,$

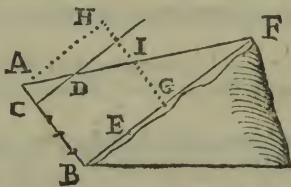
hoc est, si quadratus numerus lateris, nimirum 100000. diuidatur per vmbra  
versam, gignetur in Quotiente distantia B b.

IDEMQUE fieret, si angulus quadrati in B, collocaretur, infimumque la-  
tus recta à B, in cacumen G, tenderet, &c.

LONGITVDINEM ascensus alicuius montis,  
si eius cacumen ab oculo in radice constituto videatur, eiusdem instrumenti beneficio cognoscere.

PROBLEMA XXXVIII.

1 ACCOMMODETVR predictum instrumentum, vt punctum B, in radice montis statuatur, & baculus BE, beneficio duorum clauiculorum, infixorum, vt Num. 2. problem. 31. dictum est, recta in cacumen F, vergat; noteturque intersectio D, radij visualis cum baculo C D, inspecto cacumine F, ex A. b Nam iterum triangula ACD, ABF. Similia erunt. c Quare si fiat,



b coroll. 4.  
sexii.  
C 4. sexii.

*Fit AC, nota in par-*      *ad AB, notarum*      *Ita CD, nota in data*      *ad BF,*  
*tibus AB,*                      *partium:*                      *mensura*

cognoscetur ascensus obliquus montis B.F, in partibus C D.

2. PARI Ratione, si E, sit fastigium alicuius turris, inuestigabis distantiam à puncto B, in terra, vel alibi posito, vsque ad F, hoc est, hypotenusam BF, ut perspicuum est. Atque hoc eodem instrumento complures aliæ dimensiones absolui poterant, quod prudens lector facile perspiciet.

3 ID E M affequeamur quadrato ABGH, si eius angulus B, in radice  
statuatur, & latus BG, eleuetur ita, vt recta tendat in cacumen F. Obseruata  
enim umbra versa HI, quam dioptra in cacumen F, directa abscondit, fiunt  
triangula AHI, EBA, æquiangula. *d* Quamobrem, si fiat,

d 4. *sext.*





*Vt sinus totus CB, ad CA, secantem eiusdem anguli BCA, Ita CB, distantia cognita ad CA,*

cognita etiam erit CA, distantia à speculo C, vsque ad cacumen A, in partibus distantiae C B.

## A L I T E R

3 PER solos sinus ita progrediemur, si libet. a Fiat,

*Vt sinus anguli A, cōplemē ad CB, distantiam cognitam: Ita sinus anguli C, ad BA, incidentiae, vel reflexionis,*

pro. triang.  
rectil.

Nam productus numerus dabit altitudinem BA, notam in partibus distantiae CB. b Rursus fiat,

*Vt sinus anguli A, comple menti anguli eiusdem C, ad CB, distantiam cognitam: Ita sinus totus re cti anguli B, ad CA.*

pro. triang.  
rectil.

Numerus enim proueniens dabit hypotenusam CA, in partibus distantiae CB, cognitam.

**ALTITVDINEM** inaccessibilem beneficio speculi plani, vnà cum speculi distantia tam à base, etiam non visa, quàm à cacumine altitudinis, cognoscere.

## P R O B L E M A X L.

1 SIT rursus in præcedenti figura altitudo AB, supra planum BD, erecta. Collocato speculo plano in C, recedatur ab altitudine ad D, donec cacumen A, per radium reflexum ECA, cerni possit, obserueturque per quadrantem angulus ECD, ideoque & angulus ACB, vt in problemate præcedenti Num. 2. dictum est. Deinde collocato speculo in K, puncto, quotuis passibus à C, versus altitudinem distante, recedatur iterum ad I, donec cacumen A, inspicatur rursus per radium reflexum LKA; inquiraturque magnitudo anguli IKL, ideoque & anguli AKB. Et quoniam posito sinu toto AB, rectæ BK, BC, tangentes sunt angulorum BAK, BAC, qui complementa sunt angulorum K, C, reflexionum per quadrantem cognitorum; cognita erit KC, earum tangentium differentia. Si ergo fiat.

*Vt KC, differentia tangentium, ad AB, si num totum incidentia debentur, Ita KC, differentia ad AB, positionum speculi*

X

pro-





*Ut sinus totus anguli recti B, ad hypotenusam inuentam CA, Ita sinus anguli ACE, ad AB. remotioris positionis speculi*

Prodibit enim in Quotiente altitudo AB, nota in partibus hypotenusæ inuentæ CA. & Quod si rursus fiat,

*Ut sinus totus anguli recti B, ad hypotenusam inuentam CA, Ita sinus anguli BAC, complementi anguli in remotiore positione speculi ad CB, rectil. 10. triang.*

producetur CB, maior speculi distantia ab altitudine. Ex qua si subtrahatur KC, differentia positionum speculi, cognita etiam relinquetur distantia minor KB. Quæ etiam, si inuestigetur hypotenusæ KB, ut supra traditum est, reperietur: b si fiat, ut sinus totus anguli recti B, ad hypotenusam inuentam KB, ita sinus anguli BAK, complementi anguli in propinquiore positione speculi, ad aliud, ut manifestum est.

ALTITVDINEM monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici, vel portionem superiorem alicuius turris, beneficio speculi plani, & ficere notam.

## PROBLEMA XLI.

1. QUANDO ad turrim patet accessus, ut eius à mensore distantia cognosci possit; si per probl. 39. inuestigetur tam altitudo à summitate portionis propositæ, usque ad basem turris, quam altitudo ab infima parte eiusdem portionis, usque ad eandem turris basem; & minor hæc altitudo ab illa maiore dematur, reliqua fiet portio, quæ inquiritur.

2. AT vero, quando altitudo monti est imposita, & basis altitudinis apparet, aut ad turrim non patet accessus: exquirenda erit per præcedens problema utraque altitudo prædicta. Nam rursus minor detracta ex maiore, reliquam faciet altitudinem, vel portionem, quæ desideratur.

SITVM cuiuslibet campi, aut atrij, vel templi, vel etiam vrbis, aut regionis cuiusvis in plano describere, si è duobus locis intra ipsum situm assumptis baculi ex omnibus campi angulis erecti, vel certe ipsi anguli in ædificio, aut vrbe, vel loca regionis videri possint: simulque longitudines laterum campi, vel ædificij, nec non distantias inter angulos, & vtrumvis locorum assumptorum in data mensura.

X 2      cogno-

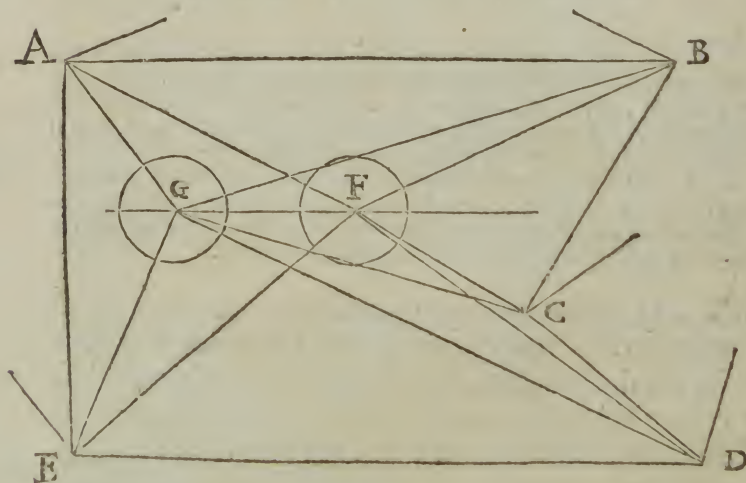


cognoscere. Quod si talia duo loca intra situm eligi nequeant, idem efficere, dummodo situm possimus circumire.

## PROBLEMA XLII.

Situs capi  
cuiusvis, quo  
pacto ex duo  
bus locis in  
tra ipsum as  
sumptis de  
lineetur

ET SI problema hoc vel Geographicum est, vel Architectonicum; tamen quia sine dimensione linearum absolui non potest, lubet illud hoc loco paucis explicare. Sit ergo campus quinque lateribus A B, B C, C D, D E, E A, cinctus. Figantur in quinque angulis A, B, C, D, E, quinque baculi ad angulos rectos cum Horizonte, pareturque circa medium areæ planum aliquantulum altum Horizonti æquidistans, in quo duo puncta F, G, quantumlibet inter se distantia, verbi gratia 100. pedibus, è quibus omnes quinque baculi cerni possint. Per F, G, ducatur recta FG, ad utraque partes; continebitque segmentum FG, 100. pedes ex hypothese. Affixa deinde dioptra, volebili cum pinnacidijs in utroque puncto F, & G, descriptisque circulis duobus ex F, & G, ut per eorum circūferētijs angulorū magnitudines, qui in F, G, constituentur, cognosci possint, inspiciantur ex F, & G, per foramina pinnacidiōrum (circumducta dioptra) baculi ex angulis A, B, C, D, E, erecti, & anguli, quos linea fiduciæ cū recta HI, facit, aut quos rectæ a linea fiduciæ designatæ inter se faciunt, transferantur ordine ad puncta K, L, quomodo cumque inter se distantia in recta K L, quæ seorsum in charta aliqua sit descripta, produ-

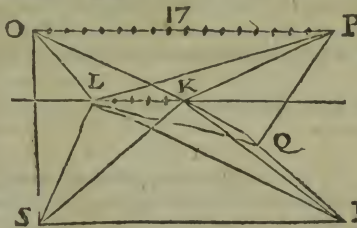


dis lineis, quæ illos angulos in K, & L, efficiunt ut in 2. figura apparet. Si  
namque

namque puncta, ubi dictæ lineæ ex K, & L, prodeunt concurrunt, lineis rectis coniungantur, descripta erit figura O P Q R S, similis omnino figuræ campi ABCDE. Quod sic demonstro. Triangula AGE, OLK, similia sunt, quod anguli AGE, AFG, angulis OLK, OKL, æquales sint, ex constructione. Igitur erit AG, ad GF, ut OL, ad LK. Eademque ratione, ob similitudinem

a 4. sex. vi

triangulorum FGE, KLS, erit GE, ut LK, ad LS: ac proinde ex æquo erit AG, ad GE, ut OL, ad LS. Cum ergo & anguli AGE, OLS, circa quos latera illa sunt proportionalia, æquales sint, quippe cum angulo AGE, factus sit æqualis ex constructione angulus OLS: b similia erunt triangula AGE, OLS, hoc est, æquiangula. Pari ratione ob similitudinem triangulorum FGD, KLR, erit GD, ad GF, ut LR, ad LK. Itē ob similitudinem triangulorum FGE, KLS, erit FG, ad GE, ut KL, ad LS.



b 6. sex. vi

c 4. sex. vi

Igitur erit ex æquo GD, ad GE, ut LR, ad LS: Ac proinde cum anguli DGE, RLS, ex constructione sint æquales; d æquiangula quoque erunt triangula DGE, RLS. Non aliter ostendemus, triangula CGD, BGC, AGB, triangulis QLR, PLQ, OLP, esse æquiangula. Immo eisdem argumentis concludemus, quamvis non sit necessarium, triangula, quæ in F, supra latera campi constructa sunt, æquiangula esse triangulis in K, supra latera figuræ O P Q R S, constitutis. Ex his sequitur, figuram ABCDE, figuræ O P Q R S, æquiangulam esse: quippe cum earum anguli coagmentati sint ex angulis æqualibus, nimirum angulus AED, ex angulis AEG, GED, ipsum componentibus, qui angulis OSL, LSR, angulum OSR, componentibus æquales sunt; & sic de cæteris. Sequitur etiam, latera earundem figurarum circa æquales angulos esse proportionalia. Nam propter triangulorum similitudinem, e est AE, ad EG, ut OS, ad SL: & EG, ad ED, ut SL, ad SR. Ideoque ex æquo AE, ad ED, ut OS, ad SR: Atque ita de alijs. Similes ergo sunt figuræ ABCDE, O P Q R S.

d 6. sex. vi

e 4. sex. vi

2 IAM vero ut longitudines laterum AB, BC, CD, DE, EA, & rectarum ex F, vel G, ad angulos in prima figura ductarum inueniamus, diuidendum erit in figura inuenta, id est, in secunda, intervallum KL, in quotcunque partes æquales. Deinde inquirendum, quotnam ex illis partibus in singulis lateribus, & rectis eiusdem figuræ secundæ ex K, vel L, prodeuntibus contineantur, quod vel per circinum fieri potest, repetendo sæpius unam particulam in dictis lateribus rectis: vel (quod magis probo) hoc modo. Repetatur tota KL, in quolibet latere, vel recta, quoties fieri potest, & in reliquo segmento una etiam particula intervalli KL, circino iteretur, quoties fieri potest. Nam quoties repetita fuerit KL: toties numerus particularum ipsius KL, in latere continebitur, cum tot insuper particulis, quot per circinum in reliquo segmento fuerint depræheasæ. Aut certe per ea, quæ lib. 1. cap. 1. ad finem Num. 2. scripsimus, inuestigetur in instrumento partium, quot particule intervalli KL, in dictis lateribus, & rectis comprehendantur. Deinde fiat, ut numerus particularum intervalli KL, assumptus in

2. figura



2. figura, ad numerum pedum inter puncta F, & G, in prima figura assumptū, ita numerus particularum in quolibet latere, vel recta in secunda figura inuentarum, ad aliud. Quotiens enim numerus indicabit, quot pedes in assumpto latere, vel recta contineantur. Ratio est, quia cum eandem proportionem habeat KL, in 2. figura ad quodlibet latus, vel rectam eiusdem figuræ, quam habet FG, in prima figura ad respondens latus, vel rectam, propter similitudinem figurarum, erit permutando KL, ad interuallum FG, ut latus ad latus, &c. Verbi gratia, In 2. figura interuallum KL, sectum est in 5. particulas, qualium 17. in latere OP, inuentæ sunt: Et quia spatium FG, in 1. figura positum est 100. pedum: si fiat,

*Ut KL, quinque parti- ad FG. 100. pedum: Ita OP, 17. particu ad AB,*  
*cularum larum*

hoc est, si, ut regula aurea præcipit, 100. ducantur in 17. secundus numerus in tertium, & productus numerus 1700. diuidatur per 5. id est, per primum numerum, reperientur in Quotiente 340. pedes per latere AB. & sic de cæteris.

3 EVNDEM situm campi propositi ABCDE, delineabimus etiam ex vno tantum loco F, intra ipsum assumpto, hac ratione. Dioptra ad singulos baculos ex angulis erectos, dirigatur, notatis angulis, quos lineæ, per dioptrā designatæ inter se faciūt, distantieque ab F, ad singulos angulos inquirentur in aliqua mensura, vel catenulam aliquā ferream, quæ nec intēdi possit, nec remitti, vel per chordam ex F, ad singulos angulos extensam, vel certe, si distantie illæ magnæ sint, per problema 2. vel 36. beneficio quadrati, alteriusue instrumenti. Nam si in charta aliqua ad quodlibet punctum K, iidem anguli constituentur, & in rectis illos angulos efficientibus accipiantur tot particulæ inter se æquales cuiusvis magnitudinis, quot mensuræ inuentæ sunt in rectis respondentibus, quæ ex F, exeunt: extrema autem puncta vltimarum particularum rectis lineis coniungantur, descripta erit figura OPQRS, similis omnino campo ABCDE:  $\alpha$  propterea quod triangula ad punctum F, collecta similia sunt triangulis ad punctum K, collectis, ob æqualitatem angulorum in F, & K, constitutorum, & latera circa illos angulos proportionalia, ex constructione.

26. sexti.

4 LATERVM autem longitudines in campo ABCDE, cognoscentur, si per circumum inquirentur, quot particulæ in lateribus figure OPQRS, contineantur ex illis, quæ in quavis recta ex K, emissæ sumptæ fuere. Totidem namque mensuræ in lateribus campi comprehenduntur, ut perspicuum est ex figurarum similitudine.

Vrbis cuiusvis, ac regionis situs quo pacto describatur.

5 EADEM prorsus ratio tenenda est in situ alicuius atrij vel templi, vel vrbis, aut regionis explorando. Solum in vrbe describenda pro punctis F, & G, eligendæ sunt duæ turres altæ, è quibus omnes vrbis anguli conspici possint, & quarum distantia vnus ab altera vel cognita sit, vel per præcedentia problemata inuestigata. In regione autem delineanda pro iisdem punctis F, & G, duo oppida deligenda sunt, & in quolibet ex altissima turre circumiacentia oppida inspicienda, ut anguli habeantur, quos rectæ ab oculo mensoris ad singula oppida eductæ constituunt. Hi autem, facilius obseruabuntur, si loco dioptræ, quia nimis alta est, statuatur planum ere-

erectum in punctis F, & G, ita vt circumductum transeat per oppida circumiacentia, si intelligatur esse productum. Ita namque planum ipsum rectas designabit, quæ angulos prædictos constituent. Atque hoc etiam in situ urbium peruestigando faciendum erit. Itaque si anguli urbis cuiuspiam, aut oppida alicuius regionis sint A, B, C, D, E, & duæ turres in F, & G, omnia perficienda erunt, vt supra de campi situ dictum est. Nā situm urbis, vel regionis exhibebit figura OPQRS, distantiaque locorum A, B, C, D, E, vnus ab altero cognoscantur, vt de lateribus campi dictum est.

6 QVOD si intra situm propositum duo loca, vel vnus saltem non existat, vnde omnes anguli conspici possint, vt in omnibus ædificijs contingit, oportebit situm circumire, & inuestigare angulos per rectas, quæ in campo à baculo ad baculum ducendæ sunt per catenulam ferream, vel chordam, aut certe erigendum planum, quod per binos baculos transire conspiciatur. Ipsum enim planum dictas rectas exhibebit. In ædificijs autem, ac templis ipsi muri exteriores dictos angulos constituunt, quorum amplitudo inuestigari solet ab artificibus instrumento quodam ex duabus regulis compacto, quarum vna sub alteram ingressa moueatur, (quod Italis Squadra zoppa dicitur) vt hæc figura indicat. Aperto namque instrumento, si crura duobus muris angulū efficiuntibus congruent, dabunt interiora crurium latera in concursu angulum quæsitum. Et si idem instrumentum interioribus angulis ædificiorum applicetur, dabunt eadem latera interiora crurium angulos, qui à muris efficiuntur. Inuentis angulis, ac notatis, mensuranda erunt interualla inter baculos in campo erectos, vel inter angulos ædificiorum, per catenulam ferream, vel chordam, aut certe in campis, si ea interualla longa sint, per problema 2. vel 36. exploranda in aliqua mensura nota, vt in cubitis. Nam si in charta ducatur linea OP, tot particulas æquales continens, quot cubiti, verbi gratia, in interuallo AB, deprehensi sunt, & angulus POS, angulo BAE, inuento fiat æqualis: & in recta OS, accipiantur tot particule prioribus æquales vsq. ad S, quot cubiti in interuallo AE, reperti sunt: ac rursus angulus OSR, angulo AED, æqualis fiat, & sic deinceps, representabitur situs campi per figuram OPQRS. Idemq. de situ ædificiorum tam exteriori, quam interiori intelligendum est, si diligenter anguli, ac distantia obseruentur.



**LONGITVDINEM** trabis ad Horizontem inclinatæ, cuius portio superior tantum conspiciatur, vna cum angulo inclinationis, distantia basis à menfore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per Quadratum metiri.

PRO-





## PROBLEMA XLIIII.

1 SINT duæ turres AF, GH, quarum sola fastigia A, G, cernantur ex loco Horizontis B. Oportet inuestigare & distantiam FH, & interuallum AG, & vtriusque turris altitudinem. Sit primum minor turris AF, inter maiorem, & mensorem, ita vt menfor in eodem cum turribus sit plano, & minor non occultet fastigium G, maioris. Per scholium probl. 7. inuenietur & vtraque distantia BF, BH, & vtraque altitudo AF, GH: si nimirum in B, Quadratum ita loceur, vt vnum eius latus cum hypotenuse BA, BG, coincidat, &c. quod est quartum, ac tertium. Et quia tria puncta B, F, H, ponuntur in eadem recta, erit distantiarum differentia FH, cognita, hoc est, distantia inter turrium bases, quod est primum. Rursus differentia altitudinum GC, nota erit, ac propterea in triangulo rectangulo ACG, ex duobus lateribus AC, CG, cognitis, basis quoque AG, efficietur nota. quod est secundum.

2 DEINDE consistat menfor in D, ita vt ipse, ac bases F, H, non iaceant in vna linea recta. Per scholium problem. 7. iterum tam altitudines AF, GH, quam distantia DF, DH, cognita fient, si videlicet quadrati vnum latus hypotenuse DA, DG, congruet, &c. quod est tertium, ac quartum. Inuestigatis autem hypotenuse DA, DG, vt in eodem scholio traditum est, cognoscetur per problema 16. præsertim per ea, quæ Num. 2. eiusdem problematis scripsimus, interuallum AG, si nimirum in hypotenuse accipentur portiones DI, DE, ipsis hypotenuse proportionales, vt in illo Num. 2. diximus. &c. quod est secundum. Et quoniam altitudines AF, GH, notæ factæ sunt, erit etiam earum differentia GC, nota. Quamobrem ex base AG, & latere GC, in triangulo rectangulo ACG, cognitis, latus quoque AC, hoc est, distantia FH, inter bases nota erit: quod est primum.

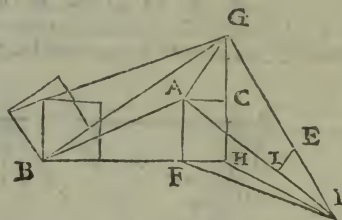
SI turres essent AF, CH, æquales, esset distantia AC, inter fastigia distantia FH, inter bases æqualis.

## SCHOLIUM.

1 EX omnibus, quæ demonstrata sunt in hoc 3. libro, colligi potest regula generalis ad dimetiendas omnes longitudes, siue eæ sint distantia in Horizonte, siue altitudines, profunditates, siue hypotenuse, id est, distantia ab oculo ad quodlibet punctum, siue interualla inter duo puncta, vbicunque existant: dummodo vtrumque extremum longitudinis dimetiendæ videri possit à menfore, vbicunque etiam ipse existat. Nam si per problema 15. præsertim per ea, quæ Num. 5. eius problematis scripsimus, distantia à menfore vsque ad duo extrema longitudinis explorentur, inuestigato prius angulo, quem duæ illæ distantia, siue hypotenuse efficiunt, vt in scholio probl. 7. Num. 2. docuimus; &c. factum erit, quod proponitur. Itaque si diligenter ea, quæ in problem. 15. ac 16. scripsimus, percepta fue-

Y . . . rint

a 6. triang  
rectil.



Vnica re-  
gula ad om-  
nes rectas  
dimetien-  
das, quâdo  
earum extre-  
ma viden-  
tur.



rint, eadem semper ratio metiendarum rectarum tenenda erit, si utraque extremitas rectæ propositæ cerni potest, ut diximus.

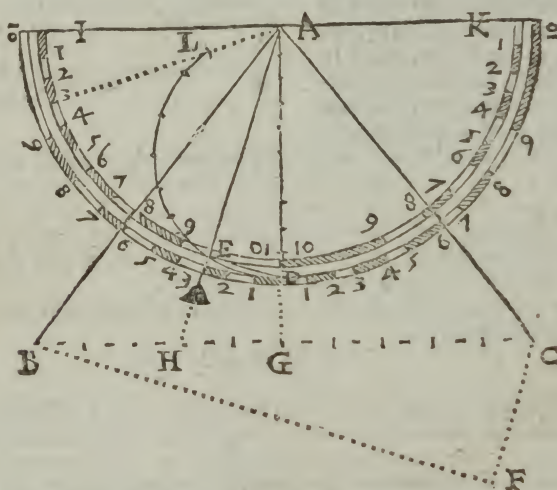
2 SED neque hoc omittendum puto, quando inuentæ sunt duæ distantie à menforis loco usque ad duas extremitates rectæ metiendæ, una cum angulo ab ipsis comprehenso, certius (quàmquā laboriosius) intervallum inter duo illa extrema, hoc est, rectam propositam inveniri posse ex duabus illis distantijs, & angulo comprehenso, per 12. triang. rectil. quam per duas dictas portiones illis distantijs proportionales: propterea quod intervallum inter extrema illarum portionum vix accurate per circinum reperiri possit. Id quod etiam in problem. 16. ad finem Num. 2. monuimus.

SPATIVM terræ inæquale pro ducendis aquis librare: aut etiam si lubet, Horizonti æquidistans efficere.

### PROBLEMA XLV.

1 QUANDO oblatum spatium non est valde magnum, excogitavit Ioannes Ferrerius Hispanus nobilis Architectus, & Mathematicus, instru-

Instrumenti  
constru-  
ctio pro li-  
brationibus



mentum percommodum pro librationibus, hoc modo. Compingantur duæ regulæ AB, AC, ex ligno aliquo solido, ac duro, æqualium crurum, quæ longitudinem habeant satis longâ, ita ut distantie inter extrema B, C, contineat 10. palmos præcise, aut etiam plures. Deinde ducta recta AG, ad BC, perpendiculari, describatur ex A, semicirculus quantuscunque IJD K, cuius semidiameter AD, in tot æquales partes secetur, quot palmi in distantia BC, com-

comprehenduntur. Descripto quoque circa A D, semicirculo occulto AED, transferantur ex D, in eius peripheriam omnia intervalla inter D, & puncta rectæ AD: ac tandem ex A, per singula puncta semicirculi A E D, rectæ occultæ emittantur, noteturque intersectiones earum cum peripheria D I, atque in alteram peripheriam DK, transportentur. Si namque ex A, filum cum perpendiculo egrediatur, & omnes partes excindantur, reliquis solum cruribus instrumenti AB, AC, una cum peripheria semicirculi IDK, constructum erit instrumentum ad librationes peropportunum.

2 NAM in campo aliquo, vel horto, positis punctis B, C, in terra, si filum perpendiculi transit per D, erunt puncta B, C, in terra eiusdem altitudinis, ita ut si spatium interiectum BC, complanetur, spatium illud horti, vel campi sit libratum, hoc est, Horizonti parallelum.

Spatium in  
equale quo  
pacto libe  
tur.

SI vero filum perpendiculi A H, abscindet ex quadrante D I, aliquot partes, nimirum 3. erit punctum C, tribus palmis altius puncto B, atque ita fodiendum ibi erit ad altitudinem trium palmorum, ut complanatum spatium inter B, & infimum punctum effossum Horizonti sit parallelum. Quod si filum perpendiculi abscinderet ex alio quadrante D K, quotcunque partes, nimirum 5. esset punctum C, depressius quinque palmis puncto B. Quare tunc superimponenda, foret puncto C, terra ad altitudinem 5. palmorum, ut spatium inter B, & supremum punctum terræ superimpositæ complanatum Horizonti æquidistaret. Complanato spatio inter B, & aliud punctum prope C, siue effossum, siue eleuatum, iteranda erit eadem operatio, posito crure A B, in puncto inuento, &c. Atq. ita deinceps procedendum est usque ad ultimum signum in horto, vel campo propositum. Hoc ita demonstratur. Concipiatur ducta recta BC, & recta C F, filo perpendiculi A H, duci parallela, quæ ad Horizontem erit perpendicularis, ac proinde ducta B F, ad C F, perpendicularis Horizonti æquidistabit. Et quoniam in triangulis A G H, B F C, recti anguli E, F, æquales sunt, a nec non & alterni C, H, b æquiangula erunt triangula; Est autem A G H, triangulo ADE, æquiangulum, quod & recti G, E, æquales sint, & A, communis. Igitur triangula quodque ADE, BCF, æquiangula erunt. c Ideoque erit ut A D, 10. partium ad DE, 3. partium, ita B C, 10. palmorum, ad C F, ac proinde C F, 3. palmos continebit, tot nimirum, quot partes filum perpendiculi abscindit ex semicirculo IDK. Quod si quadratum C F, nimirum in dato exemplo 9. palmi (cum latus C F, sit 3. palmorum) dematur ex 100. id est, ex quadrato B C. 10. palmorum, reliquum fiet quadratum 91. lineæ horizontalis B F, cuius quadrata radix  $9\frac{1}{2}$ . dabit horizontalem distantiam B F, a puncto B, usque ad perpendicularem C F.

a 29. primi.  
b 32. primi.

c 4. sexti.

HAEC eadē distantia horizontalis B F, cognoscetur quoque sine numerorum supputatione, hoc modo. Ex A, describatur alius semicirculus, & in semicirculo AED, transferantur omnia intervalla inter A, & puncta rectæ AD, ac tandem ex A, rectis occultis emissis per puncta in semicirculo notata, obseruentur earum intersectiones cum semicirculo ex A, descripto, transferanturque in alterum quadrantem versus K. Nam quot partes filum perpendiculi A H, ex ultimo hoc semicirculo ex A, descripto abscindet, tot palmos continebit horizontalis longitudo B F: d propterea quod eadem est proportio DA, ad AE, quæ CB, ad BF, quippe cum triangula DAE, CBF, ostensa sint similia. Cum ergo ex constructione, recta AE, complecta-

d 4. sexti.



227. *terrij.*

tur tot partes rectæ AD, quot ex A, in semicirculum A E D, vsque ad filum perpendiculi sunt translatae, ( vt in nostro exemplo partes propemodum  $9\frac{1}{2}$  ) comprehenduntur totidem palmi rectæ CB, in recta BE. Est autem consideratione dignum, partes posterioris semicirculi contrario ordine similes esse partibus prioris semicirculi IDK. Nam si verbi gratia rectæ DE, quæ æqualis est tribus partibus rectæ DA, initium sumentibus à D, accipiat æqualis AL, trium quoque partium rectæ AD, initium sumentium à puncto A, ducaturque recta AL, fiet angulus IAL, æqualis angulo DAE. Quia enim arcus DE, AL, æquales sunt, erunt quoque reliqui AE, DL, æquales. Igitur anguli ADE, DAL, æquales erunt: ideoque & reliqui DAE, IAL, æquales inter se erunt: propterea quod tam duo ADE, DAE, propter rectum E, in semicirculo, quam duo DAL, IAL, vni recto sunt æquales. Ex quo fit, rectas AL, AL, ex posteriori semicirculo ex A, descripto auferre arcum similem arcui in priori semicirculo IDK, inter rectas AD, AE, intercepto: Eademq. ratio est de alijs.

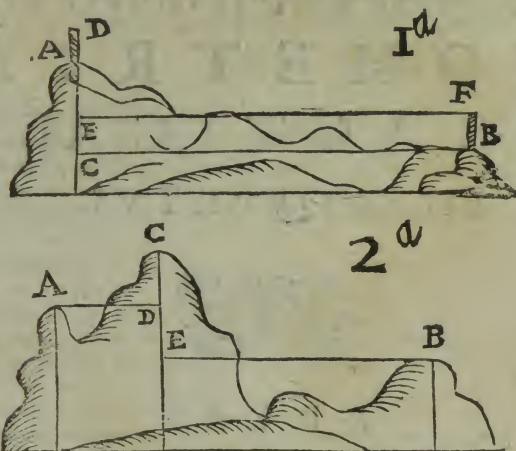
QUANDO instrumentum sæpius repetitum fuit, quæritur autem, quanto altius, vel depressius sit primum punctum, quam vltimum, sciatur hoc per altitudines, depressionesque intermedias. Vt si primus locus fuerit altior quam secundus, quinque palmis; & hic altior quam tertius, duobus palmis; hic autem depressior, quam quartus locus, tribus palmis; & hic denique altior quam vltimus locus, vno palmo, colligemus primum locum altiore esse vltimo loco quinque palmis. Nam primus locus erit altior tertio septem palmis, cum primus secundum quinque palmis superet, & secundus tertium, duobus. Et quia tertius superatur a quarto, tribus palmis, superabit primus quartum quatuor palmis. Cum ergo hic altior sit, quam vltimus, vno palmo, erit primus altior, quam vltimus, quinque palmis, & sic de cæteris.

3 CÆTERVM quando duo loca multum inter se distant, explorabimus per quadratum stabile, quanto alter altero sit altior, vel humilior, hac ratione. Sit primus locus A, secundus B, in prima figura. Erecto baculo AD, staturæ mensuris æquali, concipiatur ex B, ad perpendiculum loci A, altioris perpendicularis BC, (per quadratum autem facile cognoscet, vter locorum sit altior. Nam quando per latus supremum Horizonti æquidistans, ex A, locus B, cernitur, eadem est altitudo vtriusque loci: Si vero deprimendum est illud, vt B, videri possit, erit locus A, altior: Si denique idem latus attollendum est, erit locus B, altior. ) Nam si per doctrinam scholij probl. 9. intelligatur altitudo DC, & auferatur mensuris statura AD, reliqua erit altitudo A C: Ac tanto erit altior locus A, loco B. Et si è contrario in loco humiliori B, erigatur baculus BE, staturæ mensuris æqualis, & per doctrinam scholij probl. 7. inquiratur altitudo AE, vsque ad perpendicularem FE, per cogitationem ad AC, ducta, & apponatur statura mensuris BE, nota euadet tota altitudo AC; Ac tantò depressior erit locus B, quam locus A. Atque ita ex loco A, ad locum B, conduci potest aqua, non autem contra.

4 QVOD si inter primum locum A, & secundum B, interpositus sit mons C, ita vt ex A, locus B, videri nequeat, vt in 2. figura, ita procedemus. Ex A, per scholium problem. 7. indagabimus altitudinem C D. Deinde ex C, per scholium problem. 9. explorabimus altitudinem CE, ductis nimirum ad CE, perpendicularibus AD, BE. Nam hac ratione concludetur locum

Libratio -  
nes pro con-  
ducendis a-  
quis, quo  
modo fiat.

locum A, altiozem esse loco B, quantitate DE. Quamobrem si perfodiatur mons C, vel aquæductus circa ipsum extruatur, conduci poterit aqua ex A, ad B, & non contra.



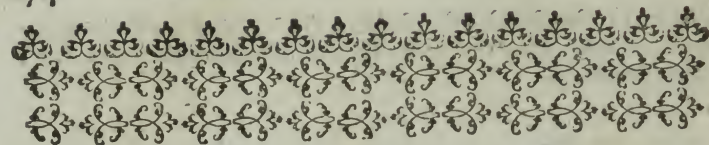
¶ POSTREMO si in monte aliquo, vel in eius latere sit aqua vel in puteo aliquo profundo, vel in fossa aliqua profunda CD; & scire desideres, an ex D, ad B, conduci possit aqua per aquæductū, ita erit agendū. Primū si CD, puteus est, inuestiga eius profunditatē CD, per probl. 27. si vero fossa, aut vorago aliqua, per problema 28. Deinde concipiatur ex B, ad perpendiculum CD, duci perpendicularis BE; atque per scholium probl. 7. ex B, inuestigetur altitudo CE. Si namque hæc deprehensa fuerit æqualis profunditati inuenta CD, habebit fundus aquæ D, eandem altitudinem cum loco B, ac proinde aqua ad B, ex D, defluere non poterit per aquæductum: Si vero altitudo CE, reperta fuerit maior quam profunditas CD, conduci poterit aqua ex D, in locum B: Si denique altitudo CE, inuenta fuerit minor profunditate CD, erit locus B, altior quam aqua iuxta D, atque idcirco defluere non poterit ad B.

E X his non obscure intelliges, vbi aquæductus vtiliter sint extruendi, & vbi non.

FINIS TERTII LIBRI.

GEOME.





# GEOMETRIAE PRACTICAE LIBER QVARTVS.



## AREAS

Superficierum planarum inuestigans.

Penes quid  
mensuræ li-  
nearum re-  
ctarum, pla-  
narum su-  
perficierum  
& solidorū  
sumantur.



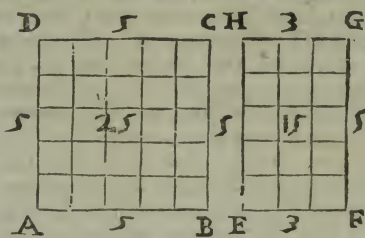
*VE M A D M O D V M* linea recta  
rectas lineas metitur, ita Geometra  
superficies planas per superficiem qua-  
dratam, & corpora, siue solida, per  
corpus cubicum metiri solent. Nam  
sicut linea recta dicitur 100. palmorū  
in qua linea vnius palmi centies conti-  
netur, ita superficies plana dicitur 100.  
palmorum, qua centies quadratum continet, cuius latus pal-  
mo aequale est: & solidum 100. palmorum illud dicitur, quod  
completitur 100. cubos, quorum quilibet latus habet vnius  
palmi: quod de alijs etiam mensuris, ut de pede, cubito, passu,  
milliario, &c. intelligendum est. Quia vero qualibet superfi-  
cies tot quadrata cuiusque mensura comprehendere dicitur,  
quot in parallelogrammo rectangulo, quod illi aequale est,  
continentur, explicandum primo loco erit, qua ratione area  
cuiuslibet rectanguli cognoscatur. Deinde de area triangu-  
lorum

lorum, quadrilaterorum non reſtangularum, ceterarumque figurarum plurium laterum agemus: ac denique circulum, cuiusque partes metiemur.

## DE AREA RECTANGVLORVM

## Caput I.

QVONIAM Euclides defin. 1. lib. 2. docet, omne parallelogrammum reſtangulum contineri ſub reſtis duabus lineis, quæ reſtū comprehendunt angulum; maniſeſtum eſt, aream cuiusque reſtangi produci ex multiplicatione duorum laterum circa reſtū angulum, vnius in alterum; adeo vt in quadrato ſatis ſit ducere vnum latus in ſe, vt eius area cognoscat: quippe cum duo latera circa vnum angulum reſtū æqualia ſint. Vt in quadrato ABCD, cuius ſingula latera quinos palmos continent, ſi latus AB, quinque palmorum in ſe ducatur, producentur 25. quadrata, quorum quodlibet habet latus vnius palmi; atque tot palmos quadratos continere dicitur area quadrati ABCD. At area reſtangi altera parte longioris EFGH, cuius vnum latus circa reſtū angulum continet 5. pedes, & alterum 3. dicitur continere 15. palmos quadratos, propterea, quod ex mutua laterum 5. & 3. multiplicatione numerus 15. procreatur.



Area quadrati, & altera parte longioris quo pacto cognoscatur;

2 ITAQVE ſi campum aliquem reſtangulum, vel parallelogrammum reſtangulum metiri iubeamur, menſuranda erunt per aliquam menſuram notam, vt per palmum, vel pedem, &c. duo latera circa angulum reſtū. Nam vno in alterum ducto, area propoſiti campi, vel parallelogrammi reſtangi producet, vt dictum eſt.

Vt campus reſtāgulus meſuretur, quid agendum.

## DE AREA TRIANGVLORVM

## Caput II.

1 QVANDO trianguli omnia tria latera cognita ſunt, duabus vijs eius area cognosci poteſt. Prima, quæ accuratiſſima eſt, ita ſe habet. Colligantur omnia latera in vnā ſummam: Ex huius ſumma ſemiſſe ſubtrahantur ſingula latera. vt habeantur tres differentiæ inter illam ſemiſſem, & latera ſingula: Poſtremo tres hæ differentiæ, & dicta ſemiſſis inter ſe mutuo multiplicentur. Producti enim numeri radix quadrata erit area trianguli quaſita.

Verbi gratia, ſi latera ſint 10. 17. 21. erit ſumma ex illis collecta 48. & ſemiſſis 24. Differentiæ autem inter hanc ſemiſſem, & latera erunt 14. 7. 3. Hæ inter ſe multiplicatæ (ducendo primum 14. in 7. deinde productum in 3.) faciunt 294. quæ ducta in 24. ſemiſſem prædictam, producit 7056. cuius numeri

radix

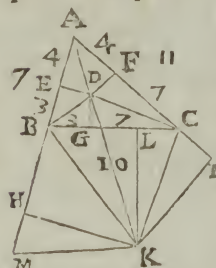


meri radix quadrata 84. erit area dicti trianguli, cuius latera sunt 10. 17. 21. Rursus si in alio quopiam triangulo latera sint 13. 14. 15. inueniemus eandem aream. Nam summa laterum est 42. semissis 21. Differentiæ inter hanc semissem, & tria latera sunt 3. 7. 6. quæ inter se multiplicatæ faciunt 336. quæ ducta in 21. semissem prædictam efficiunt 7056. cuius numeri quadrata radix 84. dabit aream trianguli, quod lateribus 13. 14. 15. continetur. Denique si detur triangulum ABC, in quo latus AB, 7. BC, 10. & AC, 11. summa omnium est 28. & semissis 14. quæ latera superat hisce numeris 7. 4. 3. qui inter se multiplicati faciunt 84. quæ ducta in 14. semissem summæ gi gnunt numerum 1176. cuius radix quadrata  $34\frac{2}{3}$ . fere dabit aream trianguli ABC. Ex quo colliges, non omnis trianguli aream esse numerum rationalem: propterea quod numerus ultimo loco productus non est semper quadratus, ut in postremo hoc exemplo contigit.

HANC praxim, siue regulam, quæ exquisitissima est, ut dixi, ita in triangulo ABC, demonstrabimus. Diuisis angulis ABC, ACB, bifariam per rectas BD, CD, coeuntes in D, ducantur ex D, ad singula latera perpendiculares DE, DF, DG, iungaturque recta AD. Quoniam igitur duo anguli E, DBE, in triangulo DEB, æquales sunt duobus angulis G, DBG, in triangulo DGB, & latus DB, commune; a erunt tam latera DE, DG, quam BE, BG, æqualia. Eodemque modo tam latera DF, DG, quam CF, CG, æqualia erunt in triangulis DFC, DGC: ac proinde DE, DF, (cum utraque ipsi DG, sit ostensa æqualis) inter se æquales erunt: ideoque omnes tres perpendiculares DE, DF, DG, æquales inter se erunt.

b DE INDE quia quadrato ex AD, æqualia sunt tam quadrata ex AE, ED, quam quadrata ex AF, FD; æqualia erunt quadrata ex AE, ED, quadratis ex AF, FD; Ac proinde ablatis æqualibus quadratis rectorum ED, FD, æqualium, reliqua quadrata rectorum AE, AF, æqualia erunt, propterea quæ & rectæ ipsæ AE, AF, æquales erunt. Igitur cum latera AE, AD, trianguli ADE, lateribus AF, AD, trianguli ADF, æqualia sint, & basis ED, basi FD; c erit angulus DAE, angulo DAF, æqualis.

c 8. primi.



QVIA vero AE, ipsi AF, & EB, ipsi BG, æqualis est ostensa, erit tota AB, duabus AF, BG, æqualis: additisque æqualibus CG, CF, dux AB, CG, duabus AC, BG, æquales erunt. Tam ergo duæ AB, CG, quam duæ AC, BG, semissem trium laterum AB, BC, AC, constituent. Quocirca CG, vel CF, differentia erit inter semissem laterum, & latus AB.

Item BG, vel BE, differentia inter eandem semissem, & latus AC. Denique cum AB, CG, semissem laterum efficiant, sitque BG, ipsi BE, æqualis, ut ostendimus, constituent quoque BC, AE, semissem eorundem laterum: ideoque AE, differentia erit inter laterum semissem, & latus BC. Tres ergo rectæ AE, EB, CG, & semissem laterum constituent, & tres differentias inter semissem laterum, & tria latera trianguli.

P R O D U C T I S iam AB, AC, sit BH, ipsi CG, & CI, ipsi BG, æqualis; ita ut tam AH, semissi laterum, rectis videlicet AB, CG, quam AI, eidem semissi laterum, rectis nimirum AC, BG, sit æqualis, constetque ex tribus differentijs ante dictis. Ducta quoque HK, ad AH, perpendiculari, quæ



quæ cum AD, producta conueniat in K; connectantur rectæ KI, KB, KC. Et quia duo latera AH, AK, trianguli AHK, duobus lateribus AI, AK, trianguli AIK, æqualia sunt, angulosque ad A, continent æquales, vt supra ostendimus, æquales quoque erunt & bases HK, IK, & anguli H, I. Cum ergo H, per constructionem sit rectus, rectus etiam erit I.

a 4. primi

ABSCINDATVR præterea BL, ipsi CG, vel BH, æqualis, vt proinde reliqua CL, reliquæ BG, vel ipsi CI, æqualis sit, iungaturque recta KL. Producta autem BH, sumatur HM, ipsi CI, æqualis, connectaturque recta KM. Et quia duo latera KH, HM, trianguli HMK, duobus lateribus KI, IC, trianguli CIK, æqualia sunt, angulosque H, I, continent æquales, vt pote rectos: b erunt quoque bases KM, KC, æquales: atque adeo cum duo latera BM, BK, trianguli BMK, duobus lateribus BC, BK, trianguli BCK, æqualia sint, (est namque BM, ipsi BC, æqualis, quod partes BH, HM, partibus BL, LC, sint æquales) sitque basis KM, basi KC, ostensa æqualis; c erunt quoque anguli KBM, KBC, æquales. Itaque quoniam duo latera BH, BK, trianguli BHK, duobus lateribus BL, BK, trianguli BLK, æqualia sunt, æqualesque continent angulos ad B, vt ostendimus, d erunt & bases HK, KL, & anguli H, L, æquales. Cum ergo H, ex constructione rectus sit, erit quoque L, rectus. Quare cum latera KH, KB, trianguli KBH, lateribus KL, KB, trianguli KBL, æqualia sint, & basis BH, basi BL, e erunt etiam anguli BKH, BKL, æquales.

b 4. primi.

c 8. primi.

d 4. primi.

e 8. primi.

QVONIAM autem ex ijs, quæ ad prop. 32. lib. 1. Euclidis demonstrauimus, quatuor anguli quadrilateri BHKL, quatuor rectis sunt æquales: erunt, demptis duobus rectis H, L, duo HBL, HKL, duobus rectis æquales; ideoque duobus angulis HBL, EBL, æquales, f quod hi quoque duobus sint rectis æquales, ablatoque communi HBL, reliquis HKL, reliquo EBL, æqualis erit: ac propterea & HKB, ipsi EBD, dimidiis dimidio, æqualis erit. Cum ergo & rectus H, recto E, sit æqualis, g erit quoque reliquis HBK, in triangulo HBK, reliquo EDB, in triangulo EDB, æqualis; ac proinde triangula HBK, DEB, æquiangula erunt. h Quapropter erit vt DE, ad EB, ita BH, ad HK; atque idcirco si lineæ hæ ad numeros contrahantur, i erit numerus, qui fit ex DE, in HK, æqualis numero, qui fit ex EB, in BH. k Eandem ergo proportionem habebit quadratus ex DE, ad productum ex DE, in HK, & ad productum ex EB, in BH. l Sed ita est quadratus ex DE, ad productum ex DE, in HK, vt DE, ad HK: propterea quod DE, multiplicans DE, & HK, fecit & quadratum ex DE, & productum ex DE, in HK. Erit igitur quadratus quoque ex DE, ad productum ex EB, in BH, vt DE, ad HK. Vt autem DE, ad HK, ita est AE, ad AH. m Nam cum parallelæ sint DE, HK, æquiangula erunt triangula AED, AHK, ex coroll. prop. 4. lib. 6. Euclid. n Igitur erit vt AE, ad ED, ita AH, ad HK, & permutando, vt AE, ad AH, ita ED, ad HK. Igitur erit quadratus quoque ex DE, ad productum ex EB, in BH, vt AE, ad AH. o Qui ergo sit ex quadrato ipsius DE, in AH, æqualis erit ei, qui fit AE, in productum ex EB, in BH. Igitur ex numerus, qui ex producto ex quadrato ipsius DE, in AH, multiplicato in AH, gignitur, æqualis erit numero, qui ex producto ex AE, in productum ex EB, in BH, multiplicato in eundem AH, procreatur. (Nam quia æquales numeri, nimirum productus ex quadrato ipsius DE, in AH, & productus ex AE, in productum ex EB, in BH, eundem numerum AH, multiplicant p habebunt producti, nimirum numerus, qui ex producto ex quadrato ipsius DE, in AH, multipli-

f 13. primi

g 32. primi

h 4. sexti.

i 19. septim.

k 7. quinti.

l 17. sept.

m 28. primi

n 4. sexti.

o 19. sept.

p 18. sept.

Z

cato



cato in AH, gignitur, & numerus, qui ex producto ex AE, in productum ex EB, in BH, multiplicato in eundem AH, procreatur, eandem proportionem, quam multiplicantes. Cum ergo hi euales sint, erunt & illi producti æquales) hoc est, numerus productus ex AH, in AH, id est, quadratus ipsius AH, ductus in quadratum ipsius DE, (Per scholium enim propof. 19. lib. 8. Euclid; quomocunque tres numeri inter se multiplicentur, idem semper numerus procreatur) æqualis erit numero, qui ex producto ex AE, in productum ex EB, in BH, nempe ex producto trium differentiarum AE, E B, BH, inter se multiplicatarum, ducto in AH, id est, in semissem laterum gignitur. At ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius A H, producit quadratus numerus areæ trianguli ABC, ut mox ostendemus. Igitur & ex producto trium excessuum AE, EB, BH, inter se multiplicatorum, ducto in AH, semissem laterum AB, BC, AC, producit idem quadratus numerus areæ trianguli ABC: ac proinde radix quadrata huius numeri erit dicti trianguli area: quod erat demonstrandum.

QVOD autem ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius A H, producat quadratus numerus areæ trianguli ABC, in hunc modum demonstro. Quoniam ut Num. 2. ostendimus, ex DE, in semissem lateris AB, producit area trianguli ADB; Et ex eadem DE, hoc est, ex DG, in semissem lateris BC, efficitur area trianguli BDC; Item ex eadem DE, id est, ex DF, in semissem lateris AC, gignitur area trianguli ADC. Quod autem sit ex DE, in semissem laterum AB, BC, AC, æquale est ei, quod sit ex DE, in AH, ex illis semilibus constat: fiet propterea area trianguli ABC, ex DE, in AH; ac propterea (contractis hisce lineis ad numeros) quadratus numerus areæ eiusdem trianguli procreabitur ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius AH. Quædo enim duo numeri se invicem multiplicantes fecerint aliquem, producent eorum quadrati se mutuo multiplicantes quadratum illius producti. quod

ita perspicuum fiet. Duo numeri A, & B, se multiplicantes faciant D; & ambo se ipsos multiplicantes faciant C, & E: Denique hi quadrati C, & E, se multiplicantes faciant F. Dico F, esse quadratum ipsius D. Cum

enim A, multiplicans se ipsum, & B, faciat C, & D: erit ut A, ad B, ita C, ad D: Eademque ratione, cum B, multiplicans A, & se ipsum, faciat D, & E, erit ut A, ad B, ita D, ad E: ideoque C, D, E, continuè proportionales erunt. Quare qui sit ex C, in E, numerus videlicet F, æqualis erit ei, qui sit ex D, in se: ac proinde F, quadratus erit ipsius D. Quæ cum ita sint, cum ex DE, in AH, producat area trianguli ABC, ut ostendimus fiet ex quadrato ipsius DE, in quadratum ipsius AH, quadratus numerus areæ eiusdem trianguli ABC. Quod erat demonstrandum.

1. ALTE RA via, qua ex datis lateribus area trianguli colligitur, hæc est.

Area trian-  
guli quo  
pacto aliter  
ex datis la-  
terib. colli-  
gatur.

Ex quovis angulo ad latus oppositum, etiam protrahitur, si opus est, perpendicularis ducatur. Hæc enim (si eius quantitas cognita fuerit) multiplicata in semissem basis, seu dicti lateris, vel eius semissis in totam basem producit aream trianguli, Vel si minus, tota perpendicularis ducta in totam basem, numerum procreabit, cuius semissis aream trianguli offeret:

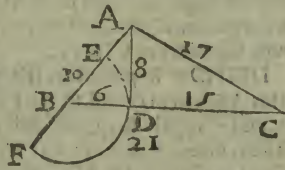
NAM ut lib. 7. propof. 1. demonstravimus, est area trianguli æqualis rectangulo comprehenso sub perpendiculari, & semisse basis, vel sub semis-

se per-



se perpendicularis, ac tota base; Item semissi rectanguli sub perpendiculari, ac tota base comprehensi. Cum ergo per cap. 1. huius lib. area rectanguli illius producat ex multiplicatione vnus lateris circa angulum rectum in alterum: hoc est, ex perpendiculari (*a* quæ vni lateri æqualis est) in semissem basis trianguli, vel ex semisse perpendicularis (*b* quæ semissi lateris est æqualis) in totam basem: vel denique rectangulum trianguli duplum ex perpendiculari in totam basem trianguli: constat propositum.

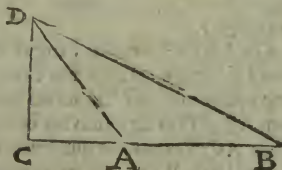
MAGNITVDO autem dictæ perpendicularis, sicuti et basis, in metiendis campis inuestiganda est per catenulam ferream, quod hæc neque intendatur, neque remittatur, aut certe, si omnia latera nota sint, Geometrice hoc modo. Sit triangulum ABC, cuius latus AB, sit 10. & BC, 21. & AC, 17: Primum inuestiganda sunt segmenta BD, CD, inter perpendicularem, per ea, quæ lib. 1. cap. 3. Num. 9. scripsimus, hac ratione. Fiat vt latus BC, in quod cadit perpendicularis AD, (Semper autem esset demittenda perpendicularis in maximū latus, vt intra triangulum caderet) ad summam aliorum duorum laterum AB, AC, nimirum, vt 21. ad 27. ita differentia eorundem laterum, videlicet 7. ad aliud. Produ-



a 34. primi.  
b 34. primi.

Segmenta  
sis, quæ à  
perpendicu  
lari abscin  
duntur, quò  
pactocogno  
scantur.

SIT rursus triangulum ABD, cuius latus AB, 12. AD, 11. & BD, 20. demittenda autem sit perpendicularis ex D, ad AB. Fiat, vt latus AB, 12. ad summam aliorum duorum 31. ita differentia eorundem, nimirum 9. ad aliud. Produccetur enim numerus  $23\frac{1}{2}$ . (qui quoniam maior est latere AB, argumento est, perpendicularem cadere extra triangulum, angulumque A, esse obtusum,) ex quo latus AB, 12. subtractum, relinquit,  $11\frac{1}{2}$ . Huius autem numeri semissis  $5\frac{1}{4}$ . dabit segmentum exterius AC, inter perpendicularem, & angulum obtusum, eademque semissis addita lateri AB, efficiet aliud segmentum BC, inter perpendicularem, & angulum acutum  $17\frac{1}{4}$ . Atque hæc ratio expeditissima est.



ALITER. Sit ducenda perpendicularis ad maximum latus BC, in priori triangulo ABC, quæ necessario cadet intra triangulum; & propterea, quod angulus A, maior est vtrolibet B & C; ac proinde vterque horum acutus est. Quoniam autem quadratum rectæ AB, minus est quadratis rectarum AC, BC, rectangulo bis comprehenso sub BC, & segmento CD, inter C, & perpendicularem: si quadratum rectæ AB, 100. detrahatur ex summa quadratorum rectarum AC, BC, id est, ex 739. reliquum fiet rectangulum 639. bis comprehensum sub BC, & segmento CD, inter C, & perpendicularem.

Z : Qua-

c 18. primi.

d 13. secundæ



Quare cuius semissis  $31\frac{1}{2}$ , æqualis erit rectangulo illi semel sumpto: ac proinde hoc rectangulo  $31\frac{1}{2}$ , diuiso per latus BC,  $21$ . dabit Quotiens  $1\frac{1}{2}$ . segmentum CD, prope angulum acutum C, cui opponitur latus AB, cuius quadratum ex summa reliquorum quadratorum detractum fuit. Ablato autem segmento CD,  $15$ . ex latere BC,  $21$ . remanebit alterum segmentum BD,  $6$ . Eodem pacto, *a* quia quadratum rectæ AC, minus est quadratis rectarum AB, BC, rectangulo bis comprehenso sub CB, & segmento BD, inter B, & perpendicularem: si quadratum rectæ AC,  $289$ . subducatur ex summa  $541$ . quadratorum rectarum AB, BC, reliquum fiet rectangulum  $252$ . comprehensum bis sub CB, & segmento BD, inter B, & perpendicularem. Quare eius semissis  $126$ . æqualis erit illi rectangulo semel sumpto: ac proinde hoc rectangulo  $126$ . diuiso per latus CB,  $21$ . dabit Quotiens  $6$ . segmentum BD, iuxta acutum angulum B, cui latus AC, quadrati ex duobus alijs quadratis detracti opponitur. Quo segmento  $6$ . dempto ex latere BC,  $21$ . remanebit alterum segmentum CD,  $15$ .

DEINDE in posteriori triangulo ABD, ducenda sit perpendicularis ad latus AB, non maximū. Et quia latus DB, latere AD, maius est; *b* erit angulus *a* 17. primi. A, maior angulo B. *c* Cum ambo ergo simul sint duobus rectis minores, erit saltem minor B, acutus: *d* ac proinde quadratum rectæ AD, minus erit quadratis rectarum AB, BD, rectangulo bis comprehenso sub latere AB, & segmento inter B, & perpendicularem. Si ergo quadratum rectæ AD,  $121$ . subtrahatur ex summa quadratorum rectarum AB, BD, id est, ex  $544$ . reliquum fiet rectangulum bis comprehensum sub AB, & segmento, inter B, & perpendicularem, nimirum  $423$ . ideoque eius semissis  $211\frac{1}{2}$ . æqualis erit illi rectangulo semel sumpto. Quare si rectangulum hoc  $211\frac{1}{2}$ . diuidatur per latus AB,  $12$ . dabit Quotiens  $17\frac{1}{2}$ . segmentum inter B, & perpendicularem, quod quia maius est latere AB, argumento est, perpendicularem DC, cadere extra triangulum: ac proinde angulum A, obtusum esse. Quod si ex hoc segmento  $17\frac{1}{2}$ . dematur latus AB,  $12$ . remanebit exterius segmentum  $5\frac{1}{2}$ .

QUANDO constat, angulum A, esse obtusum, ideoque perpendicularem DC, extra triangulum cadere, reperiemus eadem segmenta BC, CA, hoc etiam modo. *e* Quoniam quadratum lateris BD, superat quadrata laterum AB, AD, rectangulo bis comprehenso sub latere AB, & segmento exteriori AC; si summam quadratorum rectarum AB, AD,  $265$ . detrahatur ex quadrato lateris BD,  $400$ . reliquum erit rectangulum  $135$ . bis comprehensum sub AB, AC: & eius semissis  $67\frac{1}{2}$ . illi rectangulo semel sumpto æqualis erit; ac proinde hoc rectangulo  $67\frac{1}{2}$ . diuiso per latus AB,  $12$ . indicabit Quotiens  $5\frac{1}{2}$ . segmentum exterius CD; cui si addatur latus AB,  $12$ . constabitur segmentum BC,  $17\frac{1}{2}$ . Sed prior ratio, quæ ex lib. 2. Euclid. non pendet, expeditior est, ac proinde tenenda: quamuis auctores alij posteriorem hanc viam plerunque sequantur.

INVENTIS segmentis à perpendiculari factis, ita magnitudinem perpendicularis cognoscemus.

DIFFERENTIA inter utrumvis segmentum, & latus adiacens ducatur in summam ex eodem segmento & latere constatam Radix enim quadrata numeri producti perpendicularem exhibebis notam, ut lib. 1. cap. 3. Num. 17. demonstrauimus.

Verbi



Verbi gratia. In priori triangulo  $ABC$ , si differentia 4. inter segmentum  $BD$ , & latus  $AB$ , hoc est, inter 6. & 10. multiplicetur per 16. nempe per summam eiusdem segmenti  $BD$ , & lateris  $AB$ ; gignetur numerus 64. cuius radix quadrata 8. dabit perpendicularem  $AD$ . Pari ratione si differentia 2. inter segmentum  $CD$ , & latus  $AC$ , hoc est, 15. & 17. ducatur in 32. id est, in summam eiusdem segmenti  $CD$ , & lateris  $AC$ ; procreabitur numerus 64. cuius radix quadrata 8. præbebit perpendicularem  $AD$ , ut prius.

IN posteriori autem triangulo  $ABD$ , si differentia  $5\frac{1}{2}$ . inter segmentum  $AC$ , & latus  $AD$ , nimirum inter  $5\frac{5}{8}$ . & 11. ducatur in  $16\frac{5}{8}$ . hoc est, in summam eiusdem segmenti  $AC$ , & lateris  $AD$ ; producet numerus  $9\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ . siue  $89\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ . cuius radix quadrata in numeris exhiberi non potest, sed paulo maior est, quam apposita fractio cuius numerator est  $75\frac{9}{1}\frac{4}{1}$ . denominator autem 8. quæ ad hunc numerum  $9\frac{2}{3}\frac{1}{4}$  reducitur, si numerator per denominatorem diuidatur: atque tanta est ferme perpendicularis  $DC$ , nimirum  $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$ . Sic etiam si differentia  $2\frac{1}{2}$ . inter segmentum  $BC$ , 17. & latus  $BD$ , 20. multiplicetur per  $37\frac{5}{8}$ . summam eiusdem segmenti  $BC$ , & lateris  $BD$ ; gignetur idem numerus, qui prius,  $9\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ . hoc est,  $89\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ . cuius radix quadrata paulo maior est, quam  $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$ . veluti prius. Atque hæc ratio satis expedita est.

$$\frac{75\frac{9}{1}\frac{4}{1}}{8}$$

ALITER. Quoniam quadratum rectæ  $AB$ , in priori triangulo  $ABC$ , æquale est duobus quadratis rectarum  $AD$ ,  $BD$ : si quadratum 36. segmenti  $BD$ , tollatur ex 100. quadrato lateris adjacentis  $A B$ , relinquetur quadratum 64. perpendicularis  $AD$ . Radix ergo eius quadrata 8. erit magnitudo perpendicularis  $AD$ , ut supra. Similiter si quadratum 225. segmenti  $CD$ , dematur ex 289. quadrato lateris adjacentis  $AC$ , reliquum fiet quadratum 64. perpendicularis  $AD$ , cuius radix 8. magnitudo erit perpendicularis  $AD$ , ut prius.

IN triangulo vero posteriori  $ABD$ , si quadratum  $31\frac{4}{6}\frac{1}{4}$ . segmenti  $AC$ ,  $5\frac{5}{8}$ . subtrahatur ex 121. quadrato lateris adjacentis  $AD$ , 11. remanebit quadratum  $89\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ . perpendicularis  $DC$ , cuius radix est paulo maior quam  $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$ . ut supra. Sic etiam si quadratum  $310\frac{4}{6}\frac{1}{4}$ . segmenti  $BC$ ,  $17\frac{5}{8}$ . subtrahatur à quadrato 400. lateris adjacentis  $BD$ , 20. remanebit rursus quadratum  $89\frac{2}{3}\frac{1}{4}$ . perpendicularis  $DC$ , cuius radix paulo maior est quàm  $9\frac{5}{1}\frac{4}{2}\frac{7}{8}$ . ut supra. Verum prior ratio magis expedita videtur, quàmquam alij posteriorem hanc viam tradant.

Quæ via  
investigan-  
dæ perpen-  
dicularis sit  
expeditior.

IN triangulo porro æquilatere perpendicularis hoc alio modo inueniatur. Quoniam quadratum lateris sesquitergium est quadrati perpendicularis: si fiat ut 4. ad 3. ita quadratum lateris ad aliud, proueniet quadratum perpendicularis. Radix ergo huius quadrati notam exhibebit perpendicularem. Ut si latus est 10. & fiat ut 4. ad 3. ita 100. quadratum lateris ad aliud, gignetur quadratum perpendicularis 75. cuius radix,  $8\frac{5}{8}\frac{1}{2}$ . proxime erit perpendicularis quæsitæ.

b 12. QUAT-  
ti decimi.

DENIQUE inuentis segmentis basis à perpendiculari factis, perpendicularis ipsa per sinus ita fiet cognita in priori triangulo. Fiat ut 10. latus  $AB$ , recto angulo oppositum ad sinum totum recti anguli  $D$ ; ita 6. segmentum  $BD$ , ad aliud; producet sine anguli oppositi  $BAD$ , 60000. Ergo angulus  $BAD$ , erit grad. 36. Min. 52. ac proinde angulus  $B$ , eius complementum

tum



tum erit grad. 53. Min. 8. Si ergo rursus fiat, ut sinus totus ad 10. latus AB: ita 80003. sinus anguli BAD, ad aliud, procreabitur latus AD, hoc est, perpendicularis  $8\frac{1}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}\frac{0}{10}$ . ferme, quæ paulo maior est, quā 8. supra inuenta, quod discrimen oritur ex eo, quod sinus non sunt omnino tales, quales in tabula describuntur: quod tamen in mensuratione camporum non inducit sensibilem admodum errorem.

Area prioris trianguli ABC.

ITAQUE, si in priori triangulo ABC, perpendicularis AD, 8. ducatur in  $10\frac{1}{2}$ . semissem basis BC, vel 4. semissis perpendicularis AD, in 21. totam basem, procreabitur area trianguli ABC, 84. Quæ etiam produceretur, si tota perpendicularis 8. in totam basem 21. multiplicetur, & producti numeri 168. semissis accipiat 84.

Area posterioris trianguli ABD.

ITEM in posteriori triangulo ABD, si perpendicularis DC,  $9\frac{1}{2}\frac{4}{10}\frac{7}{10}$ . ducatur in 6. semissem basis AB, vel semissis perpendicularis, nimirum  $\frac{1}{2}\frac{4}{10}\frac{1}{10}\frac{9}{10}$ . vel  $4\frac{1}{2}\frac{7}{10}\frac{1}{10}\frac{9}{10}$ . in totam basem 12. conficietur area trianguli ABD,  $56\frac{1}{2}\frac{6}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{10}$ . vel  $56\frac{4}{10}\frac{1}{10}\frac{1}{10}\frac{1}{10}$ . Quæ etiam produceretur, si tota perpendicularis in totam basem ducatur, & producti capiatur semissis.

Vt fractionis vitentur quid agendum.

VT autem fractiones, quoad eius fieri potest, vitentur, curabis, ut quando perpendicularis est numerus par, & basis numerus impar, accipias semissem perpendicularis, eamque in totam basem ducas: quando vero perpendicularis est numerus impar, & basis numerus par, sumas semissem basis, eamque ducas in totam perpendicularem. Quod si tam perpendicularis, quam basis fuerit numerus par, vel impar, nihil interest, utrius semissem capias.

Quid agendum, quando perpendicularis est numerus surdus.

QVANDO etiam perpendicularis est radix surda, quæ videlicet numero exprimi nequeat, qualis fuit DC, in posteriori triangulo ABD, rectè feceris, si eius quadratū (nō extracta radice illa surda) multiplices per quadratū semissis basis. Numerus n. productus erit quadratus numerus areæ trianguli: adeo ut radix eius sit ipsa trianguli area. Hac n. ratione minus à vero aberrabimus. Vt in dicto posteriori triangulo ABD, si quadratū perpendicularis DC,  $\frac{5}{2}\frac{2}{10}\frac{1}{10}\frac{9}{10}$ . ducamus in 36. quadratum semissis basis, producemus  $\frac{2}{10}\frac{5}{10}\frac{2}{10}\frac{1}{10}\frac{9}{10}$ . quadratum areæ, cuius radix est  $56\frac{2}{10}\frac{6}{10}\frac{6}{10}\frac{8}{10}$ . area videlicet trianguli ABD, paulo maior, quam prius inuenta. Pari ratione, si in aliquo triangulo quadratum perpendicularis foret 72. & semissis basis 6. si radicem numeri 72. nimirum  $8\frac{1}{2}$ . hoc est, ipsam perpendicularem, ducamus in 6. producemus aream  $50\frac{1}{2}\frac{4}{10}$ . At si ipsa summet quadratum 72. multiplicemus per 36. quadratum videlicet semissis basis, procreabimus 2592. quadratum areæ, cuius radix paulo maior est, quam  $50\frac{1}{2}\frac{4}{10}\frac{2}{10}$ . qui numerus aliquanto maior est, quam area prius inuenta  $50\frac{1}{2}\frac{4}{10}$ . Ratio huius nostre regulæ est, quod, ut paulò ante ad finem Num. 1. demonstravimus, duo numeri se se multiplicantes producant radicem numeri ex eorum quadratis producti.

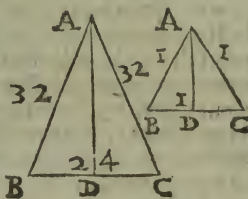
Area trianguli rectanguli.

3 EXPOSITIS duabus regulis generalibus, per quas trianguli cuiuslibet area ex cognitis lateribus inuestigatur, proponemus nunc particularia quædam præcepta pro particularibus triangulis nonnullis, quæ nonnumquā magno vsui erunt, cum per ea sæpenumero expeditius in aliquibus triangulis areæ reperiantur, quam per illas generales regulas. Area ergo trianguli rectanguli produceretur, si duo latera circa rectum angulum inter se multiplicentur, & numeri producti semissis capiatur. Nam ex multiplicatione illa gignitur



tur parallelogrammum rectangulum sub duobus lateribus circa angulum rectum comprehensum, vt cap. 1. dictum est, & cuius rectanguli triangulum semissis est, Quod perinde est, ac si semissis vtriusvis lateris in totū alterum, tamquam in basem, multiplicetur. Vt in præcedenti triangulo A B C, diuiso in duo triangula rectangula ADB, ADC; si AD, 8. ducatur in B D, 6. producetur numerus 48. cuius semissis 24. erit area trianguli ADB. Sic si AD, 8. ducatur in D C, 15. fiet numerus 120. cuius semissis 60. erit area trianguli ADC: vbi vides, duo triangula 24. & 60. componere totum triangulum ABC, 84. vt supra inuenimus.

4 AREA trianguli Isoscelis, vel etiam æquilateri, procreabitur, si quadratum semissis basis ex quadrato lateris auferatur, & reliquus numerus in idē quadratū semissis basis ducatur, ac deniq̃ huius producti radix quadrata eruatur. Vt in Isoscele ABC, cuius æqualia latera AB, AC, sint 32. 32. & basis B C 24. si quadratum 144. semissis basis dematur ex 1024. quadrato lateris AC, vel AB, & reliquus numerus 880. ducatur in 144. quadratum semissis basis, erit producti 126720. radix quadrata  $355\frac{6}{11}$ . (quæ paulo minor est vera radice) area trianguli A B C. Nam si quadratum semissis basis D C, auferatur ex quadrato lateris AC, & reliquum fit quadratum perpendicularis AD, quod ex scholio propof. 26. lib. 1. Euclid. perpendicularis AD, basem B C, secet bifariam in D. Quare vt circa finem Num. 2. ostendimus, quadratum perpendicularis AD, ductum in quadratum D C, semissis basis producet quadratum areae trianguli ABC. Eademque ratio est in triangulo æquilatero, cum hoc habeat etiā duo latera æqualia.



Area trian-  
guli Isosce-  
lis.

5 PRO area tamen trianguli æquilateri hæc etiam regula ab auctoribus traditur, quamvis à nemine (quod sciam) demonstrata sit. Quadratum lateris ducatur in 13. productusque numerus per 30. diuidatur. Quotiens enim erit area trianguli æquilateri. Vt si vnum latus æquilateri trianguli sit 10. ducatur quadratum lateris 10. nimirum 100. in 13. productusque numerus 1300. per 30. diuidatur. Quotiens enim  $43\frac{1}{3}$ : erit area trianguli. Hanc regulam ita demonstro. Area trianguli æquilateri, cuius singula latera sunt 1. est radix quadrata huius numeri  $\frac{1}{4}$ . (Nam per regulam præcedentem Num. 4. explicatam, si  $\frac{1}{4}$ . quadratum semissis lateris dematur ex 1. quadrato lateris, & reliquus numerus  $\frac{3}{4}$ . ducatur in idē quadratū  $\frac{1}{4}$ . semissis lateris, producet quadratū areae trianguli  $\frac{1}{4}$ .) nimirum  $\frac{1}{4}$ . proxime. Cū ergo quadratū lateris 1. ad quadratū lateris 10. hoc est, 1. ad 100. eandem proportionem habeat, quam area  $\frac{1}{4}$ . trianguli, cuius vnum latus est 1. ad aream trianguli, cuius vnum latus est 10. & quod vtraque proportio proportionis lateris 1. ad latus 10. sit duplicata: si fiat vt 1. (quadratum lateris 1.) ad 100. (quadratum lateris 10.) ita area  $\frac{1}{4}$ . ad aliud, producet area trianguli, cuius vnum latus est 10. Hoc autem fit, ducendo secundum numerum 100. in tertium  $\frac{1}{4}$ . hoc est, (vt constat ex regula multiplicationis fit-

b 47. primi.

Area trian-  
guli æqui-  
lateri.

c 20. & 19.  
secund.



nis fractorum, ducendo 100 in numeratorem 13. & productum per denominatorem 30. diuidendo. Neq. vero opus est productum hunc numerum  $43\frac{1}{3}$ . per primum 1. partiri, cum unitas diuidens, aut multiplicans quemcunque numerum producat numerum eundem. Sic etiam si latus vnum trianguli æquilateri sit 6. ducemus eius quadratum 36. in  $\frac{1}{3}\frac{1}{6}$ . hoc est, in 13. numeratorem, productumque 468. per 30. partiemur. Quotiens namque  $15\frac{1}{2}$ . erit trianguli propositi area.

Radix quadrata numeri fracti quo pacto eruat.

QVOD autem  $\frac{3}{16}$ . sit radix quadrata numeri  $\frac{3}{16}$ , patet ex regula qua cuiusvis fracti numeri radix extrahitur: quæ talis est. Numerator in denominatorem ducatur, & producti radix propinqua inueniatur. Si enim per hanc radicem diuidemus numeratorem: vel ipsam radicem per denominatorem partiemur; exhibit radix fractionis propositæ: priori quidem modo maior quam vera, posteriori autem minor, si radix illa propinqua producti ex numeratore in denominatorem fuerit minor, quam vera: quia in priori illo modo sit diuisio per numerum vero minorem, in posteriori autem numerus vero minor diuiditur. Quod si radix illa propinqua foret maior, quæ vera, produceretur priori modo radix fractionis minor, quam vera, posteriori autem maior, ut liquet. Verbi gratia. Inuenienda sit radix quadrata fractionis  $\frac{3}{16}$ . quam diximus esse quadratum areæ trianguli æquilateri, cuius vnum latus est. 1. Ex 3. in 16. fit numerus 48. cuius radix propinqua  $6\frac{1}{2}$ . minor quam vera, per quam si diuidatur numerator 3. prodibit radix  $\frac{3}{16}$ . fractionis  $\frac{3}{16}$ . maior, quam vera: at si radicem eandem propinquam  $6\frac{1}{2}$ . partiamur per denominatorem 16. reperietur radix  $\frac{3}{16}$ . eiusdem fractionis  $\frac{3}{16}$ . minor, quam vera. Ratio huius extractionis hæc est.

a 20. sepr.

Quando numerator 3. denominatorem 16. multiplicat, ær erit producti 48. radix quadrata medio loco proportionalis inter 3. & 16. quod radix hæc in se ducta producat numerum 48. æqualem ei, qui ab extremis 3. & 16. inter se multiplicatis gignitur: ac proinde proportio 3. ad 16. erit duplicata tam proportionis 3. ad illam radicem, quam illius radicis ad 16. Cum ergo proportio 3. ad 16. sit quoq. duplicata proportionis, quæ radix numeri 3. ad radicem numeri 16. habet: erit ut 3. ad radicem producti 48. Vel ut radix huius producti ad 16. ita radix numeri 3. ad radicem numeri 16. Quapropter cum fractio, cuius numerator est radix numeri 3. denominator autem radix numeri 16. sit radix fractionis  $\frac{3}{16}$ . erit quoque tam fractio, cuius numerator 3. & denominator radix producti 48. quam fractio cuius numerator radix producti 48. denominator autem 16. hoc est, tam Quotiens, qui fit ex diuisione 3. per radicem producti 48. quam quotiens, qui fit ex diuisione radicis producti 48. per 16. radix propinqua fractionis  $\frac{3}{16}$ . Eademque de cæteris ratio est.

ALIÎ hanc tradunt regulam ad aream trianguli æquilateri inueniendâ. Ex quadrato lateris sumatur tam pars decima, quam tertia. Harum enim partium summa erit area trianguli. Quod sic ostendo. Hæ fractiones  $\frac{1}{10}$ . &  $\frac{1}{3}$ . in vnam collectæ summam efficiunt  $\frac{1}{6}$ . ac proinde idem est ex quadrato lateris auferre  $\frac{1}{10}$ . &  $\frac{1}{3}$ . atque  $\frac{1}{6}$ . Sed quando auferuntur  $\frac{1}{10}$ . multiplicatur quadratum lateris per  $\frac{1}{10}$ . ut in 6. quæstiuncula fractorum docui. Igitur cum, ut Num. 5. explicatum est, ex multiplicatione quadrati lateris in  $\frac{1}{10}$ . producat area trianguli æquilateri, liquido constat, par-

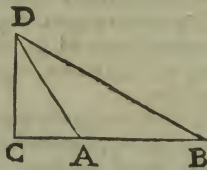
tem



rem decimam, & partem tertiam quadrati lateris conficere eandem aream. Itaque si latus sit 30. erit eius quadratum 900. cuius  $\frac{1}{10}$ . est 90. &  $\frac{1}{3}$ . est 300. quæ partes simul faciunt numerum 390. pro area illius trianguli æquilateri.

6 HACTENVS exposuimus regulas, quæ nos in cognitionem areæ cuiuscunque trianguli ducunt, si singula latera cognita sint. Nunc triangulorum areas per doctrinam sinuum, Tangentium, secantiumque inuestigabimus, licet non omnia latera sint cognita, sed vnum duntaxat, vel duo, vna cum duobus angulis, vel vno. In triangulis ergo rectangulis ita procedemus.

QVANDO in triangulo rectangulo latus recto angulo oppositum cognitum est, cum vno angulo acuto, cognoscemus aream hoc modo. Detrahto angulo acuto dato ex recto, id est, ex grad. 90. relinquetur alter acutus angulus etiam notus. Vt in triangulo DCB, habente angulum rectum C, & latus BD, notum, vna cum angulo acuto B. *a* Et quoniã duo B, & BDC, vni recto, id est, gradibus 90. sunt æquales, si angulus B, ex grad. 90. detrahatur, reliquus fiet angulus BDC. Si ergo fiat, vt sinus totus anguli recti C, ad oppositum latus BD, in qualibet mensura cognitum; ita tam sinus anguli B, quàm anguli BDC, ad aliud; *b* nota fient latera DC, & CB, in partibus lateris BD: atque ita omnia tria latera cognita erunt. Ergo & area cognoscetur vel ex Num. 1. huius cap. vel ex Num. 3.



Area trianguli rectanguli ex latere quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto cognito, quo pacto inuestigetur.

*a* 32. primi.

*b* 2. triang. rectil.

ITAQVE si campus mensurandus triangularis est habens vnum angulum rectum, satis erit, si summa diligentia latus recto angulo oppositum mensuretur, & insuper vnus angulus acutus, beneficio alicuius quadrantis in gradus diuisi, qualis est à nobis constructus cap. 2. lib. 1. Nam ex his cognitis, vt proxime diximus, tota area trianguli cognoscetur, etiam si ad alia duo latera accedere non possimus.

QVANDO in eodem triangulo rectangulo BDC, alterutrum latus datur circa angulum rectum vna cum latere, quod recto angulo opponitur, nimirum si DC, & DB, cognita sint; *c* cognoscetur quoque alterum latus BC, si fiat, vt latus DB, angulo recto oppositum ad sinum totum anguli recti C, ita latus datum DC, ad aliud. Productus enim numerus erit sinus anguli B, quo cognito ex tabula sinuum, cognitus etiam erit eius complementum BDC. Si ergo rursus fiat, vt sinus totus anguli recti C, ad latus oppositum datum DB, ita sinus anguli BDC, inuenti ad aliud, exhibit latus oppositum BC. Ex duobus igitur lateribus DC, CB, cognitis, area trianguli nota fiet ex ijs, quæ Num. 3. paulo ante scripsimus.

*c* 3. triang. rectil.

Area trianguli rectanguli ex vno latere circa angulum rectum, & latere quod recto angulo opponitur.

ATQVE ita in campo, si detur portio triangularis, habens angulum rectum; satis est, si diligenter mensuretur vnum latus circa angulum rectum, vna cum latere, quod recto angulo opponitur, etiam si ad tertium latus non pateat accessus. Ex illis enim duobus area cognoscetur, vt dictum est.

QVOD si in eodem triangulo rectangulo BDC, notum fuerit vnum latus circa rectum angulum, videlicet DC, vna cum alterutro angulo acuto, vt pote cum C, *d* notum efficietur alterum latus CB: si fiat, vt sinus totus ad datum latus DC: Ita Tangens anguli BDC, quæsito lateri CB, oppositi, (co-

*d* 4. triang. rectil.

A a gno-



Area trian-  
guli rectan-  
guli ex vno  
latere circa  
angulum re-  
ctum & vno  
angulo acu-  
to.

10. triang.  
rectil.

Area trian-  
guli obliqua  
guli ex vno  
latere ac  
duobus an-  
gulis.

12. trian.  
rectil.

Area trian-  
guli obli-  
quanguli ex  
duobus late-  
ribus & an-  
gulo ab ip-  
sis compre-  
hendo.

Diuiso vno  
latere figur-  
æ in quot  
uis partes æ-  
quales, quo  
pacto alia  
latera in eis  
de partibus  
siant nota.

In negotio  
dimensionum  
admittenda  
esse in non-  
nullis lineis  
& angulis  
mechanicam  
mensuratio-  
nem.

gnosceretur autem alter hic angulus BDC, si angulus C, ex gradibus 90. de-  
natur) ad aliud. Nam inuentus numerus dabit latus CB, quæsitum. Vel si  
fiat, vt sinus anguli C, dato lateri DC, oppositi ad latus datum D C: Ita si-  
nus alterius anguli BDC, ad aliud. Nam rursus producet latus quæsitum  
BC. Ex duobus ergo lateribus DC, CB, aream cognoscemus, vt Num. 3.  
traditur.

IN Campo ergo aliquo, si proponatur portio triangularis angulum  
habens rectum, satis erit vnum latus circa rectum angulum, & vnum an-  
gulum acutum metiri, vt eius trianguli area reperitur, etiam si ad alia duo  
latera accessus denegetur. Atque hæc de rectangulis triangularibus veniamus iam  
ad obliquangula.

7 SI ergo in triangulo non rectangulo ABD, notum sit vnum latus, cum  
duobus angulis quibuscunque, perueniemus in cognitionem areæ hoc mo-  
do Ex duobus angulis cognitis erit quoque tertius, cum sit complementum  
aliorum duorum ad gr. 180. Igitur alia duo latera cognoscuntur ac proin-  
de ex tribus lateribus cognitis area fiet nota ex ijs, quæ Num. 1. & 2. tra-  
dita sunt.

VT ergo campus triangularis nullum habens angulum rectum cognitus  
fiat, satis erit, si vnum latus cum duobus angulis accurate mensuretur. Ex ijs  
enim duo reliqua latera nota efficiuntur, &c. vt dictum est.

R VRSVS si in eodem triangulo ABD, non rectangulo nota sint duo  
latera, vna cum angulo ab ipsis comprehenso; b inuenietur tertium latus:  
ac proinde, vt prius, ex omnibus tribus lateribus area trianguli efficietur  
cognita.

ITAQVE satis erit, si in campo quouis triangulari duo latera, vna  
cum angulo ab ipsis comprehenso mensurentur: vt area ipsius nota  
reddatur.

8 NEQVE vero hoc omittendum videtur: si videlicet vnum latus  
trianguli, vel cuiusvis figuræ rectilineæ in partes quotlibet æquales secetur,  
reliqua latera in eisdem partibus fieri posse cognita, beneficio instrumenti par-  
tium, vt ad finem Num. 1. cap. 1. lib. 1. declarauimus. Verum vt magis exqui-  
site reperiantur, inquirendum erit fragmentum vltimæ particulæ (si quod  
superfuerit) in partibus millesimis, per ea, quæ Num. 14. cap. 2. lib. 1. do-  
cuimus. Ita enim in dimensionibus figurarum minus à vero aberrabimus.

9 NEMINEM autem moueat, aut perturbet, quod rectas dixerimus  
metiendas esse nonnunquam mechanice per catenulam aliquam feream,  
aut per instrumentum partium. Nam in hoc dimetiendi negotio, præsertim  
in campis, & agris admittenda omnino est huiusmodi mechanica linearum  
dimensio, tum quia apud omnes agrimensores hic mos est: tum quia non  
semper via Geometrica id præstare potest; tum vero maxime, quia in di-  
mensionibus agrorum, siue figurarum satis est rem prope verum attingere,  
dummodo notabilis error non committatur. Quod si hæc dimensio quarun-  
dem linearum alicui non proberetur, is profecto è medio tollat, necesse est, om-  
nem agrorum, figurarumue dimensionem. Vnde enim constat, agrum propo-  
situm, vel figuram habere latera cognita, nisi hæc ipsa per mensuram aliquam  
materiam sint explorata? Si igitur laterum dimensio mechanica, tanquam  
à vero parum aberrans, ab omnibus usurpatur, cur eam in lineis intra figu-  
ras metiendis rejiciendam censeamus, non video. Non nego tamen, viam  
Geome-



Geometricam, quando fieri potest, adhibendam esse. In figuris quoque, ubi latera non sunt nimis magna, utendum cenſeo doctrina, quam in instrumento partium lib. 1. cap. 1. ad finem Num. 2. tradidimus, non neglectis etiam ijs, quæ in eodem lib. 1. cap. 2. Num. 14. de quavis particula lineæ cognoscenda, in partibus ſaltem milleſimis, ſcripſimus, quod hac ratione vix à vero quis aberrare poſſit.

ITEM de mechanica angulorum diſenſione per quadrantem intelligendum eſt: præſertim ſi præter gradus inueſtigentur quoque minuta, ut lib. 1. cap. 2. docuimus.

## DE AREA QVADRILATERORVM non reſtangularum.

### Caput III.

**T**RI A ſunt genera quadrilaterarum figurarum, quæ vel nullum angulum reſtū habent, vel certe non omnes reſtos: Rhombus, Rhomboides, & Trapezium. Primæ duæ figuræ nullum habent angulum reſtū: poſterior autem poteſt habere vel vnum reſtū, vel duos, vel etiam nullum: Item duo latera oppoſita parallela, vel non parallela. Rhombi & Rhomboidis, quorum la-

Rhombi &  
Rhomboidis  
area

tera nota ſint, area producitur ex ductu perpendicularis in latus, in quod perpendicularis cadit. Ita ut magnitudo perpendicularis accurate ſit prius exploranda vel per instrumentum partium initio huius operis conſtructi, ut paulo ante cap. 2. Num. 8. monuimus, vel alio modo, ut mox dicam. Verbi gratia, in Rhombo & Rhomboidē A B C D, producitur area ex multiplicatione perpendicularis A E, in latus B C. Nam reſtángulum A F, ſub A E, & A D, comprehenſum æquale eſt parallelogrammo B D, quod hæc duo parallelogramma ſint inter parallelas A D, B C, & ſuper eandem baſem A D. Itaque fruſtra alij præcipiunt, ut diameter ducatur A C, & beneficio perpendicularis A E, area triánguli A B C, inquiritur, quod hæc duplicata areâ exhibeat totius parallelogrammi: b quippe cum triángulum A B C, ſemiſſis ſit parallelogrammi. Fruſtra, inquam, hoc præcipiunt, cum expeditius area inueniatur ſi perpendicularis in totum latus B C, ducatur, quàm ſi in ſemiſſem multiplicetur, ac productus deinde numerus dupletur.



a 35. primi.

b 34. primi.

SI per quadrantem cap. 2. lib. 1. conſtructum inueſtigetur quantitas anguli B, reperietur perpendicularis A E, per ſinūs, hac ratione. Fiat ut ſinūs totus anguli reſti E, ad latus oppoſitum A B, ita ſinūs anguli B, ad aliud. c Productus enim numerus erit perpendicularis A E, cognita in partibus lateris dati A B.

Perpendicularis inueni-  
tio.  
c 2. triáng.  
reſtil.

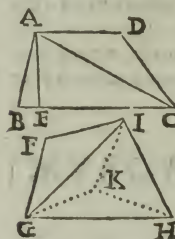
TRAPEZII, in quo duo latera oppoſita ſint parallela A B, B C, & omnia

A 2 2 late-



Area trape-  
zij habetis  
duo latera  
parallela.

a. 1. *secundum*



Area trape-  
zij nulla ha-  
bentis late-  
ra parallela

b. 12. trian-  
rectil. Nu. 2

Area figurę  
quadrilate-  
rę irregulari-  
s.

latera nota, area producitur ex perpendiculari AE, inter duo latera parallela multiplicata in semissem summę ex lateribus parallelis constat. Nam ducta diametro AC, area trianguli ABC, producitur ex perpendiculari AE, in semissem basis BC, vt cap. 2. Num. 2. dictum est: Item area trianguli ACD, ex eadē perpendiculari AE, in semissem basis AD: Ac proinde hæ duę areę simul areā totius Trapezij ABCD, cōficient. Cū igitur idē fiat ex AE, in summam ex semisse rectę BC, & ex semisse rectę AD, constat, id est, in semissem rectarum BC, AD, simul: quod ex AE, in semissem lateris BC, & ex AE, in semissem lateris AD; liquido constat, aream Trapezij gigni ex perpendiculari AE, in semissem summę laterum AD, BC. Atque hæc ratio locum etiam habet in Trapezio habente vnum angulum rectum, vel duos rectos.

PERPENDICULARIS vero AE, inuenietur, vt in Rhombo, & Rhomboide diximus, duobus modis, si per quadrantem angulus B, inuestigetur, &c.

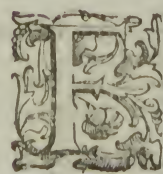
IN Trapezio autem FGHI, in quo nulla sunt latera parallela, omnia tamen latera sunt nota, mensuranda primum est diameter IG, per instrumentum partium. Deinde vtriusque trianguli FGI, GHI, area inuenienda, vt cap. 2. Num. 1. & 2. tradidimus. Ambę enim areę simul cōficient aream totius Trapezij.

QVOD si malueris angulum F, vel H, per quadrantem inuenire, cognoscemus diametri GI, magnitudinem, per doctrinam sinuum, ac Tangentium, vt lib. 1. cap. 3. docuimus, ex duobus lateribus FG, FI, & angulo F, ab ipsis comprehenso, vel ex duobus lateribus HG, HI, & angulo H, quem continent.

3. NON aliter aream cōsequemur cuiuscunque quadrilateri irregularis, etiam si non habeat omnes angulos introsum, sicut Trapezium. Vt si in Trapezio FGHI, ducantur ex G, & I, duę rectę GK, IK, constituetur quadrilaterum GHIK, irregulare, cum solum habeat tres angulos GHI, HI, K, HGK. Nam ad K, non sit angulus GKI, introsum versus H, cum illud spatium sit duobus rectis maius, sed versus F, extrorsum. Huius ergo figurę quadrilaterę irregularis aream colligemus, ducta diametro KH, ex duabus areis triangulorum IKH, GKH, vt de Trapezio FGHI, dictum est.

## DE AREA MVLTILATERARVM figurarum irregularium. Caput. IIII.

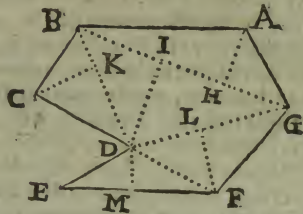
Area multi-  
laterę figu-  
rę.



IGVRA S multilateras irregulares, quę videlicet plura latera habent inæqualia, quam quatuor, etiam si valde irregulares sint, metiemur, vt trapezia irregularia, resoluendo nimirum illas in triangula, & singulorum triangulorum areas inuestigando. Nam omnes hæ areę in vnam summam collectę æquales sunt areę totius figurę propositę. Vt si figura septem laterum.



laterum ABCDEFG, resoluatur in quinque triangula ABG, GBD, DBC, DEF, FDG, ita ut eorū latera se mutuo nō interfecēt, inquirendæ sunt areæ.



Quādo figura in triangula resolui potest, quo modo eius areæ colligatur.

Angulorum hoc modo. Quando omnia latera triangulorum nota effici possunt per aliquam mensuram, siue figura agrum aliquem repræsentet, siue in charta solum sit descripta, demittantur ex angulis ad latera opposita perpendiculares AH, DI, CK, DM, FL, singulæ in singulis triangulis. Deinde in triângulo ABG, a inquirentur ex tribus lateribus notis segmenta BH, HG; & ex his perpendicularis AH, ut cap. 2. huius lib. Num. 2. declarauimus Nam AH, in semissem basis BG, ducta producet aream trianguli ABG. Eademque ratione aliorum triangulorum areæ peruestigētur: atque omnes areæ in vnam redigantur summam, ut area totius figuræ habeatur. Quod si malueris, poteris omnium triangulorum areas indagare ex tribus lateribus cognitis, per ea, quæ cap. 2. Num. 1. scripsimus, etiamsi neque perpendiculares ductæ sint, neque segmenta BH, GH, inuenta.

2. QVANDO latera triangulorum interiora mensurari nequeunt, immo neque duci, ut non raro accidit in campis, aut agris, qui vel propter arbores, vel paludes interiectas, rectis itineribus pertransiri non possunt; alia ratione scopum attingemus, hac videlicet. Cognitis lateribus figuram ambientibus per aliquam mensuram, inuestigentur quoque anguli ab ipsis comprehensi beneficio quadrantis alicuius in gradus diuisi. In proposta figura angulus CDE, indagandus non est, quod sit extra figuram. Resoluta deinde figura mente, aut cogitatione in triangula, ac si latera interiora ducta essent, ut prius: b explorentur in triangulo ABG, duo anguli B, G, ex duobus lateribus AB, AG, anguloque ab ipsis comprehenso; atque insuper latus BG. Hinc n. in triangulo rectângulo ABH, vel AGH, c demissa perpendicularis ex A, cognoscetur ex base AB, & angulo B, vel ex base AG, & angulo G: ac proinde area triânguli reperietur, ut antea, ex ijs, quæ c. 2. huius lib. Nu. 1. & 2. tradita sunt. Nō aliter area trianguli BCD, nota fiet ex duobus lateribus CB, CD, notis angulum C, notū ambientibus, d si nimirū inuestigentur prius anguli B, D, vna cum latere BD, e & ex his demissa perpendicularis CK. Post hæc in triangulo BDG, si anguli A B G, CBD, iam cogniti detrahantur ex toto angulo ABC, noto, remanebit angulus DBG, notus. Cum ergo latera BD, BG, ipsum includentia facta sint etiam nota; f cognoscetur eodem modo & anguli D, G, & latus DG; g atque insuper perpendicularis ex B, in DG, demissa, & c. Similiter in triangulo GDF, si ex angulo noto AGF, tollantur anguli AGB, BGD, iam noti effecti, relinquetur angulus DGF, notus. Cum igitur & latus GD, notum factum sit; h cognoscemus & duos angulos.

a 9. triang. rectil.

Quādo figura in triangula resolui nō potest quo modo eius areæ deprehendatur  
b 12. triang. rectil.  
c 2. triang. rectil.  
d 12. triang. rectil. Nu. 2.  
e 2. triang. rectil.  
f 12. triang. rectil. Nu. 2.  
g 2. triang. rectil.  
h 12. triang. rectil.



*a* 2. triang.  
rectil.

*b* 16 trian.  
rectil.

*c* 2. triang.  
rectil.

Quomodo  
figura agro  
proposito si  
milis descri-  
bi possit.

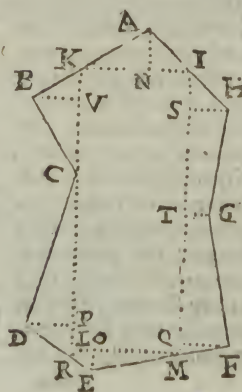
gulos GDF, GFD, & insuper latus DE, a vna cū perpendiculari ex G, in DF. demissa, &c. In triangulo denique DEF, cum omnia latera sint nota; b efficiuntur quoque noti omnes tres anguli: ac proinde demissa perpendicularis DM, ex D, demissa, vel ex quocunque alio angulo b, nota fiet, &c. Ex his facile intelliges, quomodo in alijs figuris irregularibus te gerere debeas.

POTES etiam, si vis, describere in charta aliqua figuram agro similem: si nimirum sumas rectam AB, tot particularum æqualium, quot mensuræ in latere agri respondente includuntur, angulumque constituas ABC, æqualem ei, quem in ambitu agri inuenisti. Deinde in BC, tot particulas accipias, quot in latere agri respondente continentur, iterumque angulum BCD, æqualem illi constituas, quem in figura deprehendisti. Denique si idem facias de angulo CDE, & reliquis, necnon de rectis CD, DE, & alijs, descripta erit figura similis agro: quæ si resoluetur in triangula, quorum latera intra figuram per instrumentum partium mensurentur, reperietur eius area, sicuti prius, quando ager resolui poterat in triangula.

QUANDO campi planities non est impedita, magis exquisitè figura ei similis describetur per ea, quæ lib. 3. Problem. 42. Num. 3. scripsimus: si videlicet intra campum eligatur punctum quodpiam, ex quo ad omnes angulos rectæ ducantur, notatis angulis, quos efficiunt. Nam si illæ rectæ mensurentur, angulique ad aliquod punctum in charta transferantur, & in rectis angulorum capiantur tot particule æquales, quot mensuræ in rectis angulorum circa punctum in campo electum consistentium deprehensæ sunt, continebunt rectæ extrema puncta connectentes figuram similem campo, ut in loco citato demonstrauimus. Quod si duo puncta eligantur in campo, è quibus rectæ ad angulos ducantur, notatis punctis, vbi binæ rectæ, conueniunt, describetur etiam figura campo similis, quamuis rectæ illæ non mensurentur: quemadmodum ibidem Num. 1. declarauimus.

MANIFESTVM autem est, eodem pacto mensurari posse campum, in quo lacus, vel silua comprehendatur, licet in triangula resolui non possit, dummodo eius latera exteriora cum angulis cognosci possint. Quod si in circuitu agri fuerit aliqua portio curua, & non recta, secanda ea erit in tot partes, donec à rectis lineis parum differant, eæque pro lateribus rectis assumendæ.

Ratio com-  
munis men-  
suræ in  
area cuius-  
uis figuræ  
inuestiganda



3 AGRIMENSORE3 ne cogantur totum campum sæpius perambulare, ut perpendiculares in triangulis ducant, angulosque metiantur, hanc inueniunt rationem. In agro, seu figura constituunt, quam possunt, maximum rectangulum, atque ad eius latera ex angulis figuræ perpendiculares concipiunt demitti, quod faciunt, applicando vnum latus normæ ad latus rectanguli, & aliud ad angulum figuræ oppositum dirigendo. Ita namque tota figura resoluta erit in rectangulum illud constitutum, & in trapezia duorum laterum parallelorum, atque in triangula rectangula. Deinde vel ipsimet metiuntur latera rectanguli, & perpendiculares, vel ut ab alijs mensurentur, præcipiunt, quod quidem per catenulam ferream exequuntur. Postremo triangula



quidem rectangula metiuntur, vt cap. 2. Num. 3. tradidimus, trapezia vero duorum laterum parallelorum, vt cap. 3. Num. 2. duocimus. Rectangulum denique per ea, quæ cap. 1. scripsimus, mensurant. Horum enim area in vnam summam collectæ conficiunt aream totius agri, seu figuræ. In proposito octangulo ABCDEFGH, continetur rectangulum IKLM, trapezia HSI G, GTQF, OLRE; & triangula rectangula ANK, ANI, ISH, FQM, MOE DPR, CDP, BCV, BKV.

ALII non constituunt rectangulum intra campum, vel figuram, sed lineam, quam possunt, longissimam ducunt, nimirum à puncto A, ad latus EF, quam fundamentalem appellant. Ad hanc ex angulis demittunt perpendiculares: atque ita totam rursus figuram in trapezia duorum laterum parallelorum, & in triangula rectangula dispartiunt, &c. Sed prior ratio commodior videtur: quippe in qua perpendiculares ex angulis deductæ breuiores sint, ac propterea facilius mensurentur, ac certius.

QUANDO intra agrum dictæ operationes fieri nequeunt, solent etiam menores circa agrum includentē silvas, lacus, & ædificia, vel alia impedimenta, formare rectangulum. Nam si ad eius latera ducantur perpendiculares ab angulis exterioribus agri, constituuntur iterum trapezia rectangula duorum laterum parallelorum, vel parallelogramma, & triangula rectangula extra agrum: quorum area si ex area totius rectanguli subducatur, reliqua fiet area propositi agri.

4 SED neque aspernanda mihi videtur ea ratio, quam olim meis auditoribus explicare solebam. Vt nimirum toti figuræ (reducto prius agro ad similem figuram, vt paulo ante Num. 2. præcepi) constituatur quadratum æquale, vel certe latus eius quadrati inueniatur. Nam si vnum huius quadrati latus mensuretur, atque in seipsum ducatur, prodibit area figuræ propositæ. Mensurandum porro est latus in particulis laterum figuræ, quæ mensuris laterum agri respondent, quod facile fiet per instrumentum partiū.

QVO pacto autem cuilibet figuræ quadratum æquale sine magno labore construi possit, docui in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. quod hoc loco, paucis in melius mutatis, repetendum censeo. Sit ergo heptagonum irregulare ABCDEFG, quo resolutio in 5. triangula ABG, BCG, CDG, DEG, EFG, ducatur ad BG, basē communē duorū triangulorū ab angulis oppositis A, C, perpendiculares AL, CH, quarū posterior in GB, protracta cadit in nostra figura. Deinde in recta quacūq. OP, sumantur OQ, QR, ipsi AL, CH, æquales. Itē RP, ipsi BI, semissi basis BG, æqualis; ac circa OP, ex medio puncto S, semicirculus describatur OPT: ac deniq. ex R, termino rectæ OR, quæ duabus perpendicularibus AL, CH, æqualis est, ad OP, perpendicularis exeat RT, semicirculum secans in T. Dico quadratum rectæ RT, duobus triangulis simul ABG, BCG, esse æquale. Quia enim rectangulum sub BI, semisse basis, & perpendiculari AL, æquale est triangulo ABG, ex propof. 1. lib. 7. huius; & rectangulum sub eadem BI, & perpendiculari GH, æquale est triangulo BCG: Quod autem sub BI, & aggregato ex AL, CH, hoc est, sub RP, OR, (quod RP, ipsi BI, sumpta sit æqualis, & OR, ipsi AL, CH, simul) æquale est eis, quæ sub BI, & AL, CH, comprehenduntur, rectangulis; erit rectangulum sub OR, RP, duobus triangulis ABG, BCG, æquale. Cum ergo quadratum ex RT, rectangulo sub OR, RP, sit æquale, (quod ex scholio propof. 13. lib. 6. Euclid. RT, media proportionalis sit inter OR, RP,

Pulchra ratio areæ inueniendæ cuiuscunq. figuræ.

Quadratum datæ figuræ æquale quatione construat.

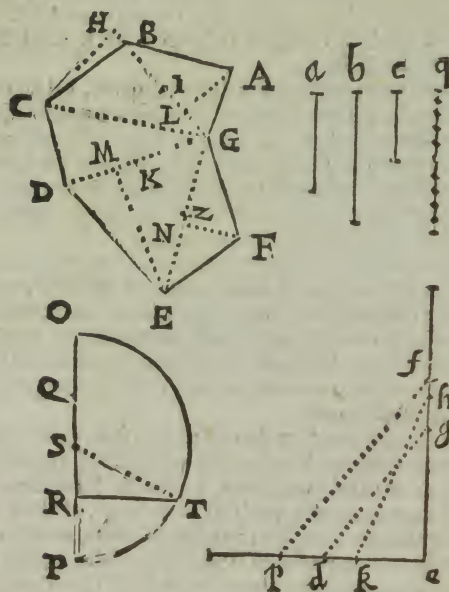
a 1. secunda

b 17. sexta.

RP,



RP,) erit quoque quadratum ex RT, duobus triangulis ABG, BCG, æqua.



a 5. secundi

b 47. primi.

c 47. primi.

le. quod est propositum. Immo quadratum ex RT, rectangulo sub OR, RP, æquale esse, demonstrabitur hoc etiam modo sine ope lib. 6. Euclid. a Rectangulum sub OR, RP, vna cum quadrato ex SR, æquale est quadrato ex SP, hoc est, (ducta ST,) quadrato ex ST, b hoc est, quadratis ex SR, RT. Ablato ergo communi quadrato rectæ SR, reliquum rectangulum sub OR, RP, reliquo quadrato ex RT, erit æquale.

EODEM modo reperiemus quadratum duobus triangulis CDG, DEG, æquale, si ad basem communem DG, ducantur perpendiculares CD, EM, quarum prior in nostra figura cum latere CD, coincidit, &c. Atque ita deinceps, si plura fuerint triangula, reperiemus semper binis triangulis singula quadrata æqualia, Sed quia in nostra figura superest vnum tantum triangulum EFG, inueniemus ei quadratum æquale, si, ducta perpendiculari FN, circa rectam ex FN, & semisse basis EZ, constatam semicirculus describatur, &c. Sint ergo a, b, c, latera quadratorum trapeziji ABCG, CDEG, & triangulo EFG, æqualium. quibus omnibus quadratis vnum æquale exhibebimus hac arte. Fiat angulus rectus d e f, & lateribus a, b, æquales sumantur rectæ e d, e g, c eritque quadratum ductæ rectæ d g, quadratis rectarum ed, eg,

e d, e g, hoc est, laterum a, b, æquale. Capiatur rursus e k, lateri c, & recta e h, rectæ d g, æqualis; æ eritque rursus quadratum ex kh. æquale quadratis ex k e, e h, id est ex c, e h, nimirum tribus ex a, b, c. Si igitur latus ex k h, mensureretur, & in se ducatur, gignetur area figuræ propostæ A B C D E F G.

EODEM artificio, si plura sint latera, inueniemus quadratum omnibus quadratis æquale. Vt si foret alterum latus q, acciperemus ei æqualem rectam e p. Item rectam e f, rectæ kh, æqualem. Nam quadratum ex p f, quadratis ex e p, hoc est, ex q, & ex e f, id est, ex a, b, c, erit æquale, & sic de pluribus.

EX his colligitur facilis ratio metiendi trapezij irregularis, cuiusmodi est in proxima figura trapezium A B C G. Nam ducta diametro B G, si ad eam duæ perpendiculares demissæ AL, CH, mensurentur, earumque aggregatum in medietatem diametri B G, multiplicetur, procreabitur area trapezij, vt demonstratum est.

Facilis ratio  
mensurandi  
trapezij ir-  
regularis.

IN octauo porrò lib. propof. 6. docebimus quoque, qua ratione datæ figuræ rectilineæ rectangulum æquale constituatur: quod si fiat hoc loco, efficietur illi rectangulo quadratum æquale, per vltimam propof. lib. 2. Euclidis, sine vllò negotio, aut molestia.

## DE AREA MVLTILATERARVM figurarum regularium.

### Caput V.



VAMQVAM regulares figuræ, quæ scilicet sunt & æquilateræ & æquiangulæ, mensurari possint, vt irregulares præcedentis capitis, resoluendo eas in triangula, & c. solet tamen dari propria ac peculiaris regula, qua cuiusque figuræ regularis area inuenitur: quæ ita se habet.

SEMISSIS ambitus figura multiplicetur in perpendicularem è centro figura ad vnum latus cadentem. Numerus enim productus area erit figura.

Area figuræ  
regularis.

NAM vt lib. 7. de Isoperimetris propof. 2. demonstrabimus, area cuiuslibet figuræ regularis æqualis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ducta, & sub dimidiato ambitu eiudem figuræ.

2 PERPENDICVLARIS porro è centro figuræ in vnum latus cadens, vna cum semidiametro circuli figuram ambientis sic reperietur. Numerus laterum, siue angulorum duplicetur, & à duplo auferantur 4. Nam reliquus numerus indicabit, quot rectis angulis omnes anguli figuræ æquiualeant, per ea, quæ in scholio propof. 32. lib. 1. Euclid demonstrata sunt. Hic idem numerus reliquus, videlicet, numerus angulorum rectorum, per numerum angulorum diuidatur, vt Quotiens vnus anguli figuræ magnitudinem exhibeat, qui in hexagono continet rectum cum parte tertia, hoc est, grad. 120. Et quoniam semidiameter secat angulum figuræ bifariam, vt constat ex demonstratione propof. 12. lib. 4. Euclid.

Perpendicu-  
laris & se-  
midiamete-  
r er figuræ  
regularis  
tquo pacto  
inueniatur.

B b

clid.



clid. fit vt si semissis lateris, in quod perpendicularis cadit, ponatur sinus totus, perpendicularis sit Tangens semissis anguli figuræ, & semidiameter, Secans. Si fiat ergo.

Vt 100000. sinus. ad semissem lateris: ita Tangens semissis anguli, vel secans, ad aliud.

prohibet tam perpendicularis, quam semidiameter in partibus lateris figuræ. Verbi gratia, in Hexagono regulari, cuius vnum latus sit 12. si fiat, vt 100000. sinus totus ad 6. semissem lateris: ita 173205. tangens semissis anguli Hexagoni ad aliud, reperietur perpendicularis  $10\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{2}{5}\frac{3}{5}$ . vel  $10\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{2}{5}\frac{3}{5}$ . Item si fiat, vt 100000. sinus totus ad 6. semissem lateris: ita 200000. Secans semissis anguli Hexagoni ad aliud, exibat semidiameter figuræ 12.

ITAQUE si perpendicularis  $10\frac{3}{4}\frac{2}{5}\frac{2}{5}\frac{3}{5}$ . ducatur in 36. semissem ambitus Hexagoni ex tribus lateribus conflata, producet area Hexagoni  $374\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{2}{5}\frac{3}{5}$ . vel  $374\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{2}{5}\frac{3}{5}$ . Eodemque modo procedendum est in alijs figuris regularibus, in quibus angulorum semisses in tabula Tangentium, ac secantium accipi possunt.

Quare ex latere figuræ regularis dato non semper possit inueniri area, nisi figura ipsa descripta sit.

3 QVONIAM vero circa quamlibet figuram regularem circulus describi potest, vt ex lib. 4. Eucl. constat, proponemus hic plurimarum figurarum regularium latera in partibus diametri circuli ambientis 2000000. vel semidiametri, siue sinus totius 1000000. ex probatis auctoribus, vt earum, aræ magis exquisitè inueniri possint per regulam Num. 1. propositam. Nam si ex solo vno latere in aliqua mensura cognito aream inuestigare velimus quemadmodum in Hexagono factum est, occurrerent multe difficultates ac magnæ, propterea quod semidiametri, perpendicularesque ex sinibus, Tangentibus, ac secantibus erui non possunt, nisi quando semissis anguli figuræ comprehendit præcisè gradus, vel gradus cum minutis, vel gradus cum minutis & secundis: (quamuis si secunda ad sint, necesse sit partem proportionalem adhibere) sicut in Hexagono paulo ante factum est, cuius anguli semissis continet grad. 60. quod in quamplurimis figuris non contingit. Nam, verbi gratia, in Heptagono omnes 7. anguli ex scholio propof. 32. lib. 1. Euclid æquivalent 10. rectis, ideoque vnus angulus complectitur vnum rectum cum  $\frac{2}{7}$ . hoc est, gradus 128. Min. 34. Sec. 17. Ter. 8. Quar. 34. &c. atque eius semissis grad. 64. min. 17. Secun. 8. Ter. 34. Quar. 17. &c. ex qua semisse neque Tangens pro perpendiculari, neque secans pro semidiametro per tabulas Tangentium, atque secantium excerpti potest. Idemque in alijs figuris innumeris accidere comperies. Quod si scientia inuenta esset construendi omnes figuras regulares, superari aliquo modo posset hæc difficultas: propterea quod cognito latere vno in quantiscunque partibus, cognosci quoque posset tam perpendicularis, quam semidiameter in iisdem partibus, beneficio instrumenti partium, vt lib. 1. cap. 1. ad finem Num. 1. tradidimus. Sed quia paucissimas figuras æquilateras describere nouimus intra circulum, areas plurimarum ignorari necesse est. Hanc ob causam nonnulli Geometræ, inter quos strenuam operantur nauauit Ludouicus à Collen, ingenti labore latera figurarum, siue descriptæ ex sint, siue non, explorarunt: quamuis earum anguli præter gradus, ac minuta comprehendunt insuper Secunda, Tertia, Quarta, &c. vt earum areas consequi possimus. Nam

TABVLA CONTINENS LATERA  
figurarum regularium a triangulo vsque ad fi-  
guram 80. laterū, posita diametro 20000000.  
vel sinu toto 10000000.

Num. lat. vel angulor.	Latera figurarū regularium, po- sita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000.	Num. lat. vel angulor.	Latera figurarū regularium, po- sita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000.	Num. lat. vel angulor.	Latera figurarū regularium, po- sita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000.
3	17320508	29	2162380	55	1141776
4	14142135	30	2090569	56	1121408
5	11755705	31	2023366	57	1101755
6	10000000	32	1960341	58	1082778
7	8677674	33	1901120	59	1064443
8	7653668	34	1845367	60	1046719
9	6840402	35	1792786	61	1029575
10	6180339	36	1743114	62	1012983
11	5634651	37	1696118	63	996917
12	5176380	38	1651586	64	981353
13	4786313	39	1609331	65	966275
14	4450418	40	1569181	66	951638
15	4158233	41	1530985	67	937445
16	3901806	42	1494601	68	923669
17	3674990	43	1459906	69	910291
18	3472963	44	1426783	70	897296
19	3291811	45	1395129	71	884666
20	3128689	46	1364848	72	872387
21	2980845	47	1335852	73	860444
22	2846296	48	1308062	74	848824
23	2723332	49	1281404	75	837513
24	2610523	50	1255810	76	826499
25	2506664	51	1231218	77	815771
26	2410733	52	1207569	78	805318
27	2321858	53	1184812	79	795130
28	2239289	54	1162856	80	785195



Nam ex latere cuiuscunque figuræ regularis cognito in partibus diametri circuli circūscripti, vel sinus totius, veniemus per ea, quæ cap. 2. Num. 2. scripsimus, in cognitionem linearæ perpendicularis ex centro in vnum latus deductæ, ac proinde totam aream nanciscemur, vt paulo ante Num. 1. docuimus. Lateralia igitur in quàm plurimis figuris in tabula præcedenti exposita habes, quæ omnia veris lateribus sunt paulo minora; & si adiceris vnitatem, fient paulo maiora veris; ita vt verum latus trianguli æquilateri inter hos duos numeros 17320508. 17320509. consistat.

Ex cognita  
semidiametro  
circuli  
inuenire la-  
tus figuræ  
regularis in  
eo circulo  
descriptæ.

4 IAM vero cognita semidiametro alicuius circuli in partibus cuiuscunque mensuræ, reperiemus in ipsdem partibus latus figuræ regularis, cuius laterum numerus maior non est, quam 80 beneficio præcedentis tabulæ: si nimirum fiat, vt sinus totus 10000000. ad latus figuræ propositæ in præcedenti tabula, ita semidiameter circuli propositi data ad aliud. Sit verbi gratia, semidiameter alicuius circuli 12. & inueniendum sit latus decagoni respectu dictæ semidiametri: Fiat vt 10000000. sinus totus ad 6180339. latus Decagoni; ita 12. semidiameter data ad aliud; exhibiturque latus quæsitum  $8\frac{1}{2}\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{1}{10000}\frac{1}{100000}\frac{1}{1000000}$ . vel in minoribus numeris  $8\frac{1}{2}\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{1}{10000}$ .

Fractionē  
magnā ad  
minorē fe-  
re æquiva-  
lentem re-  
ducere.

Inter duas  
fractiones  
inuenire  
mediam

ET si molestum videatur operari cum fractione tam magna, reduces eam ad minorem quasi æquivalentem hoc modo. Elige pro Numeratore quemvis numerum, vt 10. Et fiat vt Numerator 164068. ad suum Denominatorem 1000000. ita Numerator electus 10. ad aliud, reperiesque Denominatorem 609  $\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{1}{10000}\frac{1}{100000}$ . Ita vt relicta hac fractione, Denominator 609. sit minor quam verus; & 610 maior, hoc est, fractio  $\frac{1}{610}\frac{1}{1000000}$  sit maior fractione  $\frac{1}{609}\frac{1}{1000000}$ . fractio autem  $\frac{1}{610}\frac{1}{1000000}$  minor. Inter has autem duas fractiones  $\frac{1}{610}\frac{1}{1000000}$  &  $\frac{1}{609}\frac{1}{1000000}$  produces mediam  $\frac{1}{609.5}\frac{1}{1000000}$  cuius Numerator ex Numeratoribus, & Denominator ex Denominatoribus conflatus est. Eritque hæc fractio inuenta fere maiori illi æqualis.

FRACTIONEM porro, cuius Numerator ex ductus Numeratoribus, & Denominator ex Denominatoribus duarum minutarum componitur, esse maiorem minore, & minorem maiore, demonstrabimus lib. 8. propo. 10.

Ex cognito  
latere figu-  
ræ regu-  
laris, inue-  
nire semi-  
diametrum  
circuli cir-  
cūscripti.

VICISSIM ex dato latere cuiuslibet figuræ regularis cognoscemus semidiametrum circuli circūscriptis; si fiat, vt latus propositæ figuræ in tabula antecedente ad 10000000. ita latus datum ad aliud. Vt si latus Pentagoni detur 12. & fiat, vt 11755705. ad 10000000. ita 12. ad aliud, reperietur semidiameter circuli circūscripti  $10\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{1}{10000}\frac{1}{100000}$ . Et si fiat, vt Numerator huius fractionis ad suum Denominatorem; ita Numerator electus quicunque, nimirum 1. ad aliud, inuenietur Denominator sequens  $4\frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{16}\frac{1}{32}\frac{1}{64}\frac{1}{128}\frac{1}{256}\frac{1}{512}\frac{1}{1024}\frac{1}{2048}\frac{1}{4096}\frac{1}{8192}\frac{1}{16384}\frac{1}{32768}\frac{1}{65536}\frac{1}{131072}\frac{1}{262144}\frac{1}{524288}\frac{1}{1048576}\frac{1}{2097152}\frac{1}{4194304}\frac{1}{8388608}$ . ita vt fractio  $\frac{1}{4}$  sit maior, quam  $\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{1}{10000}\frac{1}{100000}$ . at  $\frac{1}{2}$  minor. Ex ad litione numeratorum. 1. 1. inter se, & Denominatorum 4. 5. inter se, efficies fractionem  $\frac{2}{9}$ . mediam: quæ adhuc maior est, quam  $\frac{1}{10}\frac{1}{100}\frac{1}{1000}\frac{1}{10000}\frac{1}{100000}$ . Media autem inter  $\frac{1}{10}$  &  $\frac{2}{9}$  est  $\frac{1}{9}$ , quæ parum ab illa differt; ita vt semidiameter qua sita dici possit esse  $10\frac{1}{9}$ . Atque in hunc modum per minores numeros operationes fieri possunt, quamvis non omnino exquisitæ, quod fractiones assumptæ non sint omnino veræ; sed hic error in dimensionibus camporum tolerabilis est.

5 ANTEQVAM rectilinearum figurarum dimensionem concludam, lubet regulam attexere, qua ex cognita area cuiuscunque figuræ latus habentis notum venire possimus in cognitionem alterius figuræ similis illi, si-  
mili.

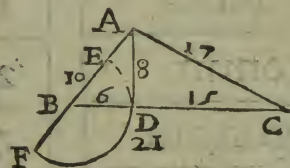


militerq. positæ latus homologum etiam notum habentis quæ sic se habet.

*Quadratus numerus denominatoris proportionis, quam latus figura ignota ad latus figura cognita habet, (qui denominator habebitur, si latus figura ignota per latus figura cognita diuidatur) si ducatur in areâ cognitâ, producet area alterius figura quæsitâ. Debent autem figura esse similes, similiterque posita, & earum latera homologa sumi ut dictum est.*

Nam denominator proportionis lateris figuræ quæsitæ ad latus figuræ datæ in se multiplicatus gignit denominatorem proportionis duplicatæ eorum laterum, ut ad defin. 10. lib. 5. Euclid. scriptum est. Cum ergo figuræ similes similiterque posita habeant etiam proportionem duplicatam laterum homologorum; sit ut denominator proportionis duplicatæ laterum prædictorum multiplicans aream cognitam producat aream quæsitam, hoc est, numerum, qui ad aream cognitam proportionem habeat duplicatam proportionis datorum laterum, denominatam scilicet à denominatore, qui ex denominatore proportionis eorum laterum in se multiplicato producit. Verbi gratia, Trianguli  $ABC$ , cuius latus  $AB$ , 10.  $AC$ , 17. &  $BC$ , 21. area est 84. Si ergo sit aliud triangulum huic simile habens latus ipsi  $AB$ , homologum 70. qui vero  $AC$ , homologum 119. & ipsi

Quæ ratio-  
ne ex area  
cuiuslibet  
figuræ erua-  
tur area al-  
terius figu-  
ræ similis.  
218. vel 20  
sexu.



$BC$ , homologum 147. diuidaturque latus 70. per 10. ut denominator 7. proportionis lateris 70. ad latus 10. procreetur, & quadratus numerus huius denominatoris, nimirum 49. ducatur in 84. aream trianguli  $ABC$ , producet aream 4116. posterioris trianguli. Rursus quia area trianguli æquilateri, cuius singula latera sint, 1. area est  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ . ferè, ut supra patuit, si detur aliud triangulum æquilaterum, cuius singula latera sint 70. inueniemus eius aream hoc modo. Denominator proportionis laterum est ipsummet latus 70. quod 70. diuisa per 1. faciant 70. Ducemus ergo 4900. quadratum lateris 70. in  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$  aream cognitam. Productus enim numerus 2123  $\frac{1}{2}$ . erit area posterioris trianguli.

6 HAEC regula ita quoque proponi poterit. Fiat ut quadratus numerus lateris figura cognita ad quadratum numerum lateris figura quæsitæ, ita area figura cognita ad aliud. Productus enim numerus erit area figura quæsitæ. Propterea quod eadem est proportio quadrati lateris cognitæ figuræ ad quadratum lateris figuræ quæsitæ, quæ figuræ notæ ad figuræ quæsitam:  $b$  quippe cum utraque proportio sit duplicata proportionis laterum homologorum. Et quoniam quadratum lateris 1. est 1. fit, ut quotiescun que latus figuræ aream cognitam habetis fuerit 1. satis sit, quadratum numeri lateris figuræ quæsitæ multiplicare in datam aream, ut quæsitæ area producat: Adeo ut operæ pretium sit areas inuestigare plurimarum figurarum regula-

Regula supradicta aliter propofita.

219. vel 20. sexu.



Falicitas prædictæ regularium, quarum latera sint 1. Ex his enim sine magno labore areæ aliarum figurarum similium elicientur, quarum latera cognita sint. Areas decem figurarum regularium, quarum latera sunt 1. hic subieciimus, ut per eas similium figurarum, quarum latera unitatem superant, investigari possint ex regula Num. 5. vel 6. præscripta; quamvis in quadrato id necessarium non sit, cum est unitas, latus datum in se ductum producat suum quadratum.

Figuræ regulares.		Areæ prædictarum figurarum sunt ferè hæ.	
Quarum latera sunt 1.	Trigonum	$\frac{1875000}{4330127}$	Vel $\frac{13}{30}$
	Tetragonum	I	
	Pentagonum	I	$\frac{8469719}{11775706}$
	Hexagonum	2	$\frac{2990381}{5000000}$
	Heptagonum	3	$\frac{5507221}{8677674}$
	Octogonum	4	$\frac{1585127}{1913417}$
	Enneagonum	6	$\frac{1243755}{6840402}$
	Decagonum	7	$\frac{858089}{1236068}$
	Vndecagonum	9	$\frac{517050}{1408663}$
	Duodecagonum	I I	$\frac{84614}{431365}$

Quæ rōne beneficio laterum superioris tabulæ areæ figurarum regularium inveniantur.

POSSUNT autem hæ fractiones ad minores ferè æquivalentes, si placet, reuocari, ut supra Num. 4. docuimus.

7 AREÆ porro hæ procreatæ sunt per regulam Num. 1. præscriptam, inuentis prius perpendicularibus ex centris in latera cadentibus, licet in nonnullis figuris anguli contineantur secunda, ac tertia, præter gradus, & minuta; hoc modo. Pro heptagono, verbi gratia, ex superiori tabula sumpta, est semissis lateris heptagoni 4338837. (quandò numerus lateris est impar, adden.

addenda est 1. ut fiat par, ac proinde semissem habeat, quandoquidem minus est vero latere, ut diximus. Deinde quia, ut in tractatione sinuum dictum est, semis hęc sinus est anguli oppositi in centro, quæ sitis est is angulus ex tabula sinuum (adhibita parte proportionali, quemadmodum ad finem Lemmatis 53. nostri Astralabij docuimus, ut angulus reperiretur in gradibus, minutis, ac secundis.) inuentusque est grad. 25. min. 42. sec. 5 r.

Post hæc, a quia est, ut sinus huius anguli inuenti, nimirum semis ipsa 4338837. lateris ex superiori tabula excerpti, ad  $\frac{1}{2}$ . semissem lateris, id est, ita sinus complementi eiusdem anguli inuenti, hoc est, ita sinus grad. 64. min. 17. sec. 9. (adhibita quoque parte proportionali, propter secunda.) nimirum 9011398. ad perpendiculararem huic complemento inuenti anguli oppositam in triangulo rectangulo. Inuenta est hæc perpendicularis  $\frac{9}{2} \frac{0}{6} \frac{1}{7} \frac{2}{7} \frac{9}{6} \frac{8}{7}$  quæ tandem ducta in  $\frac{2}{2}$ . semissem ambitus heptagoni produxit aream heptagoni  $3 \frac{1}{2} \frac{0}{7} \frac{2}{3} \frac{1}{5} \frac{4}{3} \frac{4}{3} \frac{2}{8}$ . vel in minoribus numeris  $3 \frac{5}{8} \frac{5}{6} \frac{0}{7} \frac{2}{7} \frac{2}{6} \frac{2}{7} \frac{1}{4}$ . Atque hac eadem ratione aream cuiuscunque figuræ regularis latus habentis 1. dummodo numerus laterum maior non sit, quam 80. reperies: Ex qua, deinde aream similis figuræ latus habentis maius, quam 1. per regulam Num. 5. vel 6. traditam elicies.

EODEM tamen artificio hoc Num. 7. exposito aream cuiusvis figuræ regularis, etiam si latus habeat maius, quam 1. (si placet) colligere licebit, quamvis non reperiat prius area figuræ similis, cuius latus sit 1. si nimirum loco  $\frac{1}{2}$ . semissem lateris 1. accipiat semissem lateris dati, quod maius sit quam 1. ut perspicuum est.

8 Cognita area figuræ regularis, cuius numerus laterum maior non sit, quam 12. cognoscetur eius latus hoc modo. Fiat ut area figuræ similis latus habentis 1. ex præcedenti tabula desumpta ad aream figuræ propositæ: Ita 1. quadratum lateris 1. ad aliud. Productus enim numerus erit quadratus lateris quæ sitis. Radix ergo eius quadrata dabit latus quæ sitis. Nam. ita est area ad aream, ut quadratum lateris ad quadratum lateris; b quod utraque proportio sit proportionis laterum duplicata.

QVOD si area cognita sit figuræ regularis plura latera habentis, quam 12. non plura tamen, quam 80. inuenienda primum erit area figuræ similis latus habentis 1. beneficio superioris tabulæ laterum, ut Num. 7. docuimus. Deinde latus exquirendum, ut hoc Num. 8. declaratum est. Et si tabula superior laterum extensa esset ad plura latera, inueniretur eodem modo latus figuræ plurimum laterum, quam 80. ex eius area. Exempli gratia. Sit area alicuius trianguli æquilateri  $15 \frac{2}{3}$ . Et quia area æquilateri trianguli, cuius latus est 1. inuenta est supra  $\frac{1}{2} \frac{2}{6}$ . si fiat ut  $\frac{1}{2} \frac{2}{6}$ . ad aream propositam  $15 \frac{2}{3}$ . ita 1. quadratum lateris 1. ad aliud, reperietur quadratum lateris quæ sitis 36. cuius radix quadrata 6. dabit latus, quod quæritur.

a 4. triang  
rectil.

b 10. vel 12  
sexii.

DE



## De dimensione circuli ex Archimede.

## Caput VI.



**V**T circulum quemlibet propositum, eiusq. partes metiri possimus, necesse est probè nosse, quæ Archimedes de circuli dimensione tradidit. Non abs re ergo erit, si eius libellum de circuli dimensione acutissimum sane, & subtilissimum hic interferam, tum quia brevissimus est, quippe qui tribus dūtaxat propositionibus constet: tum ne studiosus, vt rem tam vtilem, atque apud omnes artifices peruulgatam intelligat, Archimedem ipsum adire cogatur: tum vero maxime, quod cum Archimedis scripta ob affectatam breuitatem, sint paulo obscuriora, illis nos lucem aliquam allaturos speramus. Nec dubitamus etiam, quin res hæc studioso lectori grata, ac iucunda, sit futura.

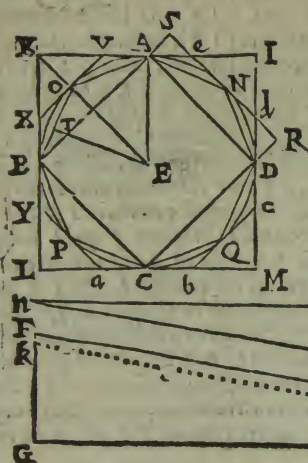
## P R O P O S I T I O I.

**A R E A** cuiuslibet circuli æqualis est triangulo rectangulo, cuius vnum quidem latus circa angulum rectum semidiametro circuli, alterum verò peripheriæ eiusdem circuli æquale est.

**SIT** circulus  $ABCD$ , cuius centrum  $E$ , semidiameter  $EA$ : sitque triangulum rectangulum  $FGH$ , angulum habens rectum  $G$ , latus verò  $FG$ , semidiametro circuli  $EA$ , & latus  $GH$ , peripheriæ eiusdem circuli æquale. Dico circulum  $ABCD$ , triangulo  $FGH$ , æqualem esse. Si enim dicatur non esse æqualis, sit primum, si fieri potest, circulus maior quam triangulum, magnitudine  $z$ : adeo vt circulus æqualis sit triangulo, & magnitudini  $z$ . simul; propterea q. maior, quam  $z$ . Si igitur ex circulo auferatur plus, quam dimidium, & à residuo plus etiam, quam dimidium, & ita deinceps: *a* relinquetur tandem magnitudo minor, quam  $z$ .

*a* 1. decimi.

*Hac autem detractio continua fiet, si primo loco auferatur ex circulo quadratum inscriptum  $ABCD$ . Hoc enim cum dimidium sit quadrati  $IKLM$ , circulo circumscripti, vt in scholio prop. 9. lib. 4. Eucl. ostendimus: circulus autem ipsius quadrati  $IKLM$ , pars sit: erit quadratum inscriptum  $ABCD$ , maius quàm dimidium circuli. Deinde si auferantur à residuis quatuor segmentis quatuor triangula isoscelia  $AOB, BPC, CPD, DNA$ , ductis rectis ad media pūcta arcuū. Hac. n. simul maiora sunt, quàm dimidium quatuor segmentorum simul, cum vnumquodque maius sit, quam dimidium*



midium segmenti, in quo ext-  
sit. Completo enim rectangulo  
AR, a erit eius dimidium trian-  
gulum AND: ac proinde idem  
triangulum maius erit quam di-  
midium segmenti AND. Ea-  
demq. ratio est de alijs. Pari  
ratione, si a residuis octo segmen-  
tis auferantur octo alia trian-  
gula isoscelia in illis consti-  
tuta.

241. primi.

ea, &c. atque ita deinceps.

Ponantur ergo iam octo segmenta AO, OB, BP, PC, CQ, QD, DN, NA,  
reliqta esse minora magnitudine z. & quoniam circulus æqualis cõceditur tri-  
gulo FGH, & magnitudi z, simul: si demantur inæqualia, nimirum ista  
segmenta ex circulo, & magnitudo z, ex aggregato trianguli cum z, reli-  
qua erit figura inscripta, octogona videlicet, maior triangulo FGH, quod  
est absurdum; quippe cum multo minor sit. Si namque ex centro E, ad latus  
BO, ducatur perpendicularis ET, & in triangulo sumatur Gk, ipsi ET, &  
recta Gi, ambitui octogoni æqualis, cadet punctum k, citra F, & i, citra  
H, quod ET, minor sit semidiametro circuli, & ambitus octogoni minor  
peripheria eiusdem circuli. Igitur ducta recta ki, erit triangulum Gki, mi-  
nus triangulo FGH, pars toto. Est autem triangulum kGi, octogono æqua-  
le: quippe cum ex scholio propof. 41. lib. 1. Euclid. æquale sit rectangulo  
sub Gk, & semisse ipsius Gi, comprehenso, quod per propositionem 2. lib.  
7. de Isoperimetris octogono æquale est. Octogonũ ergo minus est triangulo  
FGH. Non ergo maius est: ac proinde circulus triangulo maius esse nequit.

SIT deinde, si fieri potest, circulus ABCD, minor, quam triangulum FGH,  
magnitudine z. Circumscribatur circulo quadratum IKLM, cuius latera  
circulum tangant in punctis A, B, C, D. quod maius erit triangulo FGH.  
Cum enim eius ambitus (vt lib. 8. propof. 1. probabimus) maior sit peri-  
pheria circuli, hoc est, recta GH, & perpendicularis EA, ipsi FG, æqualis, erit  
triangulum rectangulum latus vnum habens æquale ipsi FG, & alterum ma-  
ius latere GH, (æquale nimirum ambitui quadrati IKLM.) maius trian-  
gulo

Cc

gulo







eodem triangulo FGH. quod est absurdum, cum maius sit: quippe cum perpendicularis EO, æqualis sit lateri FG, & ambitus Octogoni maior circumferentia circuli, hoc est, recta GH. Hinc enim fit, triangulum rectangulum, cuius latus FG, æquale perpendiculari EO, & alterum latus æquale ambitui Octogoni, maius videlicet, quam GH, maius esse triangulo FGH. Cū ergo illud triangulum sit, ex scholio propof. 41. lib. 1. Eucl. æquale rectangulo sub FG, & semisse ambitus octogoni comprehenso; hoc autem rectangulum octogono æquale, ex propof. 2. lib. 7 de Isoperimetris: erit quoque octogonum maius triangulo FGH. Non ergo minus esse potest, ac proinde circulus ABCD, minor non est triangulo FGH: Sed neq. maior est, ut demonstramus. Igitur æqualis est, quod erat demonstrandum.

## S C H O L I V M.

IOSEPHVS Scaliger, vel quia vim huius demonstrationis non perpendit, vel quia suæ circuli quadrandi rationi vidit esse contrariam, non est veritus Archimede hoc loco falsitatis arguere: conaturque ostendere, non rectè ab eo demonstratum, circum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius vnum latus semidiametro, & alterum circumferentiæ circuli est æquale. Nam, ait, si demonstratio Archimedis bona est, demonstrabitur eodem modo, circum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius vnum latus circa angulum rectum semidiametro æquale est, & alterum peripheria circuli maius. Sit enim in triangulo  $lmn$ , latus quidem  $lm$ , trianguli semidiametro circuli  $EA$ , æquale, at  $mn$ , peripheria maius. Concedit ergo Scaliger, circum non esse maiorem triangulo FGH, rectè esse ab Archimede demonstratum, hoc est, triangulum FGH, cuius latus GH, peripheriæ est æquale, non esse minus circulo, ac proinde neque triangulum  $lmn$ , cuius latus  $mn$ , maius est peripheria, circulo minus esse. Concedit item, rectè probatum esse, circum non esse minorem triangulo FGH, si latus GH, peripheriæ sit æquale, hoc est, triangulum FGH, non esse maius circulo. Sed negat, ex hoc sequi, triangulum FGH, esse æquale circulo. Cur? quia, inquit, eodem modo, si basis  $mn$ , maior est peripheria, sed minor circumscripti polygoni ambitu, (hoc enim contingere, ait, nihil prohibet) polygonum erit quidem maius triangulo  $lmn$ , quod ambitus Polygoni maior sit recta  $mn$ , & semidiameter  $EA$ , rectè  $lm$ , equalis. Sed resecitis portionibus, sequeretur, idem polygonum esse triangulo  $lmn$ , minus, quod est ineptum. Ita ne verò mi Scaliger? Non aduertis, te cum hypothesi pugnare? Nam posito latere  $mn$ , maiore, quam peripheria; quando eo peruentum erit, polygonum esse minus triangulo  $lmn$ , (si nimirum reliquæ portiones minores fuerint magnitudine  $z$ ), sequitur necessariò, ambitum polygoni minorem esse latere  $mn$ . Cum enim triangulum rectangulum, cuius altitudo semidiametro polygoni, & basis ambitui æqualis est, æquale sit, ex scholio propof. 41. lib. 1. Eucl. rectangulo sub eadē semidiametro, & semisse ambitus Polygoni comprehenso; hoc autem, per propof. 2. lib. 7. huius de Isoperimetris, polygono æquale: erit quoque triangulum illud minus triangulo  $lmn$ . Quare cum hæc triangula habeant æquales altitudines, erit ut illud triangulum ad  $lmn$ , ita basis illius ad basem  $mn$ : ac proinde illa basis, hoc est, ambitus polygoni; base  $mn$ , minor erit. Non ergo po-

Cc 2

nere

a 1. sixth



nere potes basem trianguli  $lmn$ , si maior est, quam peripheria circuli, minorem ambitu polygoni: In demonstratione autem Archimedis constat, ambitum polygoni maiorem esse basem trianguli  $FGH$ , si  $GH$ , æqualis est peripheriæ circuli, cum maior sit, quam peripheria: ac propterea rectè concludit Archimedes, polygonum esse maius triangulo  $FGH$ , cum tamen ex hypothesi aduersarij ostensum sit esse minus. Itaq. potuisset Archimedes ita quoque propositum colligere. Polygonum minus est triangulo  $FGH$ , propter relictas sectiones minores magnitudine  $z$ . Ergo eius ambitus minor est basem  $GH$ , (quemadmodum proxime demonstrauiimus.) hoc est, peripheria circuli. quod est absurdum, cū ambitus polygoni maior sit, quam peripheria. Quod absurdum, doctissime Scaliger, colligere non potes in tuo triangulo  $lmn$ , cum statuas basem  $mn$ , peripheria circuli maiorem. Et sane miror te, Mathematicus cum sis, negare quantitatem aliquam illi esse æqualem, qua neque maior est, neque minor. Si enim æqualis non est, erit inæqualis. Igitur vel maior vel minor, contra hypothesim, cum dicatur neque maior esse, neque minor. An non vides, non solum Archimedem, sed etiam Euclidem lib. 12. hunc argumentandi modum frequentissime vsurpare?

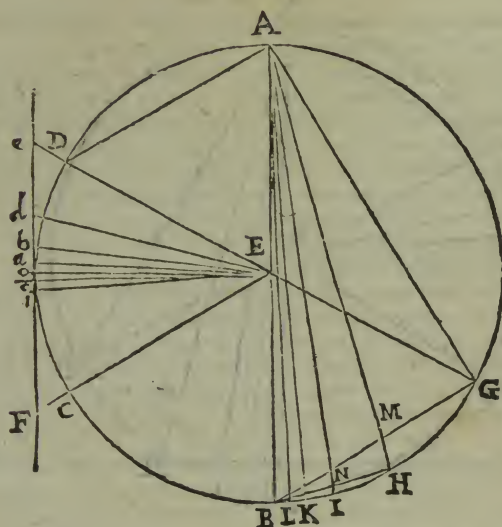
## PROPOSITIO II.

CVIVS LIBET circuli peripheria tripla est diametri, & adhuc superat parte, quæ quidem minor est decem septuagesimis, hoc est, septima parte diametri, maior verò decem septuagesimis primis.

H A E C est Archimedis propositio 3. quam nos secundam facimus, ut doctrinæ ordo seruetur, quandoquidem sequens propositio 3. quam ipse 2. facit, hanc nostram propositionem 2. in demonstrationem adhibet.

Sic igitur circulus  $ABCD$ , cuius centrum  $E$ , diameter  $AB$ , quam ad rectos angulos secet semidiameter  $Ec$ , &  $ecF$ , ad  $Ec$ , perpendicularis ducatur, *a* quæ circumulum tanget in  $c$ . Ducatur latus hexagoni  $AD$ , *b* quod semidiametro æquale erit, & arcus  $AD$ , grad. 60. Ideoque  $Dc$ , grad. 30. Ducta ergo recta  $Edc$ , erit angulus  $ecE$ , tertia pars recti, cum rectus angulus contineat grad. 90. Fiat quoque angulus  $cEF$ , angulo  $cEe$ , æqualiter utique anguli  $cEe$ , inter se æquales, quod uterque complementum sit tertiæ partis anguli recti, ac proinde uterque duas tertias partes vnus rectus comprehendet. *c* Cū ergo omnes tres anguli in triangulo  $cEF$ , contineant  $\frac{2}{3}$  vnus recti, continebit quoque  $ecE$ ,  $\frac{1}{3}$  vnus recti, ipsumque triangulum æquiangulum erit, hoc est, per coroll. propof. 6. lib. 1. Euclid. æquilaterum; proptereaque perpendicularis  $Ec$ , basem  $ef$ , bisariam secabit, ex scholio propof. 26. lib. 1. Euclid. atque ideo  $Ec$ , ipsius  $ec$ , dupla erit. Posita igitur  $ec$ , 153. erit  $Ec$ , 306. Et si quadratum ipsius  $ec$ , 23409. dematur ex 93636. quadrato ipsius  $Ec$ , *d* reliquum fiet quadratum ipsius  $Ec$ , 70227. cuius radix est

est paulo maior, quam 265. *a* ac proinde *E*c, ad *c* e, maiorem habebit proportionem, quam 265. ad 153. *a* 8. quinti



SECTO iam angulo *e* *E* *c*, bifariam per rectam *E* *d*; *b* erit *e* *E*, ad *b* 3. sexti  
*E* *c*, ut *e* *d* ad *d* *c*. Et componendo *e* *E*, *E* *c*, simul ad *E* *c*, ut *e* *c*, ad *d* *c*. Et  
 permutando *e* *E*, *E* *c*, simul ad *e* *c*, ut *E* *c*, ad *c* *d*. Quia verò *e* *E*, *E* *c*, simul  
 maiores sunt, quam 571. (quippe cum *e* *E*, sit 306. & *E* *c*, paulo maior,  
 quam 265.) & *c*, posita est 153. *e* habebunt *e* *E*, *E* *c*, simul ad *e* *c*, maiorem  
 proportionem, quam 571. ad 153. ideoque & proportio *E* *c*, ad *c* *d*, ma-  
 ior erit, quam 571. ad 153. ac proinde si *c* *d*, ponatur 153. *d* erit *E* *c*, paulo  
 maior quam 571. Igitur quadratum ipsius *E* *c*, paulo maius erit, quam  
 326041. atque idcirco, cum quadratum ipsius *c* *d*, sit 23409. erit quadra-  
 tum ipsius *E* *d*, *e* quod quadratis rectarum *E* *c*, *c* *d*, est æquale, paulo ma-  
 ius, quam 349450. eiusque radix maior, quam 591  $\frac{1}{2}$ . quippe cum huius  
 radicis quadratum sit tantum 349428  $\frac{4}{9}$ . *f* Habebit igitur *E* *d*, ad *d* *c*, ma-  
 iorem proportionem, quam 591  $\frac{1}{2}$ . ad 153. *f* 8. quinti.  
 83. sexti. *g* componendo  
 permutando  
 que.  
*h* 8. quinti

SECTO rursus angulo *d* *E* *c*, bifariam per rectam *E* *b*; *g* erit rursus ut  
*d* *E*, *E* *c*, simul ad *d* *c*, ita *E* *c*, ad *c* *b*. Quia verò *d* *E*, *E* *c*, simul maiores  
 sunt, quam 1162  $\frac{1}{2}$ . (quippe cum *E* *d*, maior sit, quam 591  $\frac{1}{2}$ . & *E* *c*, ma-  
 ior, quam 571.) & *d* *c*, posita est 153. *b* habebunt *d* *E*, *E* *c*, ad *d* *c*, maiorem  
 proportionem, quam 1162  $\frac{1}{2}$ . ad 153. ideoque & *E* *c*, ad *c* *b*, proportio-  
 nem habebit maiorem, quam 1162  $\frac{1}{2}$ . ad 153. ac proinde si ponatur *c* *b*,  
 153.





$a$  &  $Bc$ , maior quā  $2334\frac{1}{4}$ . erunt  $aE$ ,  $Ec$ , simul maiores, quam  $4673\frac{1}{2}$ . Cum ergo  $ca$ , posita sit  $153$ .  $a$  habebunt  $aE$ ,  $Ec$ , simul ad  $ca$ , hoc est,  $Ec$ , ad  $co$ , maiorem proportionem, quam  $4673\frac{1}{2}$ . ad  $153$ . ac propterea si ponatur  $co$ ,  $153$ .  $b$  erit  $Ec$ , maior quam  $4673\frac{1}{2}$ .

QVONIAM igitur angulus  $eEc$ , tertia pars est recti, erit eius semissis  $dEc$ , sexta pars recti, & huius semissis  $bEc$ ,  $\frac{1}{12}$  recti, & huius semissis  $aEc$ ,  $\frac{1}{24}$  recti, & deniq. huius semissis  $oEc$ ,  $\frac{1}{48}$  recti. Qualiū ergo partiuū  $48$ . est quadrās  $A$ , taliū  $1$ . erit arcus  $co$ ; & idcirco erit  $co$ ,  $\frac{1}{96}$  totius circumferētiæ. Fiat angulus  $cEi$ , angulo  $cEo$ , æqualis; eritq. totus angulus  $oEi$ ,  $\frac{1}{48}$ . quatuor i. e. totū:  $a$  ideoq. arcus  $oi$ ,  $\frac{1}{96}$  totius circumferētiæ. Per doctrinam ergo propof. 12. lib. 4. Euclid. recta  $oi$ , latus erit polygoni circulo circumscripti, quod lateribus æqualibus  $96$ . continetur. Et quia ostensum est,  $Ec$ , ad  $co$ , maiorem habere proportionem, quā  $4673\frac{1}{2}$ . ad  $153$ .  $e$  habebit quoq. diameter  $AB$ , ipsius  $Ec$ , dupla ad  $oi$ , ipsius  $co$ , dupla maiorē proportionē, quā  $4673\frac{1}{2}$ . ad  $153$ . Si ergo  $oi$ , latus polygoni ponatur  $153$ . feriet diameter  $AB$ , maior, quā  $4673\frac{1}{2}$ . Multiplicetur  $153$ . per  $96$ . ut totus ambitus polygoni producat  $14688$ .  $g$  habebitq. ambitus polygoni ad diametruū  $AB$ ; minorē proportionē, quā  $14688$ . ad  $4673\frac{1}{2}$ .  $h$  Est autē proportio  $14688$ . ad  $4673\frac{1}{2}$ . minor, quam tripla sesquiseptima; quod  $14688$ . ad  $4673\frac{1}{2}$ . (qui numerus paulo minor est quam  $4673\frac{1}{2}$ . habeant proportionem triplam sesquiseptimam. Igitur & ambitus Polygoni ad diametrum  $AB$ , proportionem habet minorem tripla sesquiseptima:  $k$  atque adeo circumferētia, quæ (ut lib. 8. propof. 1. probabimus) minor est ambitu polygoni, multo minorem proportionem tripla sesquiseptima ad diametrum habebit; ideoque circumferētia tripla est diametri, & adhuc superat parte, quæ minor est  $\frac{1}{7}$  diametri. Nam si contineret ter, &  $\frac{1}{7}$ . haberet circumferētia ad diametrum proportionem triplam sesquiseptimam: si vero contineret ter, & plus quam  $\frac{1}{7}$ . haberet maiorem proportionem, quam triplam sesquiseptimam, cum tamen minorem habeat, ut demonstratum est.

IAM vero in eodem circulo sit latus hexagoni  $BG$ , semidiametro æquale, per coroll. propof. 15. lib. 4. Eucl. iunganturque rectæ  $AG$ ,  $EG$ . Et quia triangulum  $EBG$ , est æquilaterum constans ex tribus semidiametris; erit angulus  $BEG$ ,  $\frac{2}{3}$  unius recti,  $m$  ac proinde eius semissis  $BAG$ , erit  $\frac{1}{3}$  unius recti. Et quia diameter  $AB$ , dupla est semidiametri  $BG$ , si  $BG$ , ponatur  $780$ . erit  $AB$ ,  $1560$ .  $n$  Cum ergo quadratum ipsius  $AB$ , æquale sit quadratis rectarum  $BG$ ,  $GA$ ;  $o$  quod angulus  $AGB$ , in semicirculo rectus sit: si quadratum  $608400$ . ipsius  $BG$ , dematur ex  $2433600$ . quadrato ipsius  $AB$ , reliquum fiet quadratum  $1825200$ . ipsius  $AG$ , cuius radix paulo minor est, quam  $1351$ . cum huius quadratum  $1825201$ . maius sit, quam  $1825200$ .  $p$  Igitur  $AG$ , ad  $GB$ , minorem habebit proportionem, quam  $1351$ . ad  $780$ . ac proinde si  $BG$ , ponatur  $780$ .  $q$  erit  $AG$ , minor, quam  $1351$ .

SECTO iam angulo  $BAG$ , bifariam per rectam  $AH$ , secantem  $EG$ , in  $M$ , ductaque  $HB$ , erunt trianguula  $BHM$ ,  $AHB$ , æquiangula:  $r$  propterea quod angulus  $HBM$ , æqualis est angulo  $HAG$ , ob eandem basem  $GH$ ; ideoque, per constructionem angulo  $HAB$ ; & angulus rectus  $H$ , in semicirculo communis.  $f$  Igitur erit  $AH$ , ad  $HB$ , ut  $HB$ , ad  $HM$ . Item  $AB$ , ad  $BH$ , ut  $BM$ , ad  $MH$ : & permutando  $AB$ , ad  $BM$ , ut  $BH$ , ad  $HM$ : ideoque erunt tres hæ proportionēs  $AH$ , ad  $HB$ ;  $HB$  ad  $HM$ ; &  $AB$ , ad  $BM$ , æquales. Sed ut  $AB$ , ad  $BM$ ,

a 2 quinti.

b 10. quinti

c 33. sexti.

d 33. sexti.

e 15. quinti

f 10. quinti

g 8. quinti

h 3. quinti

i schol. 13.

quinti

k 8. quinti

l corol. 3.

pof. 32. lib. 1.

m 20. terij.

n 47. primi

o 31. terij.

p 8. quinti.

q 10. quinti

r 21. terij.

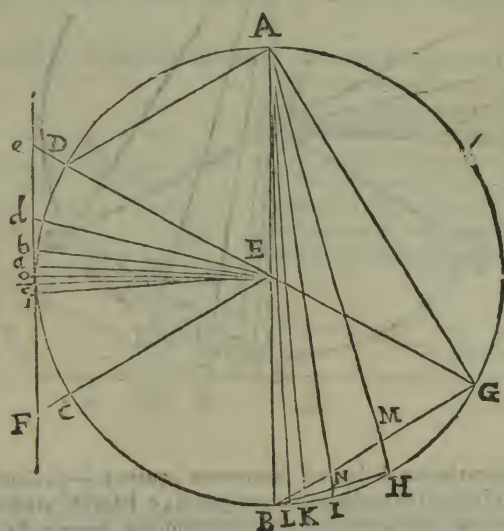
f 4. sexti.



- a 3. sexti.** BM, ita est utraque simul BA, AG, ad BG. *a* Nam ut AG, ad AB, ita est GM, ad MB; & componendo ut AG, AB, simul ad AB, ita GM, MB, simul id est, ita GB, ad MB: Et permutando ut AG, AB, simul ad GB, ita AB, ad MB. Igitur erit quoque, ut utraque AG, AB, simul ad GB, ita AH, ad HB. Est autem AG, ostensa minor, quā  $1351\frac{1}{4}$ . & AB, posita est  $1560\frac{1}{4}$ . & GB,  $780$ . Igitur utraque AG, AB, simul (cum minus efficiant, quam  $2911\frac{1}{4}$ .) **b 8. quinti** minorem habebit proportionem ad GB, quam  $2911\frac{1}{4}$ . ad  $780$ . Quare etiam proportio AH, ad HB, minor erit, quā  $2911\frac{1}{4}$ . ad  $780$ . ac proinde si HB, ponatur  $780$ . **c 10. quinti** erit AH, minor, quam  $2911\frac{1}{4}$ . ideoque eius quadratum minus, quam  $8473921$ . cui si addatur quadratum  $608400$ . ipsius BH, fiet quadratū ipsius AB, **d 47. primi.** (quod quadratis rectarum AH, HB, æquale est) minus, quam  $9082321$ . ideoque eius radix, vel recta AB, minor, quam  $3013\frac{1}{4}$ . cum huius quadratum  $9082689\frac{1}{4}$ . maius sit, quam  $9082321$ . Igitur AB, ad BH, minorem proportionem habebit, quam  $3013\frac{1}{4}$ . ad  $780$ . ac proinde si BH, ponatur  $780$ . **e 10. quinti** erit AB, minor quam  $3013\frac{1}{4}$ .
- SECTO** rursus angulo HAB, bifariam per rectam AI, secantem HB, in N; erunt ut prius, triangula BIN, AIB, æquiangula. Ergo ut supra, demon- strabimus, utramque BA, AH, simul ad HB, habere eandem proportionem quā AI, ad IB. Est autē BA, ostensa minor, quam  $3013\frac{1}{4}$ . & AH, minor, quā  $2911\frac{1}{4}$ . & ob id earum summa minor, quam  $5924\frac{1}{4}$ . ipsa autē HB, posita est  $780$ . **f 8. quinti.** Igitur utraque BA, AH, simul ad HB, hoc est, AI, ad IB, minorem habebit proportionem, quam  $5924\frac{1}{4}$ . ad  $780$ . Si ergo IB, ponatur  $780$ . **g 10. quinti** erit AI, minor, quam  $5924\frac{1}{4}$ . Et quoniam est, ut  $5924\frac{1}{4}$ . ad  $780$ . ita  $1823$ . ad  $240$ . quod idem numerus fiat ex primo in quartum, qui ex secundo in tertium, quæ quidem proportio denominatur à  $7\frac{1}{2}\frac{4}{3}\frac{7}{6}$ . habebit quoque AI, ad IB, minorem proportionem, quam  $1823$ . ad  $240$ . ideoque posita IB,  $240$ . **h 10. quinti** erit AI, minor quam  $1823$ . atque ob id quadratum ipsius AI, minus, quam  $3323329$ . cui si addatur quadratum  $57600$ . ipsius IB, fiet quadratum ipsius AB, **i 47. primi.** (quod quadratis rectarum AI, IB, æquale est) minus quam  $3380929$ . eiusque radix propterea, vel recta AB, minor quam  $1838\frac{1}{4}$ . cum huius quadratum  $3381252\frac{1}{4}$ . maius sit, quam  $3380929$ . **k 8. quinti.** Igitur AB, ad BI, minorem proportionem habebit, quam  $1838\frac{1}{4}$ . ad  $240$ . ac proinde posita BI,  $240$ . **l 10. quinti** erit AB, minor, quam  $1838\frac{1}{4}$ .
- SECTO** item angulo IAB, bifariam per rectam AK, ostendemus eodem modo, utramq. BA, AI, simul ad IB, habere eandem proportionem, quam AK, ad KB. Sunt autem BA, AI, ambæ simul minores, quam  $3661\frac{1}{4}$ . (quod BA, ostensa sit minor, quam  $1838\frac{1}{4}$ . & AI, minor, quam  $1823$ .) & IB, posita est  $240$ . **m 8. quinti.** Utraque ergo BA, AI, simul ad IB, hoc est, AK, ad KB, minorem habebit proportionem, quam  $3661\frac{1}{4}$ . ad  $240$ . Ut autem  $3661\frac{1}{4}$ . ad  $240$ . ita est  $1007$ . ad  $66$ . quod idem gignatur numerus ex primo in quartum, qui ex secundo in tertium, quæ quidē proportio denominatur à  $15\frac{1}{6}\frac{7}{6}$ . Igitur AK, ad KB, minorem quoque proportionem habebit, quam  $1007$ . ad  $66$ . ideoque posita KB,  $66$ . **n 10. quinti** erit AK, minor, quam  $1007$ . ac propterea eius quadratum minus, quam  $1014049$ . cui si addatur quadratum  $4356$ . ipsius KB; fiet quadratum ipsius AB, **o 47. primi** (quod illis duobus æquale est) minus quam  $1018405$ . eiusque radix propterea, id est, recta AB, minor, quam  $1009\frac{1}{4}$ . cum huius quadratum  $1018417\frac{1}{4}$ . sit maius, quam  $1018405$ .

1018405. *a* Quocirca AB, ad BK, minorem proportionem habebit, quam. *a* 8. *quinti*.  
 1009  $\frac{1}{6}$ . ad 66. atque idcirco posita BK, 66. *b* erit AB, minor, quam *b* 10. *quinti*  
 1009  $\frac{1}{6}$ .

SECTO denique angulo KAB, bifariam, per rectam AL, demonstrabi-  
 mus eadem ratione, utramque BA, AK, simul ad CK, esse, ut AL, ad LB.  
 Sunt autem ambæ BA, AK, simul minores, quam 2016  $\frac{1}{6}$ . (quod BA, sit  
 ostensa minor, quam 1009  $\frac{1}{6}$ . & AK, minor, quam 1007.) & BK, posita *c* 8. *quinti*.  
 est 66. *c* Igitur utraque BA, AK, simul ad CK, hoc est, AL, ad LB, habe-  
 bit proportionem minorem, quam 2016  $\frac{1}{6}$ . ad 66. atque idcirco si LB, po-  
 natur 66. *d* erit AL, minor, quam 2016  $\frac{1}{6}$ . ideoque quadratum eius minus *d* 10. *quinti*  
 quam 4064928.  $\frac{1}{6}$ . cui si addatur quadratum 4356. ipsius LB; fiet qua-  
 dratum ipsius AB, *e* (quod duobus illis est æquale) minus, quam numerus *e* 47. *primi*.  
 4069284  $\frac{1}{6}$ , ideoque eius radix, id est, recta AB, minor, quam 2017  $\frac{1}{4}$ .



cum huius quadratum 4069297  $\frac{2}{6}$ . superet 4069284  $\frac{1}{6}$ . *f* Quamob-  
 rem AB, ad BL, minorem proportionem habebit, quam 2017  $\frac{1}{4}$ . ad 66  
 ideoque si BL, ponatur 66. *g* erit AB, minor, quam 2017  $\frac{1}{4}$ . *f* 8. *quinti*.

QVONIAM igitur angulus GAH, angulo HAB, æqualis est; *h* erit ar-  
 cus GH, arcui HB, æqualis: eademque ratione arcus HI, arcui IB, & IK,  
 ipsi KB, & KL, ipsi LB, æqualis erit. Cum ergo GB, sit  $\frac{1}{6}$ . totius circumfe-  
 rentiæ, erit HB,  $\frac{1}{2}$ . & IB,  $\frac{1}{4}$ . & KB,  $\frac{1}{8}$ . & LB,  $\frac{1}{9}$ . ac proinde re-  
 cta BL, latus erit Polygoni circulo inscripti, quod 96. lateribus æqualibus  
 D d conti-

*g* 10. *quinti*  
*h* 26. *tertij*.





ma-

etri

iprui

ef-



hoc a



DE AREA CIRCULI, INVENTIO-  
neque circumferentiæ ex diametro, & diametri ex  
circumferentiâ.

Caput VII.

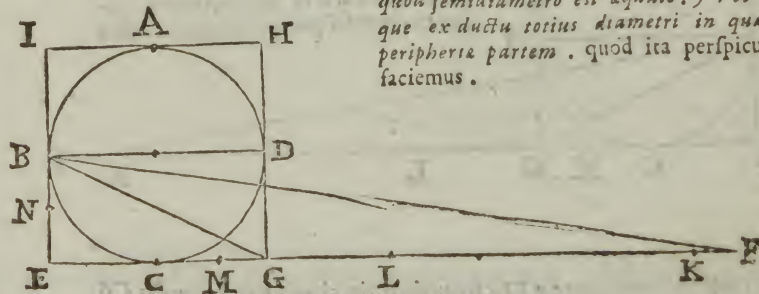
a 1. de Di-  
mēs. circuli

Area circu-  
li trib. uijs,  
ex cognita  
diametro,  
& circumfe-  
rentia.



quale est)

VONIAM triangulum rectangulum, cuius vnum  
latus circa angulum rectum semidiametro circuli, &  
alterum peripheriæ eiusdem æquale est, a areæ cir-  
culi adæquatur: huius autem trianguli area ex du-  
ctu perpendicularis in semissem basis producitur, vt  
cap. 2. Num. 2. huius libri scripsimus: Fit vt area  
circuli producat ex multiplicatione semidia-  
metri in semissem peripheria: (si nimirum basis il-  
lius trianguli statuaturs latus, quod peripheria æ-  
qualis est) Vel ex ductu totius peripheriæ in semissem semidiametri, hoc est,  
in quartam partem diametri: (sumendo vi-  
delicet in eodem triangulo pro base latus,  
quod semidiametro est æquale.) Vel deni-  
que ex ductu totius diametri in quartam  
peripheriæ partem. quod ita perspicuum  
faciemus.



b 1. de Di-  
mēs. circuli

REPETATUR figura præcedentis propositionis, diuidaturq. EF, quæ  
peripheriæ circuli est æqualis, bifariam in L, ita vt EL, semiperipheriæ sit  
æqualis: Item EL, bifariam secetur in M, vt EM, æqualis sit quartæ parti  
peripheriæ. Et tandem BE, bifariam quoque secetur in N, vt EN, semissem  
sit semidiametri BE, hoc est, quarta pars totius diametri. b Et quia triangu-  
lum BEF, æquale est circulo ABCD; erit quoque rectangulum sub semidia-  
metro BE, & semiperipheria EL, comprehensum (quod per propositionem  
1. lib.

1. lib. 7. huius, triangulo æquale est. ) eidem circulo æquale; quod est primum.

NON aliter rectangulum comprehensum sub tota peripheria EF, & EN, quarta parte diametri (quod per propof. 1. lib. 7. huius, eidẽ triangulo æquale est) eidem circulo erit æquale, quod est secundum.

DENIQUE quia quatuor lineæ EI, EB, EL, EM, proportionales sunt, quod tam priores duæ, quam posteriores duæ habeant proportionem duplicam; & erit rectangulum sub EI, diametro, & EM, quarta parte peripheriæ comprehensum, rectangulo sub EB, semidiametro, & EL, semiperipheria comprehenso æquale. Cum ergo hoc in prima parte ostensum sit æquale circulo, erit quoque illud eidem circulo æquale. quod est tertium.

VI fractiones interdum videntur, ducenda erit rota diameter in totam circumferentiam. Quarta enim pars numeri producti area erit circuli: propterea quod numerus productus quadruplus est numeri producti ex semidiametro in semicircumferentiam, ut liquet.

SEQUITVR ex prima parte, aream semicirculi produci ex semidiametro in quartam partem circumferentiæ: quia nimirum producit semissis eius, quod fit ex semidiametro in semissẽ peripheriæ. Item aream Quadrantis procreari ex semidiametro in octauam partem circumferentiæ: Et aream octauæ partis ex semidiametro in sextadecimam partem circumferentiæ: Et aream sextadecimæ partis ex semidiametro in  $\frac{1}{2}$  circumferentiæ, & sic deinceps: quia semper producit semissis præcedentis producti; quemadmodum & partes circuli semisses sunt præcedentium partium: nimirum Quadrans semissis est semicirculi; & octaua pars semissis Quadrantis; & sextadecima pars semissis octauæ partis, &c.

IGITVR ut area circuli reperiatur, necesse est tam eius diametrum, quam circumferentiam esse cognitam. Quare trademus hic regulas nonnullas, per quas ex data diametro circumferentia tum maior, tum minor, quam vera, ex propof. 2. de Dimensione circuli inueniatur. Deinde alias regulas præscribam, per quas area circuli tum maior, tum minor, quam vera, vel ex sola diametro, vel ex sola circumferentia cognita eruatur.

## I.

Ex data diametro circuli circumferentiam vera maiorem reperire.

FIAT ut 7. ad 22. ita data diameter, verbi gratia, 28. ad aliud, procreabiturque circumferentia 88. maior quam vera. b Quoniam enim proportio circumferentiæ ad diametrum minor est, quam tripla sesquiseptima; proportio autem 88. ad 28. est tripla sesquiseptima, c eadem videlicet, quæ 22. ad 7. e erit numerus 88. maior, quam circumferentia circuli, cuius diameter est 28.

a 16. sexti.

Area semicirculi, Quadrantis, octauæ partis, &amp;c.

b 2. de Dimensione. circuli.  
c 10. quinti

II.



## I I.

EX data diametro circuli circumferentiam vera minorem elicere.

*a 2. de Dimens. circuli.* FIAT ut 71. ad 223. ita data diameter 28. ad aliud, produceturque circumferentia  $87\frac{6}{7}$ . minor quam vera. a Quoniam enim proportio circumferentiæ ad diametrum maior est, quam tripla superdecupartiens septuagesimas primas; proportio autem  $87\frac{6}{7}$ . ad 28. est tripla superdecupartiens septuagesimas primas, nimirum eadem, quæ 223. ad 28. b erit circumferentia circuli, cuius diameter 28. maior, quam  $87\frac{6}{7}$ .

## I I I.

Ex data circuli circumferentia, diametrum vera maiorem indagare.

*c 2. de Dimens. circuli.* Fiat ut 223. ad 71. ita data circumferentia, verbi gratia 88. ad aliud. Productus enim numerus  $28\frac{4}{25}$ . dabit diametrum vera maiorem. c Cum enim circumferentia ad diametrum habeat maiorem proportionem, quam triplam superdecupartiens septuagesimas primas, hoc est, maiorem quam 223. ad 71. habebit quoque data circumferentia 88. ad suam diametrum proportionem maiorem, quam ad  $28\frac{4}{25}$ . d ac proinde diameter circumferentiæ 88. minor erit, quam  $28\frac{4}{25}$ .

## I I I I.

Ex data circuli circumferentia diametrum inuestigare vera minorem.

*e 2. de Dimens. circuli.* Fiat ut 22. ad 7. ita circumferentia data 88. ad aliud. Numerus enim procreatus 28. offeret diametrum vera minorem. e Cum enim circumferentia ad diametrum habeat minorem proportionem, quam triplam sequiseptrimam, hoc est, quam 22. ad 7. habebit quoque circumferentia data 88. ad suam diametrum proportionem minorem, quam ad 28. fatque idcirco diameter circumferentiæ 88. maior erit, quam 28.

3 IAM vero ut doceamus, qua ratione area circuli vel ex sola diametro cognita, vel ex sola circumferentia cognoscatur, ita ut necesse non sit ex diametro circumferentiam, vel ex circumferentia diametrum inuestigare, demonstrandæ prius erunt sequentes tres propositiones, quarum primam deinde lib. 8. propos. 2. ex Pappo Alexandrino aliter quoque demonstrabimus.

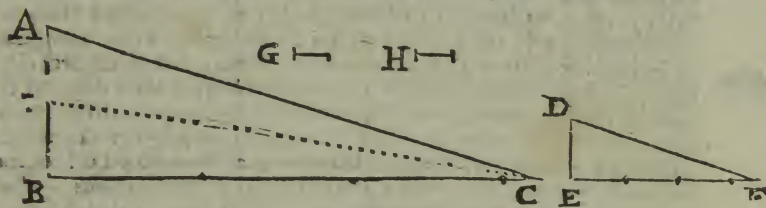
PRO.

## PROPOSITIO I.

Circulorum diametri inter se sunt, vt circumferentiæ.

SINT diametri duorū circulorū AB, DE, & rectæ circumferētijs æquales BC, EF, quæ cū diametris angulos rectos efficiant B, E, cōpleanturq. triangula ABC, DEF. Dico ita esse diametrū AB, ad diametrū DE, vt est circumferentia BC, ad circumferentiā EF. Diametris, n. AB, DE, inueniatur tertia proportio-  
nalis G: Et tribus rectis BC, EF, DE, quarta proportionales H. Et quia conti-  
nuè proportionales sunt AB, DE, G; erit quadratum ex AB, ad quadratum  
ex DE, vt AB, ad G. *b* Sed vt quadratum ex AB, ad quadratum ex DE, ita

a coroll.  
20 sexti.  
b 2. duodec.



est circulus diametri AB, ad circulum diametri DE. *c* Et vt circulus ad circu-  
lum, ita est triangulum ABC, ad triangulum DEF, quod hæc triangula  
circulorum sint dupla. (Nam diuisa diametro AB, bifariam in I, ductaque re-  
cta IC, *d* erit triangulum IBC, circulo æquale; ac proinde cum *e* triangu-  
lo AIC, IBC, æqualia sint; erit triangulum ABC, duplum trianguli IBC,  
hoc est, circuli, cuius diameter AB. Eademque ratione triangulum DEF,  
duplum erit circuli, cuius diameter DE.) Igitur erit quoque triangulum  
ABC, ad triangulum DEF, vt AB, ad G. At vt triangulū ABC, ad triangu-  
lum DEF, ita est AB, ad H. quod vtraque proportio composita sit ex iisdem  
proportionibus. (Nam proportio trianguli ABC, ad triangulum DEF,  
composita est ex proportione basis AB, ad basem DE, & ex proportione  
altitudinis BC, ad altitudinem EF, hoc est, ex proportione DE, ad H, quæ  
ex constructione eadem est, quæ BC, ad EF. Proportio autem AB, ad H,  
cōponitur quoque ex proportionibus AB, ad DE, & DE, ad H, ex defn.) Igitur  
erit, vt AB, ad G, ita AB, ad H. *g* ideoq. G, & H, æquales erūt: *h* ac proinde  
erit DE, ad G, vt DE, ad H. Est autem per constructionem AB, diameter  
ad diametrum DE, vt DE, ad G, hoc est, vt DE, ad H. Et vt DE, ad H, ita  
per constructionem, circumferentia BC, ad circumferentiā EF. Igitur  
erit quoque diameter AB, ad diametrum DE, vt circumferentia BC, ad cir-  
cumferentiā EF, quod erat demonstrandum.

c 15 quinti

d 1. de Di-  
mens. circu-  
li.

e 38. primi.

f schol. 23.  
sexti.

g 9. quinti.  
h 7. quinti

## PROPOSITIO II.

PROPORTIO quadrati ex diametro cuiuslibet cir-  
culi



culi descripti ad circuli aream maior est, quam 14. ad 11. minor autem, quam 284. ad 223.

*a 2. duodec.* *a* QVONIAM enim quadratum diametri cuiusvis circuli ad quadratum diametri alterius circuli est, ut circulus ad circulum: erit permutando quadratum diametri ad circulum eiusdem diametri, ut quadratum alterius diametri ad circulum eiusdem diametri. Posita autem diametro alicuius circuli 1. proportio quadrati ipsius ad circulum maior est, quam 14. ad 11. minor autem, quam 284. ad 223. Igitur proportio quadrati diametri cuiusvis alterius circuli ad ipsum circulum, maior quoque erit quam 14. ad 11. minor autem, quàm 284. ad 223.

QVOD autem proportio quadrati diametri 1. ad suum circulum maior sit, quam 14. ad 11. minor vero, quam 284. ad 223. ita perspicuum fiet. Si fiat ut 7. ad 22. ita diameter 1. ad aliud, prodibit ex regula prima Num. 2. circumferentia  $3\frac{1}{7}$ . vel  $\frac{22}{7}$ . maior, quam vera. Igitur ex eius semisse  $\frac{1}{7}$ . in  $\frac{1}{2}$ . semidiametrum procreabitur, ut Num. 1. dictum est, arca circuli  $\frac{1}{4}$ . maior tamen, quam vera: *b* Ac proinde quadratum diametri 1. quod est 1. ad veram arcam circuli, quæ minor est, quam  $\frac{1}{4}$ . maiorem proportionem habebit, quam ad  $\frac{1}{4}$ . Cum ergo sit 1. ad  $\frac{1}{4}$ . ut 14. ad 11. (Quoniam enim ex propositione 2. Minutiarum ad finem lib. 9 Eucl eadem proportio est numeratoris 11. ad denominatorem 14. quæ minutia  $\frac{1}{4}$ . ad suum integrum 1. erit conuertendo, ut 14. ad 11. ita 1. ad  $\frac{1}{4}$ .) habebit quoque quadratum diametri 1. ad aream circuli veram, minorem proportionem, quam 14. ad 11. quod est propositum. Constat ergo prima propositionis pars.

*c 3. quinti.* RVRVSVS si fiat, ut 71. ad 223. ita diameter 1. ad aliud, reperietur per regulam 2. Num. 2. circumferentia circuli  $3\frac{1}{7}$ . vel  $\frac{22}{7}$ . minor, quam vera. Igitur, ut Num. 1. dictum est, ex eius semisse  $\frac{1}{7}$ . in  $\frac{1}{2}$ . semidiametrum producet arcam circuli  $\frac{1}{4}$ . maior tamen, quam vera: *c* Ac proinde quadratum diametri 1. quod est 1. ad veram circuli aream, quæ maior est, quam  $\frac{1}{4}$ . minorem habebit proportionem, quam ad  $\frac{1}{4}$ . Cum ergo sit 1. ad  $\frac{1}{4}$ . ut 284. ad 223. (Nam quia ex propof. 2. Minutiarum, eadem est proportio Numeratoris 223. ad denominatorem 284. quæ minutia  $\frac{1}{4}$ . ad suum integrum 1. erit conuertendo, ut 284. ad 223. ita 1. ad  $\frac{1}{4}$ .) habebit quoque quadratum diametri 1. ad aream veram circuli minorem proportionem, quam 284. ad 223. quod est propositum. Constat ergo secunda etiam pars propositionis.

### PROPOSITIO III.

PROPORTIO quadrati à circumferentia circuli cuiusvis descripti ad circuli aream maior est, quam 892. ad 71. minor autem, quam 88. ad 7.

*d 1. huius  
Num. 3.*

*d* QVONIAM enim circumferentia cuiusvis circuli ad circumferentiam

tiam alterius circuli est, vt diameter ad diametrum: *a* erit quoq. quadratū circumferentiæ ad quadratum circumferentiæ, vt quadratū diametri, ad quadratū diametri. *b* Sed vt quadratū diametri ad quadratū diametri, ita est circulus ad circulum. Igitur erit quadratum quoque circumferentiæ ad quadratū circumferentiæ; vt circulus ad circulum: Et permutando quadratum circumferentiæ, ad suum circulus vt quadratum alterius circumferentiæ ad suum circulum. Posita autem circumferentia alicuius circuli 1. proportio quadrati circumferentiæ illius circuli ad circulum maior est, quam 892. ad 71. minor verò, quam 88. ad 7. Igitur & proportio quadrati circumferentiæ cuiuslibet alterius circuli ad ipsum circulum maior erit, quam 892. ad 71. minor autem, quam 88. ad 7.

Q V O D autem proportio quadrati ex circumferentia 1. descripti, ad suum circulum maior sit, quam 892. ad 71. minor verò, quam 88. ad 7. sic demonstrabimus. Quoniam si fiat, vt 223. ad 71. ita data circumferentia 1. ad aliud, diameter procreatur  $\frac{2}{3} \frac{1}{2}$ , maior, quam vera, vt ex 3. regulæ Num. 2. constat. sit vt  $\frac{1}{2}$ . semissis circumferentiæ ducta in  $\frac{1}{4} \frac{2}{3} \frac{1}{2}$ . semissem diametri inuentæ producat aream circuli  $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$ . vera maiorem, vt Num. 1. dictum est. Igitur quadratum circumferentiæ 1. quod est 1. ad veram aream circuli, quæ minor est, quam  $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$ . maiorem proportionem non habebit, quam ad  $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$ . Vt autē 1. ad  $\frac{7}{8} \frac{1}{2}$ . ita ex propof. 2. minutiarum, & conuertendo, 892. ad 71. Igitur & quadratum circumferentiæ 1. ad veram circuli aream maiorem proportionem habebit, quam 892. ad 71. quod est propositum. Vera ergo est prior propositionis pars.

R V R S V S, quia si fiat, vt 22. ad 7. ita data circumferentia 1. ad aliud, diameter producit  $\frac{1}{2} \frac{2}{3}$ . minor quam vera: sit vt  $\frac{1}{2}$ . semissis circumferentiæ ducta in  $\frac{1}{4} \frac{2}{3}$ . semissem diametri inuentæ producat aream circuli  $\frac{7}{8}$ . vera minorem, vt ex ijs, constat, quæ Num. 1. diximus. Igitur quadratum circumferentiæ 1. quod est 1. ad aream veram circuli, quæ maior est, quam  $\frac{7}{8}$ . minorem habebit proportionem, quam ad  $\frac{7}{8}$ . Vt autem 1. ad  $\frac{7}{8}$ . ita est, ex propositione 2. Minutiarum, & conuertendo, 88. ad 7. Ergo etiam quadratum circumferentiæ 1. ad aream circuli minorem proportionem habebit, quam 88. ad 7. quod est propositum. Vera igitur etiam est posterior pars propositionis.

4 H I S ita demonstratis, sequuntur iam quatuor regulæ, per quas areâ circuli propositi siue maiorem, siue minorem vera, vel ex sola diametro, vel ex sola circumferentia cognita conijcere licebit.

## I.

E X diametro aream circuli vera maiorem inuestigare.

Fiat vt 14. ad 11. ita quadratum data diametri ad aliud. Productus enim numerus dabit aream circuli vera maiorem. Cum enim maior sit proportio quadrati diametri ad aream circuli, quam 14. ad 11. Sit autē quadratum diametri datæ ad aream inuentam, vt 14. ad 11. erit quoque maior

E c pro-



proportio quadrati diametri datæ ad veram aream circuli, quam ad aream inuentam. *a* Ac proinde vera circuli area erit minor, quam inuenta: hoc est, area inuenta maior erit, quam vera.

## I I.

EX diametro aream circuli vera minorem inuestigare.

*Fiat ut 284. ad 223. ita quadratum datæ diametri ad aliud. Numerus enim procreatus aream circuli vera minorem offeret. b* Cum enim minor sit proportio quadrati diametri datæ ad aream circuli, quàm 284. ad 223. sit autem quadratum diametri datæ ad aream inuentam, ut 284. ad 223. erit quoque minor proportio quadrati diametri datæ ad veram aream circuli, quam ad aream inuentam: *c* Atque idcirco vera area circuli maior erit, quam inuenta, hoc est, inuenta area erit minor, quam vera.

## I I I.

Ex circumferentia aream circuli vera maiorem colligere.

*Fiat ut 892. ad 71. ita quadratum data circumferentia ad aliud. Procreatus namque numerus aream circuli vera maiorem indicabit. d* Cum enim maior sit proportio quadrati circumferentiæ ad aream circuli, quam 892. ad 71. Sit autem quadratum datæ circumferentiæ ad aream inuentam, ut 892. ad 71. erit quoque maior proportio quadrati datæ circumferentiæ ad veram aream circuli, quàm ad aream inuentam: *e* ideoque vera circuli area minor erit, quam inuenta; hoc est, inuenta area maior erit, quam vera.

## I I I I.

Ex circumferentia aream circuli vera minorem concludere.

*Fiat ut 88. ad 7. ita quadratum circumferentia data ad aliud. Numerus namque, qui gignitur, erit area circuli minor, quam vera. f* Cum enim minor sit proportio quadrati circumferentiæ datæ ad aream circuli, quam 88. ad 7. sit autem quadratum circumferentiæ datæ ad aream inuentam, ut 88. ad 7. erit quoque minor proportio quadrati datæ circumferentiæ ad veram aream circuli, quam ad aream inuentam: *g* Ac proinde area circuli vera erit maior, quam inuenta: hoc est, area inuenta minor erit, quam vera.

*5* OMNES hæc viæ, quibus area circuli inquiritur, pendent ex proportionem circumferentiæ circuli ad diametrum, quam Archimedes inuenit esse

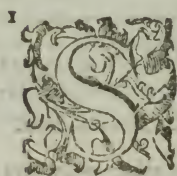




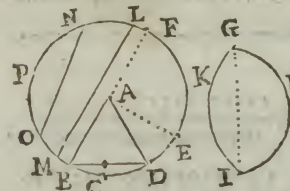
chimedis inuenitur. Sed quia difficilius est per magnos numeros calculum instituire, quam per minores, vsus artificum obtinuit, vt proportio Archimedis ad calculū adhibeatur. Quando tamē desideratur accuratior calculus, vtendum erit posteriori hac proportione Ludolphi, præsertim in maioribus circulis.

## DE AREA SEGMENTORVM CIRCVLII.

## Caput VIII.



**S**IT primum propositus sector circuli ABCD, comprehensus duabus semidiamentris AB, A D, & arcu BCD. Huius areā ita explorabimus. Si tā semidiаметer AB, nota sit, nimirū palmorū 7. quā arcus BCD, palmorum videlicet  $3\frac{2}{3}$ . ducatur semidiаметrum 7. in  $3\frac{2}{3}$ . id est, in semissim arcus, Productus enim numerus  $12\frac{2}{3}$ . palm. erit area sectoris ABCD, vt demonstrabimus. Si autem neque semidiаметer AB, neque peripheria BCD, data sit, mensuranda erit semidiаметer aliqua



mensura nota, & secundum eandem mensuram inuenienda circumferentia circuli per regulas antecedentis cap. nec non recta BD. Deinde fiat, vt AB, nota in assumpta mensura ad sinum totum 100000. ita BD, nota in eadem mensura assumpta ad aliud. Numerus enim procreatus dabit rectam BD, cognitam in partibus sinus totius. Huius autem medietas sinus erit semissis arcus BD: ac proinde ex tabula sinuum semissis BC, in gradibus nota erit, ideoque totus arcus BD, non ignorabitur. Et quia tota circuli circumferentia nota facta est in assumpta mensura: si fiat vt grad. 360. ad totā circumferentia in assumpta mensura cognitā, ita arcus BD, in gradibus cognitus ad aliud, cognoscetur idem arcus BD, in mensura assumpta. Quare, vt prius, area sectoris ABCD, reperietur. Possent quoque gradus in arcu BD, contenti inuestigari beneficio quadrātis alicuius in gradus diuisi, adhibita doctrina cap. 2. lib. 1. Num. 10. tradita, vt minuta etiam cognoscantur, quando in arcu BD, vltra gradus aliqua particula superest.

AREAM potro sectoris produci ex semidiámetro in semissim arcus sectoris, sic demonstro. Sit quadrans BE, & semicirculus BEF. **a** Et quoniam est, vt arcus BD, ad quadrantem BE, ita sector ABCD, ad sectorem ABDE: erit quoque ex scholio propof. 22. lib. 5. Euclid. vt arcus BD, ad quadruplum quadrantis BE, hoc est, ad totam circumferentiam, ita sector ABCD, ad quadruplam sectoris ABDE, hoc est, ad totum circulum. **b** Vt autem arcus BD, ad totam circumferentiam, ita est BC, semissis arcus BD, ad BEF, semissim totius circumferentiæ. Igitur erit quoque vt BC, ad BEF, ita sector ABCD, ad totum circulum. **c** Sed vt BC, ad BEF, ita est rectangulū sub AB, BC, ad rectangulū sub AB, BEF. Ergo erit quoque sector ABCD, ad totum circulum, vt rectangulū sub AB, BC, ad rectangulū sub AB, BEF. **d** Cum ergo vt cap. 7. Num. 1. tradidimus, circulus æqualis sit rectangulo sub AB,

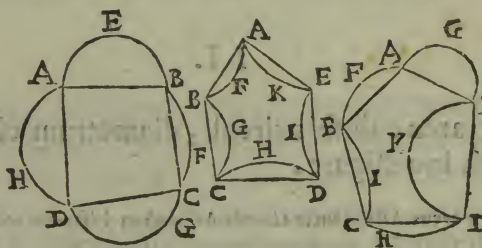
AB, BEF, & erit quoque sector ABCD, rectangulo sub AB, BC, æqualis. quod erat demonstrandum.

EADEM ratione procreabitur sector ABFDA, ex semidiametro AB, in semissem arcus BFD.

2 SIT deinde segmentum BCD. Inuenito centro A, arcus BCD, & cognitis per aliquam mensuram lateribus trianguli ABD, & arcu BCD, in eadem mensura, vt Num. 1. diximus, inuestigetur tam area sectoris ABCD, quam trianguli ABD. Hæc enim detracta ex illa relinquet aream segmenti propositi BCD.

3 SIT præterea figura lenticularis duobus arcibus GHI, GKI, contenta. Ducta recta GI, inquiratur, vt Num. 2. docuimus, vtriusque segmenti GHI, GKI, area. Summa enim ex duabus hisce areis conflata, erit area propositæ figuræ GHIK. Quod si segmenta GHI, GKI, sint æqualia, satis erit vnius aream inuestigare. Hæc namque duplicata dabit propositæ figuræ GHIK, aream.

4 NON aliter metiemur figuras ex variis circulorum segmentis coagmentatas, siue omnes circumferentiæ extrorsum vergant, siue introrsum, siue partim introrsum, & partim extrorsum. Vt in tribus his figuris, si arcubus subtendantur chordæ, metiemur in prima quadrilaterum ABCD, vt cap. 1. vel 3. docuimus: & segmenta AEB, BFC, CGD, DHA, vt hoc cap. Num. 2. traditum est. Si enim hæc segmenta quadrilatero adijciantur, quod omnia



extrorsum tendant, conflabitur area figuræ AEBFCGDH, ex quatuor arcibus compositæ.

IN secunda autem metiemur pentagonum ABCDE, per ea, quæ cap. 4. scripta sunt: Ex quo si dememus quinque segmenta introrsum vergentia, quæ quidem ex ijs. quæ Num. 2. huius cap. scripsimus, cognoscuntur, reliqua fiet area figuræ AFBGCHDIEK, ex quinque arcibus conflata.

IN tertia denique pentagono ABCDE, adijciemus tria segmenta, AFB, AGE, CHD, extrorsum vergentia, & ex composito nuntio duo segmenta BIC, DKE, introrsum vergentia tollemus, vt area relinquatur figuræ AFBICHDKLE, ex quinque arcibus compositæ. Atque hoc modo agrum quantumvis irregularem metiri licebit.

5 SIT denique in prima figura huius cap. segmentum circuli LMON, comprehensum duabus rectis LM, NO, & duobus arcibus LN, MO. Exploretur, vt Num. 2. declaratum est, area vtriusque segmenti PLM, PNO. Minor enim area PNO detracta ex maiori PLM, reliquam faciet aream propositi segmenti LMON.

6 VT



6 V T quartus hic liber concludatur, lubet hic appendicis loco regulas quasdam alias à nostro instituto non alienas subiungere.

## I.

DATA circuli area, circumferentiam, ac diametrum cognoscere.

FIAT vt 7. ad 88. ita data area ad aliud. Productus enim numerus erit quadratum circumferentiæ vero maius, vt ex 4. reg. Num. 4. cap. 7. liquet. Radix ergo quadrata numeri producti dabit circumferentiam vera maiorem. Quod si fiat, vt 71. ad 892. ita data area ad aliud, gignetur quadrata circumferentiæ vero minus, vt constat ex 3. reg. Num. 4. cap. 7. Ac proinde eius radix quadrata circumferentiam vera minorem indicabit.

FIAT rursus, vt 223. ad 284. ita area proposita ad aliud. Procreatus namque numerus erit quadratum diametri vero maius, vt ex 2. reg. Num. 4. cap. 7. perspicuum est. Radix ergo quadrata numeri producti diametrum exhibebit vera maiorem. Quod si fiat, vt 11. ad 14. ita area data ad aliud, reperietur quadratum diametri vero minus, vt ex reg. 1. Num. 4. cap. 7. colligitur. Ac proinde radix eius quadrata diametrum offeret vera minorem.

## II.

DATO arcu cuiusvis circuli, diametrum circuli in numeris inuestigare.

a coroll. 1.  
sertij.  
b 35. sertij.



SIT datus arcus ABC. Ducta chorda AC, sectaq. bifariam in F, ducatur per F, perpendicularis FB, a quæ per centrum circuli transibit, b ideoque rectangulum sub CF, AF, hoc est, quadratum ex AF, æquale erit rectangulo sub BF, & reliqua portione diametri. Si igitur AF, FB, per aliquam mensuram fiant notæ, & quadratus numerus rectæ AF, diuidatur per FB, prodibit reliqua portio diametri FD, quæ addita perpendiculari FB, conficiet totam diametrum BD, notam in eadem mensura, in qua AF, FB, cognitæ sunt.

GEOMETRICE eadem portio FD, reperietur, si duabus FB, AF, inueniatur tertia proportionalis FD: propterea quod ex scholio propof. 13. lib. 6. Eucl. AF, media proportionalis est inter diametri segmenta.

## III.

DATIS diametris duorum circularum, vel circum-

cumferentijs: Aut duobus lateribus homologis duarum figurarum similium, similiterque positarum: quam proportionem circuli, vel figuræ inter se habeant, cognoscere.

QVONIAM circuli, & figuræ similes, similiterque positæ, habent duplicatam proportionem diametrorum, vel circumferentiarum, & laterum homologorum: si maior diameter, vel circumferentia per minorem, & maius latus homologum per minus diuidatur, prodabit denominator proportionis, quam maior diameter, circumferentiaue ad minorem, vel maius latus homologum ad minus habet. Si igitur hic denominator in se ducatur, producet denominator duplicatæ proportionis, quam videlicet circulus, vel figura ad minorem habet. Vt si diameter vnus circuli sit 56. & circumferentia 176. Alterius autem circuli diametrum 14. & circumferentia 44. Diuisis 56. per 14. vel 176. per 44. fit Quotiens 4. qui ductus in se producit 16. denominatorem proportionis maioris circuli ad minorem. Eandemque proportionem habebit figura ad minorem similem, similiterque positam, si latera homologa sint 56. & 14. vel 176. & 44.

## IIII.

DATIS pluribus circulis, quorum diametri, vel circumferentiæ cognitæ sint: Item pluribus figuris similibus similiterque positis, quarum latera homologa sint nota: Inuenire diametrum, vel circumferentiam, cuius circulus omnibus circulis propositis æqualis sit. Item latus reperire, cuius figura similis, similiterque posita æqualis sit omnibus propositis figuris.

MVLTIPLICENTVR diametri, vel circumferentiæ, aut latera homologa in se, & numeri producti in vnā summā colligantur. Radix enim quadrata huius summæ erit diameter, circumferentiaue, aut latus homologum quæsitum. Verbi gratia, si sint quatuor diametri, circumferentiæque circulorum, aut latera homologa similium figurarum, similiterque positarum, 84. 3. 4. 12. atq. in se multiplicentur, gignetur numeri 7056. 9. 16. 144. quorum summa 7225. Radix ergo quadrata huius summæ 85. erit diameter, circumferentiaue circuli, aut latus homologum, quod quæritur: ita vt circulus, cuius diameter, vel circumferentia est 85. aut figura supra rectam 85. similis, similiterque posita figuris datis, æqualis sit quatuor circulis

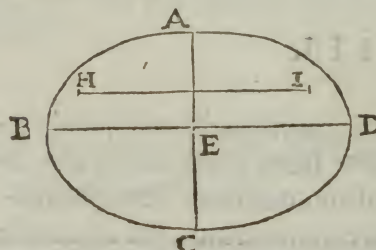


culis, aut figuris propositis. Nam cum quadratum 7225. radicis 85. æquale sit quatuor quadratis 7056.9.16.144. radicum 84. 3.4.12. *a* Circuli autem eandem habeant proportionē, quā quadrata diametrorum: ac proinde quā quadrata circumferentiarum; quod circumferentiæ diametris sint proportionales: Item figuræ similes, similiterque positi inter se sint, ut quadrata laterum homologorum, *b* propterea quod tam quadrata, quam figuræ habent duplicatam proportionem laterum: erit quoque tam circulus, cuius diameter, circumferentiæ 85. æqualis quatuor circulis, quorum diametri, circumferentiæ 84. 3.4.12. quam figura supra latus 85. similis similiterque posita, quatuor figuris, quarum latera 84. 3. 4. 12. æqualis, quod est propositum.

V.

### Aream propositæ Ellipsis indagare.

*L V B E T* denique librum hunc quartum duobus problematibus terminare, quæ ab Archimede Syracusano acutissime inuenta sunt, ac demonstrata. Vnū est de area Ellipsis; alterum de area Parabolæ. Sic ergo Ellipsis *ABCD*, cuius maior diameter *B D*, & minor *A C*, secans maiorem in *E*, bis-

c 13. *sexii.*d coroll. 20. *sexii.*c 2. *duodec.*f 11. *quinti*s 9. *quinti.*

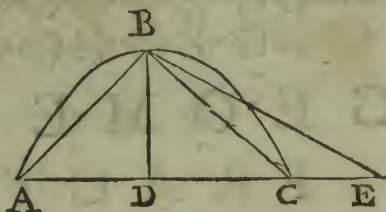
fariam. *c* Inueniatur *H I*, media proportionalis inter *B D*, & *A C*: & circuli circa diametrum *H I*, descripti area inquiretur, per ea, quæ cap. 7. huius lib. scripsimus. Dico hanc aream, areæ Ellipsis *ABCD*, esse æqualem. *d* Quoniam enim est, ut *B D*, ad *A C*. ita quadratum ex *B D*, ad quadratum ex *H I*. *e* Vt autem quadratum ex *B D*, ad quadratum ex *H I*, ita est circulus diametri *B D*, ad circulum diametri *H I*. Igitur erit quoque, ut *B D*, ad *A C*, ita circulus diametri *B D*, ad circulum diametri *H I*. Cum ergo per propositionem 5. Archimedis de Conoidibus, & sphaeroidibus, sit quoque, ut maior diameter *B D*, ad minorem *A C*, ita circulus diametri *B D*, ad Ellipsim *ABCD*; *f* habebit circulus diametri *B D*, eandem proportionem ad circulum diametri *H I*, & ad Ellipsim *A B C D*. *g* Ideoque area circuli diametri *H I*, areæ ellipsis *ABCD*, æqualis erit. quod erat demonstrandum.

V I.

### AREAM propositæ parabolæ inuestigare.

*S I T* data parabola *ABC*, cuius basis *AC*, & axis *BD*, diuidens basem bifariam in *D*, & vertex *B*. Inscribeatur parabolæ triangulum *ABC*, eandem habens basem, ac verticem cum parabola. Producta autem base *AC*, sumatur *C E*,

tur CE, tertia pars ipsius AC: ita vt AE, ipsius AC, sit sesquitertia. Iunga-  
 turque recta EB. Inquiratur denique per cap. 2. huius lib. areæ trianguli  
 ABE, quam dico esse æqualem  
 areæ parabolæ ABC. *a* Quo-  
 niam enim est, vt AE, ad AC,  
 ita triangulum ABE, ad trian-  
 gulum ABC: Est autem AE, ip-  
 sius AC, sesquitertia, ex constru-  
 ctione; erit quoque triangulum  
 ABE, trianguli ABC, sesquiter-  
 tium. Cum ergo, vt Archimedes  
 in lib. de Quadratura parabolæ  
 demonstrauit, parabola quoque  
 ABC, trianguli ABC, sit sesquitertia: *b* habebunt triangulum ABE, & pa-  
 rabola ABC, ad triangulum ABC, eandem proportionem. *c* Ideoque area  
 trianguli ABE, areæ parabolæ ABC, æqualis erit, quod erat ostendendum.



*a* 1. sexti.

*b* 11. quinti  
*c* 9. quinti.

FINIS LIBRI QVARTI.

Ff GEOME.





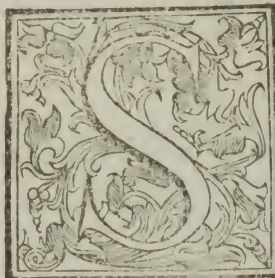
# GEOMETRIAE PRACTICAE

LIBER QUINTVS.



## A R E A S

Solidorum, corporumue perscrutans.



*VPEREST* tertia magnitudinis species, quæ corpora, solidæ complectitur. Et quia initio lib. 4. diximus, corpora metienda esse per corpuscula cubica: ita ut quando dicitur corpus aliquod continere 1000. palmos, intelligendum sit, 1000. cubos æquales, quorum singuli latera habent vni palmo æqualia, aream illius corporis explere: docendum iam erit hoc lib. qua ratione cuiuscunque corporis area inuestigetur, hoc est, numerus corpusculorum cubicorum in eo contentorum. Præcipua autem corpora, de quibus acturi sumus, sunt Parallelepipedum, Prismata, cubi, Pyramides, Frustra pyramidum, Cylindri, Coni, Frustra Conorum, sphaera, sphaerarum portiones, quinque corpora regularia, videlicet Tetraedrum, Hexaedrum siue cubus, Octaedrum, Icosaedrum, Dode-

*Dodecaedrum, quæ omnia lib. 11. ab Euclid. definita sunt. His adiungemus nonnulla corpora vacua, & alia quadam irregularia.*

DE AREA PARALLELEPIPEDORVM.  
Prismatum, & Cylindrorum.

Caput I.



PARALLELEPIPEDVM est figura solida a 30. definita  
sex figuris quadrilateris, quarum, quæ ex aduerso, vnde.

parallelae sunt, contenta. Huiusmodi figuram solidam exprimit columna aliqua quadrilatera vniformis crassitie. Vt figura solida ABCDEFGH, in qua tam duo plana opposita ABCD, EFGH, quam duo ADEH, BCFG, & duo ABGH, DCFE, parallelogramma sunt inter se parallela, & æqualia, dicitur parallelepipedum. Huius area ita inuestigabitur. Sit primo positum parallelepipedum rectangulū habens om-

Area paral-  
lelepedi  
rectanguli.

nia sex parallelogramma rectangula, ac proinde omnes eius angulos solidos rectos: sitque longitudo basis AB, palm. 3. latitudo AD, palm. 2. & altitudo AH, palm. 4. Ducatur ergo latitudo 2. in longitudinem 3. vt producat basis palmorum 6. quadratorum, vt lib. 4. cap. 1. traditum est. Deinde basis hæc 6. palmorum ducatur in altitudinem 4. Numerus enim productus 24. indicabit in parallelepipedo contineri 24. cubos, quorum singula latera singulos palmos complectuntur, quod ita planum faciemus. Exponatur seorsum rectangulum IKLM, æquale basi ABCD, intelligaturque altitudo perpendicularis LN, 4. palm. Si igitur ducatur latus IM, palm. 2. in IK, palm. 3. producat area basis palmorum quadratorum 6. supra quæ si concipiantur extructi 6. cubi æquales, implebunt ij parallelepipedum vsque ad primum palmum IQ, altitudinis. Si deinde alij 6. cubi æquales prioribus superimponentur, implebitur parallelepipedum vsque ad secundum palmum altitudinis QP. Et alij 6. cubi æquales parallelepipedum vsque tertium palmum PO, altitudinis implebunt. Denique alij 6. cubi apposti totum parallelepipedum explebunt vsque ad quartum altitudinis palmum ON. Constat ergo in toto parallelepipedo existere toties 6. cubos palmares, quoties palmus in altitudine continetur, hoc est, cubos 24.

2 INTELLIGATUR deinde parallelepipedum ABCE, cuius bases ABCD, EFGH, sint Rhombi, vel Rhomboides, ac latera AH, DE, DE, EG, CF, ad basem ABCD, recta, ita vt altitudo sit AH. Primum er

Area paral-  
lelepedi  
nō rectanguli

Ff 2 go



231. duode.

go inquiratur area basis ABCD, vt lib. 4. cap. 3. Num. 1. docuimus. Hæc deinde in altitudinem AH, ducatur. Productus namque numerus erit parallelepipedum area. Nam si fiat rectangulum IL, basi A C, æquale, & supra illud concipiatur parallelepipedum rectangulum, cuius altitudo LN, altitudini AH, sit æqualis: a erit hoc parallelepipedum parallelepipedo ACE, æquale. Cum ergo parallelepipedum, cuius basis rectangulum IL, & altitudo LN, producat ex altitudine LN, in basem IL, vt ostensum est, producat quoque parallelepipedum ACE, ex altitudine AH, in basem AC, basi IL, æqualem.

b29. vel 30. undec.

Area cubi.

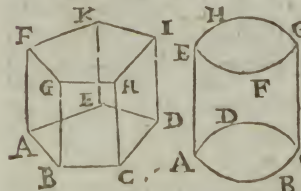
Si nullum latus parallelepipedum rectum est ad basem, demittenda erit ex aliquo angulo supremi parallelogrammi ad planum, in quo basis, linea perpendicularis, pro altitudine parallelepipedum, eaque diligenter metienda. Si namque area basis inuestigetur vel per cap. 1. lib. 4. quando est rectangula, vel per cap. 3. eiusdem lib. quando non est rectangula, eaque in altitudinem inuentam ducatur, producat area popositi parallelepipedum. Nam si supra basem intelligatur parallelepipedum rectum eiusdem altitudinis cum proposito parallelepipedo, b erunt duo hæc parallelepipeda inter se æqualia. Constat autem ex Num. 1. & 2. parallelepipedum rectum gigni ex ductu basis in altitudinem.

3 CVBVS, qui etiam parallelepipedum quoddam est rectangulum, eodem modo producat, nimirum ex latere in se, & iterum in productum. Vt si latus cubi sit 10, erit eius area 1000, quod decies decem decies procreant 1000.

c13. defn. undec.

4 c PRISMA est figura solida, quæ planis continetur, quorum aduersa duo sunt & æqualia, & similia, & parallela; alia vero parallelogramma. Vt est solidum ADF, cuius bases sunt pentagona ABCDE, FGHIK, parallela, & æqualia. Hanc figuram solidam representat columna aliqua laterata æqualis crassitudinis, cuius bases oppositæ sunt æquales, similes, ac parallela, siue hæc triangula sint, siue quadrangula, siue pentagona, &c. Ex quo fit, vt prisma quodcumque ambiant tot parallelogramma, quot latera, vel anguli in vnoquoque oppositorum planorum reperiuntur. Vt propositum prisma ambiunt quinque parallelogramma ABGF, BCHG, CDIH, DEKI, EAFK. Area porro cuiuslibet prismatis inuenietur, si area basis inquiratur, atque in altitudinem ducatur. Nam si concipiatur parallelepipedum eiusdem altitudinis cum prismate,

Area prismatis tam recti, quàm obliqui.  
d2. coroll. 7. duode.



habens basem, rectangulum basi prismatis æquale; d erit hoc parallelepipedum prismati æquale. Cum ergo parallelepipedum producat ex sua base in altitudinem, procreabitur quoque prisma ex multiplicatione suæ basis in altitudinem. Area porro basis cognoscetur ex ijs, quæ lib. 4. scripsimus, & altitudo prismatis, si eius latera recta non sint ad basem, exploranda erit, vt cap. præcedente Num. 2. altitudinem parallelepipedum inuestigandam esse præcepimus.

5 CYLINDRVS est figura solida æqualis crassitie, quæ duobus circulis æqualibus, & æquidistantibus, & rotunda superficie inter ipsos interiecta continetur, instar columnæ, cuiuspiam rotundæ. Vt est solidum ACH, cuius



cuius bases sunt duo circuli ABCD, EFGH, paralleli, & æquales. Huius quoque area procreabitur ex multiplicatione basis, ex cap. 7. lib. 4. inuenta in altitudine, quod in Cylindro recto explicabitur, vt Num. 7. in parallelepipedo recto factum est. Nam si verbi gratia basis Cylindri circularis ABCD, continet 10. palmos quadratos, explebunt 10. cubi palmares supra illos 10. palmos quadratos extructi, Cylindrum vsque ad primum palmum altitudinis; at 20. cubi eundem explebunt vsque ad secundum palmum, &c. Quod si Cylindrus obliquus sit, exquirenda erit eius altitudo per lineam perpendicularem ex superiore base demissam ad planum, in quo inferior basis existit, atque in hanc altitudinem area basis ex cap. 7. lib. 4. inuenta multiplicanda. Productus enim numerus dabit aream Cylindri propositi, & cum æqualis sit Cylindro recto eandem cum illo basem, & altitudinem habenti. *a coroll. 11. duodec.*

## DE AREA PYRAMIDVM & Conorum.

### Caput I I.



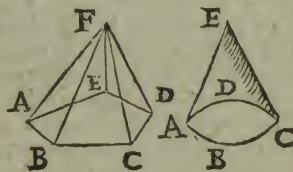
**P**YRAMIS *b* est figura solida, quæ planis continetur ab vno piano ad vnum punctum constituta. Vt figura solida ABCDEF, ad punctum F, constituta supra basem pentagonam ABCDE, & quam ambiunt quinque triangula ABF, BCF, CDF, DEF, AEF, tot nimirum, quot in base sunt latera, dicitur pyramis.

CONVS autem est figura solida rotunda ad vnum punctum constituta, supra basem circulem, instar pyramidis rotundæ, qualis est figura ABCDE.

TAM autem pyramidis, quam Coni area producit ex multiplicatione basis in tertiam partem altitudinis. Cum enim, vt in præcedenti cap. ostendimus, ex base in totam altitudinem gignatur prisma, vel Cylindrus eandem habens cum pyramide, & cono altitudinem: *c* producet ex eadem base in tertiam partem altitudinis tertia pars illius prismatis, vel Cylindri. *d* Cum ergo pyramis, sit tertia pars illius prismatis, & Conus tertia pars Cylindri, liquet tam pyramidem, quam Conum produci ex base in tertiam partem altitudinis. Ex quo fit, si basis ducatur in totam altitudinem, tertiam partem numeri producti, esse quoque aream pyramidis, vel Coni. Item eandem produci ex tota altitudine in tertiam partem basis: *f* quod hac ratione tertia pars prismatis, vel Coni gignatur.

2 BASIS porro pyramidis, si triangularis est, cognoscetur, vt lib. 4.

Area pyramidis, & cono.



*c* schol. 14. duodec.  
*d* corol. 7. duodec.

*e* 10. duodec.  
Area pyramidis, & cono aliter.  
*f* 1. schol. 7. duodec. & 11. duodec.



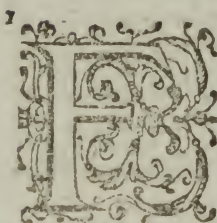
Altitudo py-  
ramidis, &  
coni.

cap. 2. traditum est: si multilatera, reperietur, per ea, quæ eodem lib. cap. 3. 4. & 5. scripsimus. Basis autem Coni inuestigabitur ex cap. 7. eiusdem lib. At vero altitudo tam pyramidis, quam Coni, obtinebitur, si in verrice statuatur planum basi æquidistans, ab eoque ad planum, in quo basis, perpendicularis demittatur, eaque exquisitè mensuretur. Quamvis enim eadem hæc altitudo indagari possit Geometrice, si inclinatio vnius lateris ad basem, & magnitudo quoque eiusdem lateris cognoscatur: quia tamen hæc ipsa exploranda sunt materialiter per aliquod instrumentum, præstat ipsam quoque altitudinem statim per instrumentum exquirere, præsertim per instrumentum partium, quod lib. 1. cap. 1. descripsimus: cum inuentio illa Geometrica difficilior sit, procedatque ex inclinatione, ac latere per instrumentum cognitis.

3 ATQVE hæc, quæ diximus, intelligi volumus tam de pyramidibus, Conisque rectis, quam de obliquis, & Scalenis.

## DE AREA FRVSTI PYRAMIDIS, & Coni.

### Caput III.



a 4. sexti.

b 17. unde.

Area frusti  
pyramidis.

Area frusti  
coni.

c 14. secundi

RVSTVM pyramidis, & Coni appello id, quod a'ij pyramidem decurtatam, & Conum decurtatum dicunt. Sit ergo frustum pyramidis ABCDEF, cuius bases ABC, DEF, sint parallellæ, & similes, & cuius area inuestiganda sit. Quod duobus modis fieri potest. Primum cogitetur integra pyramis ABCH, cuius altitudinem HG, perpendicularem ad basem (licet pyramis actu non sit integrata) ita inuenimus. Quoniam est, ut ab AB, ad AH, ita DE, ad DH, & permutando, ut AB, ad DE, ita AH, ad DH; erit quoque diuidendo, (sumpta AS, æquali ipsi DE) ut SB, ad DE, ita AD, ad DH. Quia vero plana parallela ABC, DEF, secant rectas AH, GH, proportionaliter in I, G; erit quoque ut SB, ad DE, ita GI, ad IH. Si igitur fiat, ut SB, differentia inter latera homologa AB, DE, basiū ad DE, ita GI, altitudo Frusti pyramidis (quæ cognoscetur per lineam perpendicularem demissam ad basem ex aliquo puncto plani DEF, etiam producti, si opus est) ad aliud, prodibit recta IH, altitudo nimirum pyramidis DE FH: qua addita ad GI, tota altitudo GH, cognita erit. Quocirca si per caput præcedens inueniatur area tam integre pyramidis ABCH, quam abscissæ pyramidis DEFH, & hæc ab illa dematur, reliquum fiet Frustum ABCDEF.

2 NON aliter frustum Coni ABCD, inuestigabitur, ut patet, si integer Conus intelligatur AEH, &c.

3 ALIO modo idem frustum tam Pyramidis, quam Coni cognoscemus, etiam si neque pyramis, neque conus integretur. Fiant quadrata KLMN, NOFQ, basibus ABC, DEF, notis æqualia, inueniaturque inter quadrata

drata  $KM$ ,  $NP$ , superficies media proportionalis, qualis est rectangula

figura  $OK$ , producto latere  $OP$ ,

ad  $R$ . *a* Quoniam enim est, ut

$MN$ , ad  $NO$ , ita  $KM$ , ad  $NR$ .

Item ut  $KN$ , ad  $NQ$ , ita  $NR$ ,

ad  $NP$ . *b* Estque  $MN$ , ad  $NO$ ,

ut  $KN$ , ad  $NQ$ : erit quadratum

$KM$ , ad rectangulum  $NR$ , ut re-

ctangulum  $NR$ , ad quadratum

$NP$ : ideoque  $NR$ , medio loco

proportionale est inter quadra-

ta  $KM$ ,  $NP$ . Quamobrem, si ra-

dicem quadratam basis  $ABC$ , notæ, id est, latus  $KN$ , quadrati  $KM$ , ducatur in ra-

dicem quadratam basis  $DEF$ , notæ, hoc est, in latus  $NO$ , quadrati  $NP$ , pro-

ducetur area rectanguli  $NR$ .

*I*AM vero ducatur  $GI$ , altitudo frusti in summam ex quadrato  $KM$ , hoc

est, ex base  $ABC$ , & quadrato  $NP$ , siue base  $DEF$ , & superficie  $NR$ , media

proportionali inter bases, vel dicta quadrata collectam, Productus enim nu-

merus triplus erit frusti pyramidis  $ABCDEF$ ; ideoque tertia producti pars

area erit prædicti frusti. *c* Quoniam enim prisma, quod fit ex  $GH$ , altitu-

dine pyramidis in basem  $ABC$ , siue quadratum  $KM$ , triplum est pyramidis

$ABCDEFH$ : erit quoque parallelepipedum factum ex  $GI$ , in quadratum

$KM$ , una cum parallelepipedo factum ex  $IH$ , in idem quadratum  $KM$ , triplum

pyramidis eiusdem. *d* Est autem & ablatum parallelepipedum factum ex

$IH$ , in basem  $DEF$ , hoc est, in quadratum  $NP$ , triplum ablate pyramidis

$DEFH$ . *e* Igitur & reliquum, quod fit ex  $GI$ , in quadratum  $KM$ , una cum

ijs, quæ fiunt ex  $IH$ , in  $KP$ , & in  $RM$ , triplum erit frusti reliqui  $ABCDEF$ .

*f* *Q*UIA vero æquales superficies  $ABC$ ,  $KM$ , ad superficies æquales

$DEF$ ,  $NP$ , eandem habent proportionem; erit permutando  $ABC$ , ad  $DEF$ ,

ut  $KM$ , ad  $NP$ . *g* ideoque latus  $AB$ , ad latus  $DE$ , erit, ut latus  $KN$ , ad latus

$NQ$ , & diuidendo (subtrahita recta  $AS$ , æquali ipsi  $DE$ , ex  $AB$ ,)  $SB$ , ad  $DE$ ,

ut  $KQ$ , ad  $QN$ . Est autem, ut Num. 1. demonstrauimus, ut  $SB$ , ad  $DE$ , ita  $GI$ ,

ad  $IH$ . Igitur erit etiam ut  $KQ$ , ad  $QN$ , ideoque ut  $MO$ , ad  $ON$ , ita  $GI$ ,

ad  $IH$ . *h* Sed ut  $KQ$ , ad  $QN$ , ita est  $KP$ , ad  $PN$ : Et ut  $MO$ , ad  $ON$ , ita

$MR$ , ad  $RN$ . Igitur erit quoque, ut  $GI$ , ad  $IH$ , ita tam  $KP$ , ad  $PN$ , quam

$MR$ , ad  $RN$ . Contractis ergo hisce magnitudinibus ad numeros, *i* erit nu-

merus factus ex  $GI$ , primo in  $PN$ , quartum, æqualis ei, qui fit ex  $IH$ , se-

cundo in  $KP$ , tertium. Item numerus factus ex  $GI$ , primo in  $RN$ , quartum

æqualis ei, qui fit ex  $IH$ , secundo in  $MR$ , tertium: *k* Ac propterea duo,

qui fiunt ex  $GI$ , in  $PN$ , & ex  $GI$ , in  $RN$ , æquales erunt duobus, qui fiunt

ex  $IH$ , in  $KP$ , &  $IH$ , in  $MR$ . Adiecto ergo communi, qui fit ex  $GI$ , in

$KM$ , erunt tres, qui fiunt ex  $GI$ , in  $KM$ , & in  $PN$ , & in  $RN$ , æquales tri-

bus, qui fiunt ex  $GI$ , in  $KM$ , & ex  $IH$ , in  $KP$ , & in  $MR$ . Sed hi posteriores

tres tripli sunt frusti pyramidis  $ABCDEF$ , ut ad finem Num. 3. demonstrui-

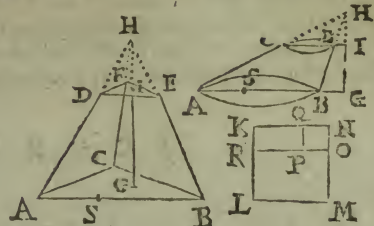
mus. Ergo & priores tres, qui nimirum fiunt ex  $GI$ , altitudine frusti in

$KM$ , & in  $PN$ , & in  $RN$ , hoc est, in summam ex  $KM$ , basi  $ABC$ , æquali,

& ex  $PN$ , basi  $DEF$ , æquali, & ex  $RN$ , media proportionali inter bases col-

lectam, tripli erunt eiusdem frusti: ideoque tertia eorum pars æqualis erit

area



*a* 1. sexti.

*b* 7. quinti.

*c* 7. duodec.

*d* 7. duodec.

*e* 5. quinti

*f* 7. quinti.

*g* 2. sexti.

*h* 1. sexti.

*i* 19. sept.

*k* 2. proxi.



areae frusti. quod erat demonstrandum.

5 EADEM ratione frustum Coni ABDC, producet ex altitudine GI, in summā ex base AB, & base CD, & superficie media proportionali inter bases collectam: ut constat, si concipiantur quadrata KM, NP, bassibus æqualia, & proinde superficies RN, media proportionalis inter bases, &c.

## S C H O L I V M.

Soliditas  
muri.

1 SI ea, quæ hætenus dicta sunt, rebus materialibus accommodentur, licebit nobis per cap. 1. metiri murum quemcunque vniiformis crassitie, tamquam parallelepipedum quoddam, cuius longitudo eadem sit, quæ longitudo muri: latitudo vero eadem quæ muri latitudo: altitudo denique, siue profunditas eadem, quæ altitudo muri.

E A D E M Q V E ratione metiemur frustum alicuius marmoris, vel alterius saxi, tamquam prisma quodpiam, si vniiformem habeat crassitiem, lateraque ad bases sint recta.

Soliditas  
alicuius fru-  
stus marmoris

N O N aliter saccum tritici, tamquam Cylindrum quendam, dimeti- mur, plus minus. Nam cum saccus non sit accuratus Cylindrus, vera eius mensura haberi non potest.

Capacitas  
sacci tritici.

2 R V R S V S per caput 2. aceruum tritici, tamquam conum aliquem, eodem modo, plus minus, metiri licebit. Itaque si cognoscemus, quot grana, vel libræ tritici in cubo, verbi gratia, vnius palmi contineantur, multipliceturque grana, vel libræ vnius cubi in numerum cuborum, qui in toto sacco, vel aceruo reperti sunt, producet numerus granorum, vel librarum in eodem sacco, vel aceruo existentium.

Capacitas  
acerui tritici.

3 S I C etiam, si detur vas aliquod excavatum in modum parallelepipedum, aut Cylindri, sciemus eius capacitatem, si eius parallelepipedum interius aut Cylindrum, non secus, ac si solida figura esset, metiemur: ita ut si cognitum fuerit, quot mensuræ aquæ alterius vel liquoris in cubo, verbi gratia, vnius palmi contineantur, ignorari non possit, quot mensuræ in cubis in toto vase contentis comprehendantur, si nimirum mensuræ vnius cubi ducantur in numerum cuborum, quos in vase comprehendi inuenimus.

Capacitas  
vasis excava-  
ti.

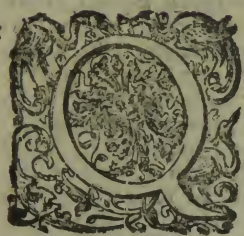
Soliditas va-  
sis excavati

4 D E N I Q V E si desideretur soliditas alicuius vasis, quod tam interius, quam exterius forniam habeat parallelepipedum, seu prismatis, Cylindricæ, metienda erit utraque figura tum interior, tum exterior. Si namque illa ex hac detrahatur, reliqua fiet soliditas vasis excavati.

DE

LIBER QVINTVS. 233  
DE AREA QVINQVE COR-  
porum regularium.

Caput IIII.



QVINQVE tantum sunt corpora regularia, Tetraedrum, Hexaedrum, Octaedrum, Dodecaedrum, & Icosaedrum, ut in scholio propof. 18. lib. 13. Euclid. demonstrauimus: quæ sic ab Euclide lib. 11. definiuntur.

TETRAEDRVM est figura solida sub quatuor triangulis æqualibus, & æquilateris contenta. qualem figuram exprimit pyramis triangularis æquilatera.

HEXAEDRVM est figura solida sub sex quadratis æqualibus contenta. qualem refert cubus, seu parallelepipedum basium quadratarum, in quo omnes tres dimensiones sunt æquales.

OCTAEDRVM est figura solida sub octo triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.

DODECAEDRVM est figura solida sub duodecim pentagonis æqualibus, & æquilateris, & æquiangulis contenta.

ICOSAEDRVM est figura solida sub 20. triangulis æqualibus, & æquilateris contenta.

2 CVBI siue Hexaedri aream gigni ex multiplicatione lateris in se, & iterum in productum, cap. 1. Num. 3. docuimus. Item pyramidem, seu Tetraedrum produci ex eius altitudine (quæ mechanice cognoscetur, ut cap. 2. Num. 2. traditum est) in tertiam basis partem: vel ex eius base in tertiam partem altitudinis, declarauimus cap. 2. Num. 1. Quod si Geometricè inuenire lubeat altitudinem Tetraedri, ita faciemus. Quoniam quadratum diametri sphæræ Tetraedrum ambientis est, ut 2. ad 3. a quod diameter sit potentia sesquialtera lateris pyramidis: Si fiat, ut 2. ad 3. ita quadratum lateris Tetraedri ad aliud, prodibit quadratum diametri sphæræ, eiusque quadrati quadrata radix diametrum ipsam exhibebit, b cuius duæ tertiæ partes altitudinem Tetraedri offerent.

3 QVONIAM vero Octaedrum diuiditur in duas pyramides similes, & æquales, quarum basis communis est quadratum à latere descriptum: si vtriusque pyramidis inuestigetur area, ignorari non poterit area Octaedri, cum ex areis illarum pyramidum conflata sit. Producentur autem area illarum duarum pyramidum, si quadratum lateris Octaedri ducatur in diametrum Octaedri, & producti numeri tertia pars capiatur. quia productus ille numerus ex quadrato lateris Octaedri in eiusdem diametrum, est parallelepipedum duarum illarum pyramidum triplum: d propterea, quod semissis illius parallelepipedum eandem habens basem, & altitudinem, cum vtrilibet pyramidum, tripla est vnius pyramidis. Diameter porro Octaedri, quæ à diametro sphæræ, vel quadrati lateris Octaedri non differt, inuenietur, si ex duplo quadrati lateris radix quadrata eruatur; e quod

G g tam

Area cubi,  
et Tetraedri

Altitudo Tetraedri.  
a 13. tertij  
decimi.

b 2. coroll.  
13. tertij de.  
c 2. coroll.  
14. tertij de.  
Area octaedri.

d coroll. 7.  
duodec.  
Diameter octaedri.  
e schol. 47.  
primi.



214. *terrij-  
dec.* tam quadratum ex diametro quadrati descriptum duplum sit quadrati lateris, & quam quadratum diametri sphaerae quadrati lateris Octaedri. Semissis vero huius diametri, altitudo erit vtriusvis Pyramidis. Quare si hæc altitudo ducatur in tertiam partem quadrati lateris, produceretur area vnius pyramidis, id est, semissis Octaedri: proinde duplum huius pyramidis area totius Octaedri indicabit.

Area dodecaedri.

4 DEINDE quia ductis ex centro Dodecaedri ad omnes eius angulos rectis lineis, Dodecaedrum in 12. pyramides pentagonas æquales diuiditur; si area vnius pyramidis per cap. 2. inuenta multiplicetur per 12. procreabitur area totius Dodecaedri. Vt autem vnius pyramidis area habeatur, necesse est, & aream basis pentagonæ inuestigare ex latere dato, per ea, quæ lib. 4. cap. 5. scripsimus, & pyramidis altitudinem, vt iam docebo. Ex superiori plano producto demittatur ad planum basis oppositæ linea perpendicularis: Huius enim semissis diligenter inquisita in partibus lateris Dodecaedri, per instrumentum partium lib. 1. cap. 1. constructum, dabit pyramidis altitudinem quæsitam, quemadmodum & rota perpendicularis altitudinem Dodecaedri exhibet: Quam tamen Geometrice ita quoque deprehendemus.

b 3. *quinti  
dec.*

c 12. *trian.  
rectil.*

d 15. *terrij-  
dec.*

Perpendicu-  
laris e cen-  
tro sphaeræ ad  
basem Dode-  
caedri.

e 3. *triang.  
rectil.*

Semidiamete-  
ter circuli  
pentagoni  
Dodecaedri  
circumscriben-  
tis.

f 10. *terrij-  
dec.*

Area Icosae-  
dri.

b Quia cubus in Dodecaedro descriptus eadem sphaera, qua Dodecaedrum, comprehenditur, eiusque latus vnum angulum Pentagoni Dodecaedri subtendit; ideoque eadem diameter est sphaeræ, Dodecaedri, & cubi: c Si recta subtendens angulum pentagoni inuestigetur, habebitur latus cubi. d Et quia diameter sphaeræ potentia est triplum lateris cubi, si quadratum lateris cubi inuenti triplicetur, habebitur quadratum diametri sphaeræ, vel cubi, cuius radix quadrata ipsam diametrum dabit. Cum ergo diameter Dodecaedri, & altitudo eiusdem centra basium oppositarum coniungens se in centro secent bifariam, venabimur semissem huius altitudinis, nimirum altitudinem pyramidis quæsitam, hac ratione. Concipiatur triangulum rectangulum, cuius basis est semidiameter Dodecaedri nota, cum tota diameter proxime cognita sit, latera vero circa angulum rectum, altitudo pyramidis, & semidiameter circuli basem Dodecaedri circumscribentis. Cum ergo semidiameter hæc cognosci possit, ex ijs, quæ lib. 4. cap. 5. docuimus, e cognoscetur quoque reliquum latus, altitudo videlicet pyramidis, quam quærimus. Porro semidiameter prædicti circuli pentagonum Dodecaedri circumscribentis ita quoque reddetur nota. Quoniam latus pentagoni subtendit in eo circulo grad. 72. & latus Decagoni grad. 36. cognita erunt hæc latera in partibus sinus totius. Si ergo fiat, vt latus pentagoni in partibus sinus totius cognitum ad idem latus notum ex hypothese, ita latus Decagoni in iisdem partibus sinus totius cognitum ad aliud, prodibit Decagoni latus in mensura lateris pentagoni, cognitum. f Et quia latus pentagoni potest latera decagoni, & Hexagoni eiusdem circuli, si quadratum lateris Decagoni proxime cogniti detrahatur ex quadrato lateris pentagoni, reliquum fiet quadratum lateris Hexagoni, id est, semidiametri, ideoque eius radix quadrata semidiametrum exhibebit notam.

5 POSTREMO quia ductis ex centro Icosaedri ad omnes eius angulos rectis lineis, Icosaedrum in 20. pyramides triangulares æquales diuiditur; si area vnius pyramidis per cap. 2. inuenta multiplicetur per 20. gignetur totius Icosaedri area ex illis 20. pyramidibus conflata. Vt autem vnius pyramidis area obtineatur, inuestiganda primum erit area basis triangularis, ex ijs, quæ lib. 4. cap. 2. Num. 4. & 5. scripsimus. Deinde altitudo pyrami-



pyramidis mechanice, hoc pacto. Ex superiori plano producto, hoc est, ex inferiori superficie alicuius plani, quod corporis supremæ basi imponeretur, ad platum basis oppositæ perpendicularis demittatur. Hæc enim accurate dimensa altitudinem Icosaedri dabit, eiusque semissis altitudinem pyramidis, quæ quæritur. Quam Geometrice ita etiam explorabimus. Fiat pentagonum ex 5. lateribus Icosaedri, inuestigeturque eius semidiameter, & latus Decagoni in circulo illud pentagonum circumscribente, in partibus, in quibus latus Icosaedri datum est, hæc scilicet ratione. Concipiatur triangulum rectangulum, cuius basis semidiameter dicti circuli, latera vero semissis lateris pentagoni, hoc est, Icosaedri, & perpendicularis a centro ad punctum medium dicti lateris demissa. Ita namque cognoscetur semidiameter, ex ijs, quæ lib. 4. cap. 5. Num. 2. tradita sunt. Latus vero Decagoni in eodem circulo descripti reperietur, ut paulo ante circa finem Num. 4. dictum est. *a* Et quia diameter sphaeræ, siue Icosaedri potentia est quintupla inuentæ semidiametri; si quadratum semidiametri inuentæ quintupletur, procreabitur quadratum diametri Icosaedri, cuius radix quadrata diametrum offeret, ideoque & semidiameter Icosaedri nota erit. Vel aliter. *b* Quoniam diameter sphaeræ, id est, Icosaedri, componitur ex latere Hexagoni, & duobus lateribus decagoni in circulo pentagonum ex quinque lateribus Icosaedri compositum circumscribente: erit summa collecta ex semidiametro illius circuli, & duobus lateribus decagoni, diametro Icosaedri æqualis: ideoque rursus semidiameter Icosaedri nota erit.

HINC pater, Orontium cum illis, qui ipsum sequuntur, decipi, qui putat, ex semisse semidiametri illius circuli, & ex latere decagoni componi semiaxem Icosaedri, hoc est, axem, vel altitudinem pyramidis, cuius basis triangulum Icosaedri, & vertex centrum sphaeræ. Nam ut ex ijs constet, quæ proxime scripsimus, eo modo componitur semidiameter sphaeræ, vel Icosaedri, quæ maior est prædicto axe. Semidiameter porro circuli prædictum pentagonum circumscribentis reperiri quoque poterit, ut ad finem Num. 4. diximus, si nimirum quadratum lateris decagoni ex quadrato lateris dicti pentagoni, quod à latere Icosaedri non differt, tollatur, & reliqui numeri radix quadrata extrahatur: & propterea quod latus pentagoni potest latera decagoni, & hexagoni eiusdem circuli.

I A M vero cognita semidiametro Icosaedri, inueniemus altitudinem pyramidis, cuius basis est triangulum Icosaedri, & vertex eiusdem centrum, hoc modo. Quoniam diameter Icosaedri, eiusdemque altitudo se se in centro secant bifariam, concipiatur triangulum rectangulum, cuius basis est semidiameter Icosaedri proxime cognita, latera vero circa angulum rectum, altitudo pyramidis, & semidiameter circuli basem Icosaedri circumscribentis. Cum ergo hæc semidiameter cognosci possit ex ijs, quæ lib. 4. cap. 5. docuimus, & cognoscetur quoque latus reliquum pyramidis, videlicet altitudo, quæ inquiritur, Semidiameter porro circuli basem triangularem Icosaedri circumscribentis efficietur hoc etiam pacto cognita. *e* Quoniam trianguli æquilateri latus potentia triplum est semidiametri illius circuli; si quadratum lateris Icosaedri diuidatur per 3. erit Quotientis radix quadrata, semidiameter quæsitæ.

6 EADEM hac arte, quæ in Dodecaedro, & Icosaedro exposita est, areas Tetraedri, cubi, & Octaedri inuestigare licebit, si, lineis ex eorū centris ad om-

31. corol. 16.  
tertij. dec.

62. corol. 16.  
tertij. dec.

Error Orontij.

c 10. tertij.  
dec.

Perpendicularis è centro sphaeræ ad basem Icosaedri.

d 3. triang. rectil.  
e 12. tertij.  
dec.

Semidiameter circuli triangularem Icosaedri circumscribentis.

G g a ues



Area Tetraedri, cubi, & Octaedri aliter inuentæ.

a 13. tersij-dec.

b2. corol. 13. tersij-dec.

Perpendicularis è centro sphæræ ad basẽ Tetraedri, cubi, & Octaedri.

c 14. tersij-dec.

In quocũquẽ gũla diuidũtur omnes bases cuiusuis corporis regularis ex eorũ cẽtris.

nes angulos ductis, in pyramides æquales distribuuntur. Tetraedrum nimirum in 4. pyramides triangulares; cubus in 6. quadrangulares; & Octaedrum in 8. triangulares. Inuenta namque per cap. 2. in quolibet area vnius pyramidis, si ea in numerum basium corporis regularis ducatur, insurget totius corporis area. Vt autem area vnius pyramidis habeatur, inquirenda prius erit altitudo ipsius, vt ducta in tertiam basis partem pyramidis aream producat. Altitudo ergo hæc in Tetraedro sic reperietur. a Quoniam diameter sphæræ Tetraedrum ambientis potentia est sesquialtera lateris Tetraedri: si fiat, vt 2. ad 3. ita quadratum lateris Tetraedri dati ad aliud, prodibit quadratum diametri sphæræ, cuius radix quadrata ipsam diametrum ostendet. b Huius autem diametri sexta pars, altitudo erit pyramidis quæsitæ, recta videlicet perpendicularis è centro sphæræ in basem Tetraedri demissa.

IN cubo vero dicta altitudo semissi lateris cubi æqualis est, quod perpendicularis è centro sphæræ in basem cubi demissa æqualis sit semissi lateris cubi, vt liquet.

IN Octaedro denique eadem altitudo sic deprehendetur. c Quoniam diameter sphæræ est potentia dupla lateris Octaedri: si fiat, vt 1. ad 2. ita quadratum lateris Octaedri dati ad aliud, procreabitur quadratum diametri sphæræ, vel Octaedri. Huius ergo radix quadrata dabit diametrum, ideoque semidiameter non ignorabitur. Hinc altitudo pyramidis quæsitæ, hoc est, perpendicularis è centro sphæræ in basem Octaedri demissa, elicietur ea ratione, quam in Icosaedro ad finem Num. 5. explicauimus.

7 NON videtur autem omittenda alia ratio dimetiendi omnia quinque corpora regularia, quæ quidem in lib. 14. Euclid. demonstrata est, & est eiusmodi. Primum quæratursuperficies conuexa cuiusque corporis, ex eius latere cognito, etiam si nullius basis area inuestigetur: hoc videlicet pacto. Quoniam quælibet basis cuiusuis corporis diuiditur per rectas ex centro basis ad omnes angulos ductas in tot triangula æqualia, quot anguli, vel latera in base continentur: si ducatur hic numerus triangulorum in numerum basium corpus regulare, quod propositum est, ambientium, habebitur numerus omnium huiusmodi triangulorum in tota superficie conuexa contentorum. Vt quia basis quadrata cubi ABCD, diuisa est in quatuor triangula ex centro E, continebuntur 24. eiusmodi triangula in 6. basibus. Item quia basis triangularis Tetraedri, Octaedri, & Icosaedri ABC, ex centro D, distributa est in 3. triangula, existunt in 4. basibus Tetraedri 12. eiusmodi triangula, & 24. in 8. basibus Octaedri, & 60. in 20. basibus Icosaedri. Denique quia basis pentagona Dodecaedri ABCDE, resoluta est ex centro F, in 5. triangula, complectentur 12. bases Dodecaedri 60. eiusmodi triangula.



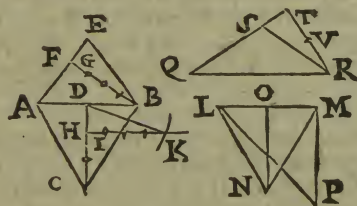
DEIN-



DEINDE quia rectangulum contentum sub perpendiculari è centro bas-  
 sis in latus demissa, & sub vno latere, æqualem est duobus eiusmodi trian-  
 gulis, *a* propterea quod vnus duplū est: erit in cubo rectangulum illud duo-  
 decies sumptum toti superficiei cubi æquale: In Tetraedro vero sexies sum-  
 ptum totam Tetraedri superficiem conficiet: In Octaedro deinde duode-  
 cies acceptum toti superficiei Octaedri ad æquabitur: At in Dodecaedro,  
 & Icosaedro tricies sumptum superficiei toti tam Dodecaedri, quam Ico-  
 saedri æquale erit. Dicta autem perpendicularis EF, in base cubi æqualis  
 est semissi lateris cubi AB, *b* Quoniam enim perpendicularis EF, secat la-  
 tus AB, bifariam, *c* estque ipsi AF, æqualis, quod anguli FAE, FEA, se-  
 mirecti sint; constat EF, semissi lateris cubi esse æqualem. Perpendicu-  
 laris autem DE, in base Tetraedri; Octaedri, & Icosaedri, *d* semissis est se-  
 midiametri CD. *e* Cum ergo latus AC, sit potentia triplum semidiametri  
 CD: Si fiat, vt 3. ad 1. ita quadratum lateris dati AC, ad aliud, prodibit qua-  
 dratum semidiametri CD, cuius radix quadrata ipsam CD, indicabit, eius-  
 que semissis perpendicularem DE, exhibebit. Perpendicularis denique FG, in  
 base Dodecaedri semissis est summæ ex semidiametro AF, & latere decago-  
 ni circuli ABD, collectæ. quod latus decagoni cognoscetur, vt ad finem  
 Num. 4. traditum est.

8 QVIA vero solidum, quod sit ex perpendiculari è centro cuiuscum-  
 que corporis regularis ad aliquam eius basem ducta in tertiam partem su-  
 perficiei ipsius corporis, ipsi corpori æquale est; si inuestigetur superficies  
 conuexa dati corporis regularis, vt proxime docuimus, atque in tertiam  
 eius partem ducatur altitudo vnus pyramidum, in quas corpus ipsum  
 per rectas è centro ipsius ductas diuiditur, (quæ altitudo reperietur, vt su-  
 pra tradidimus) hoc est, perpendicularis è centro corporis in eius basem  
 demissa, procreabitur area, siue soliditas ipsius corporis. Quæ etiam obtinebi-  
 tur, si dicta altitudo ducatur in totam superficiem conuexam, & producti ter-  
 tia pars capiatur.

8 ITAQVE vt vides, tota difficultas, in corporibus regularibus dime-  
 tiendis consistit fermè tota in altitudine pyramidis basem habentis ean-  
 dem cum corpore, verticem autem in centro sphæræ, exquirenda: cuius  
 quidem inuentio Geometrica per numeros molestissima est, propter radi-



ces surdas, & numeros fractos, quorum numeratores, denominatoresque  
 nimis magni sunt, adeo vt operæ pretium videatur esse eandem mechanicè  
 explorare, vt ad initium Num. 2. 4. & 5. diximus, præsertim si exquisita  
 diligentia in ea per instrumentum partium dimetienda adhibeatur. Sed  
 quia non semper in promptu habemus corpora regularia, vt mechanicè  
 cam

a 41. primi.  
 Superficies  
 regularium  
 corporū &  
 perpendicu-  
 lares basiū.  
 b schol. 26.

c 6. primi.  
 d 2. corol. 12.  
 e 12. tertij-  
 dec.

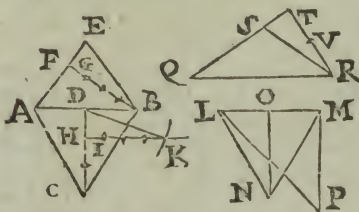
f 1. quartæ-  
 dec.

g schol. 20.  
 tertijdec.  
 Arcæ corpo-  
 rum regula-  
 rium aliter  
 inuentæ.



eam altitudinem consequi possimus, libet rationem quandam nouam; eamque facillimam hic præscribere, qua sine molestia illa numerorum, eadem illa altitudo per lineas inueniatur, etiamsi corpus regulare non ad-

fit, sed solum eius latus datum sit, ac cognitum. Sit ergo primo datū latus Tetraedri  $AB$ , quocunque palmorum, construaturque triangulum æquilaterum  $ABC$ , pro base Tetraedri: Diuiso autem latere  $AB$ , bifariam in  $D$ , iungatur recta  $CD$ , quæ ad  $AB$ , perpendicularis erit. Constructo quoque Isoscele  $ABE$ , cuius utrumq. latus re-



a schol. 26.  
primi.

Altitudopy-  
ramidis Te-  
traedri.

b2. corol. 13.  
tertij dec.  
c2. corol. 13.  
tertij dec.

d1. corol. 13.  
tertij dec.

e schol. 26.  
primi.

Altitudopy-  
ramidis O-  
ctaedri.

ctæ  $CD$ , æquale sit, demittatur ad  $AE$ , perpendicularis  $BF$ , cuius quarta pars sit  $FG$ . Dico  $FG$ , altitudinem esse vnius pyramidis, hoc est, æqualem esse perpendiculari ex centro sphære Tetraedro circumscriptæ ad vnam basem deductæ. Quoniam enim, vt ad finem Euclidis ex Hypsicla demonstra- uimus,  $E$ , angulus est inclinationis vnius basis Tetraedri ad alteram, estque  $EB$ , perpendiculari  $CD$ , æqualis: si triangulum  $BFE$ , concipiatur circa  $EF$ , moueri, donec rectum sit ad basem Tetraedri, cadet punctum  $B$ , in verticem Tetraedri; ac proinde perpendicularis  $BF$ , altitudo erit Tetraedri. *b* Et quia altitudo Tetraedri duas partes tertias diametri sphære continet: si semidiameter ponatur 6. erit altitudo  $BF$ , 4. & semidiameter 3. *c* Cum ergo altitudo vnius pyramidis sit tertia pars semidiametri, erit  $BG$ , semidiameter, &  $GF$ , altitudo vnius pyramidis. Quam etiam inueniemus, licet Isosceles  $AEB$ , non extruatur, hoc modo. Sumpta  $DH$ , tertia parte perpendicularis  $CD$ , excitetur ad  $CD$ , perpendicularis  $HK$ , quæ ex  $D$ , ad interuallum  $CD$ , secetur in  $K$ . Dico  $HI$ , quartam partem ipsius  $HK$ , esse altitudinem vnius pyramidis. Erecto enim triangulo  $DHK$ , supra basem Tetraedri  $ABC$ , cadet punctum  $K$ , in verticem Tetraedri, quod  $DK$ , ducta æqualis sit perpendiculari ex medio latere ad angulum basis oppositum ductæ. Ergo vt prius,  $HK$ , altitudo erit Tetraedri, &  $HI$ , perpendicularis ex centro sphære in  $H$ , centrum basis cadens. *d* Nam  $DH$ , tertia pars perpendicularis  $CD$ , in centrum trianguli cadit.

SIT deinde datum latus Octaedri  $LM$ , supra quod construatur triangulum æquilaterum  $LMN$ , pro base Octaedri. Diuiso autem latere  $LM$ , bifariam in  $O$ , iungatur recta  $NO$ , quæ ad  $LM$ , erit perpendicularis. Constructo iam Isoscele  $QRS$ , supra basem  $QR$ , æqualem diametro sphære, vel quadrati ex latere Octaedri descripti, (quæ habebitur, si educatur perpendicularis  $MP$ , lateri  $LM$ , æqualis. Iuncta enim recta  $L'P$ , diameter erit illius quadrati, vel sphære.) utrumque laterum  $QS$ ,  $RS$ , æquale habens perpendiculari  $NO$ ; ducatur ex  $R$ , ad  $QS$ , perpendicularis  $RT$ , quæ bifariam secetur in  $V$ . Dico  $TV$ , esse altitudinem pyramidis quæ sitam, hoc est, æqualem esse perpendiculari ex centro sphære ad vnam basem Octaedri cadenti. Quoniam enim, vt ad finem Euclidis ex Hypsicla demonstrauimus, angulus  $QSR$ , inclinationem vnius basis ad alteram indicat, estque obtusus, erit perpendicularis  $RT$ , cadens ad partes anguli acuti  $RST$ , æqualis altitudini Octaedri, id est, perpendiculari basium O-

ctæ-

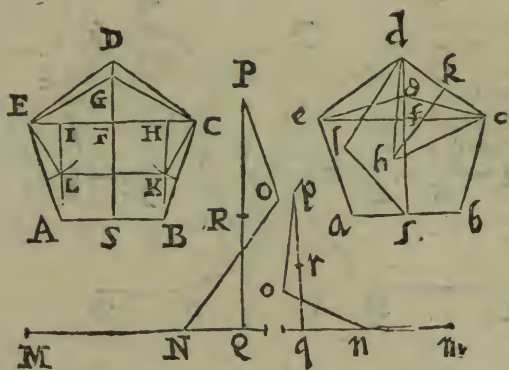
taedri oppositarum centra connectenti, vt ex Octaedro materiali perspicuum est: Ac propterea eius semissis TV, altitudo erit pyramidis quæ sita, quod altitudo Octaedri bifariam secetur in centro.

SI detur latus cubi, siue hexaedri, erit eius semissis altitudo pyramidis quæ sita: propterea quod cubi altitudo eiusdem lateri sit æqualis.

Altitudo pyramidis cubi.

DATVM iā sit AB, latus Dodecaedri, supra quod extruatur pentagonum æquilaterum, & æquiangulum A B C D E, pro base Dodecaedri. Iuncta, autem recta CE, a quæ latus erit cubi in Dodecaedro, & in eadem cum ipso sphæra descripti, b atque lateri AB, parallela: secetur AB, bifariam in S, connectaturque recta S D. c quæ angulum CDE, bifariam secabit: d ac proinde & rectam CE, bifariam, & ad angulos rectos diuidet: ideoque & anguli ad S, recti erunt. Fiat supra CE, Isosceles C G E, cuius vtrumque laterum CG, EG, perpendiculari SE, sit æquale. Sumptis quoque FH,

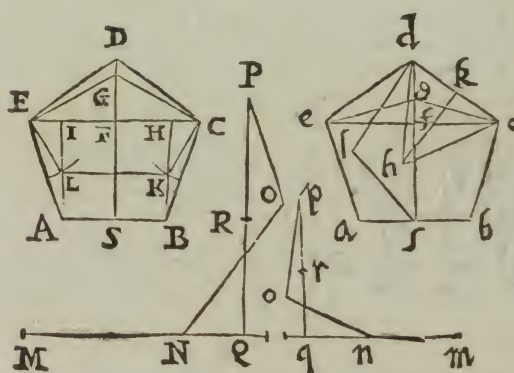
22. corol. 17. terijdec. b coroll. 8. quintidec. c schol. 12. quarti. d 4. primi



FI, semissi lateris AB, æqualibus, erigantur ad EC, perpendiculares 'H K', IL, quæ ex C, E, ad intervallum FD, secantur in K, L, iunganturque rectæ E L, C K. His paratis, fiat angulo CGE, æqualis angulus MNO, ponaturque NO, ipsi SD, æqualis: Item angulo ELK, fiat æqualis angulus NOP, ponaturque OP, lateri AB, æqualis: ac tādē demittatur ex P, ad MN, perpendicularis PQ, quæ bifariam secetur in R. Dico RQ, altitudinem esse pyramidis vnius in Dodecaedro. Nam quia, vt ad finem Euclidis ex Hypsicle demonstrauimus, angulus CGE, inclinationem vnius basis ad alteram metitur, si MN, concipiatur esse perpendicularis, quæ in base infima ex angulo pentagoni ad medium punctum lateris oppositi ducitur, respondebit NO, perpendiculari, quæ in pentagono ad illam basem inclinato ex eodem medio puncto ad oppositum angulum ducitur: propterea quod angulum MNO, angulo inclinationis CGE, & rectam NO, perpendiculari SD, æqualem po-



posuimus. Recta autem  $OP$ , referet latus Dodecaedri inter angulum dicti pentagoni inclinati, & angulum supremæ basis positum: propterea quod recta  $OP$ , posita est æqualis lateri Dodecaedri, & angulus  $NOP$ , angulo  $ELK$ , qui quidem æqualis est illi, quem dictum latus efficit cum perpendiculari ex angulo supradicti pentagoni inclinati ad basem in medium punctum lateris oppositi ductæ, ut constat, si una basis cubi Dodecaedro inscripti intelligatur dicto lateri dodecaedri substrata, ita ut duo latera basis cubi subtrahant duos angulos duorum pentagonorum, quorum unum ad basem Dodecaedri inclinatum est, alterum vero supremum in Dodecaedro. Erit enim tunc recta  $CE$ , æqualis rectæ duo puncta media duorum laterum dictorum basis cubi connectenti. Rectæ autem  $EL$ ,  $CK$ , respondebunt rectis ex eisdem punctis medijs laterum illorum basis cubi, ad angulos prædi-



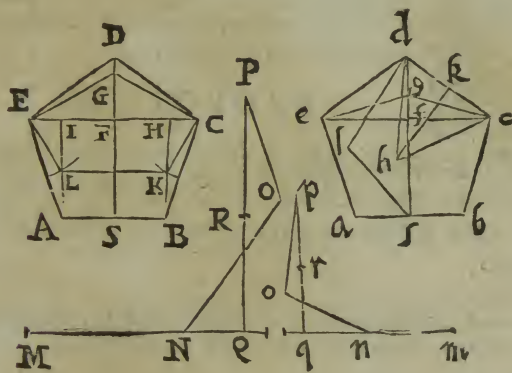
torum pentagonorum ductis: Ac proinde angulus  $ELK$ , æqualis erit ei, quem perpendicularis in pentagono inclinato cum prædicto latere Dodecaedri efficit. Ex quo fit punctum  $P$ , in plano supremæ basis existere, atque idcirco perpendicularem  $PQ$ , ad planum basis per  $MN$ , ductum demissam, æqualem esse altitudini Dodecaedri; eiusque semissem  $RQ$ , altitudinē unius pyramidis pentagonæ esse æqualem. Quæ omnia facile intelligentur, si Dodecaedrum aliquod materiale adhibeatur.

**DENIQUE** datum sit Icosaedri latus  $a b$ , supra quod extruatur pentagonum æquilaterum, & æquiangulum  $a b c d e$ , pro base pyramidis ex quinque basibus Icosaedri constatæ. Iuncta autem recta  $c e$ , secetur latus  $a b$ , in  $f$ , bisariam, & recta ducatur  $f d$ , quæ ut in Dodecaedro ostendimus proxime, perpendicularis erit ad utramque  $a b$ ,  $c e$ . Fiat supra latus Icosaedri  $c d$ , triangulum æquilaterum  $c d h$ , pro base una Icosaedri; & diuiso latere  $c d$ , bisariam in  $k$ , iungatur recta  $h k$ , quæ ad  $c d$ , erit perpendicularis. Præ-

a schol. 26.  
primi.

s. Præterea supra  $c e$ , fiat Isosceles  $c g e$ , cuius vtrumque laterum  $c g$ ,  $e g$ , perpendiculari  $h k$ , sit æquale. Post hæc supra  $f d$ , constituitur triangulum  $f d l$ , cuius latus  $f l$ , perpendiculari  $h k$ , & latus  $d l$ , lateri Icosædri  $a b$ , sit æquale. Denique angulo  $c g e$ , fiat æqualis angulus  $m n o$ , & recta  $n o$ , perpendiculari  $h k$ , æqualis: Item angulus  $n o p$ , angulo  $d l s$ , rectaque  $o p$ , lateri Icosædri  $a b$ , æqualis. Dico perpendicularem  $p q$ , ad  $m n$ , demissam, esse altitudinem Icosædri, eiusque semissem  $r q$ , altitudinem vnius pyramidis in Icosædro. Quia enim, vt ex Hypsicla ad finem Euclidis demonstrauiamus, angulus  $c g e$ , metitur inclinationem vnius basis ad alteram, si  $m n$ , concipiatur esse perpendicularis, quæ in base infima Icosædri ex angulo trianguli ad medium punctum lateris oppositi ducitur, respondet  $n o$ , perpendiculari, quæ in triangulo ad illam basem inclinato ex eodem medio puncto ad angulum oppositum ducitur: propterea quod angulum

Altitudo pyramidis Icosædri.



$m n o$ , angulo inclinationis  $c g e$ , & rectam  $n o$ , perpendiculari  $h k$ , æqualem fecimus: Recta vero  $o p$ , referet latus Icosædri inter angulum dicti trianguli inclinati, & angulum supremæ basis positum; propterea quod recta  $o p$ , posita est æqualis lateri Icosædri, & angulus  $n o p$ , angulo  $d l s$ : a qui quidem æqualis est illi, quem dictum latus efficit cum perpendiculari ex angulo supradicti trianguli inclinati ad basem, in medium punctum lateris oppositi ducitur. Est enim recta  $d s$ , æqualis perpendiculari ex angulo pentagoni ad latus oppositum ductæ, & latera  $s l$ ,  $d l$ , æqualia perpendiculari in triangulo inclinato, & lateri Icosædri inter angulum supremum pentagoni prædicti, & angulum trianguli inclinati. Ex quo fit, punctum  $p$ , in plano supremæ basis existere: ac proinde perpendicularem  $p q$ , ad planum basis per  $m n$ , ductum demissam, æqualem esse altitudini Icosædri, eiusque

H h que

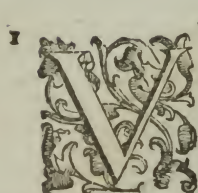
a 8. primi.



que semissem  $r$   $q$ , altitudini vnus pyramidis trigoni esse æqualem. Quæ omnia facile percipientur, si adhibeatur materiale aliquod Icosaedrum. Inuenta porro hoc modo altitudine pyramidis, cognoscenda eadem summa diligentia erit, beneficio instrumenti partium, in partibus lateris corporis regularis propositi.

## DE AREA SPHAERAE, INVENTIONE- que superficiei conuexæ eiusdem sphaeræ.

### Caput V.



**V** T sphaeræ aream, soliditatemue pluribus possimus vijs assequi, demonstranda prius erunt nonnulla ad eam rem valde necessaria, atque vtilia. quod sequentibus 7. propositionibus efficiemus.

### PROPOSITIO I.

**Q** V A M proportionem habent duæ quælibet partes aliquotæ magnitudinis cuiuscunque, eandem habent duæ similes partes alterius cuiusvis magnitudinis.

SIT enim A, eadem pars magnitudinis B, quæ C, magnitudinis D: Item E, eadem pars magnitudinis B, quæ F, magnitudinis D. Dico esse, vt

A	E	C	F
B		D	

A, ad E, ita C, ad F. Quoniam enim est, vt A, ad B, ita C, ad D, quod vtrobiue eadem proportio submultiplex posita sit. Item vt B, ad E, ita D, ad F; quod vtrobiue posita sit eadem proportio multiplex: erit ex æquo,

vt A, ad E, ita C, ad F. quod est propositum.

IDEM sequitur, si A, & C, sint ipsarum B, D, eadem partes plures non facientes vnā: Item, si E, & F, earundem B, D, sint eadem partes plures non facientes vnā, vt  $\frac{2}{3}$ . vel  $\frac{1}{2}$ . &c. Nam si verbi gratia A, C, sint  $\frac{2}{3}$ , ipsarum B, D, erit  $\frac{1}{3}$ . ipsius B, ad B, vt  $\frac{1}{3}$ . ipsius D, ad D. Igitur erunt quoque, vt  $\frac{1}{3}$ . ipsius B, hoc est, ipsa A, ad B, ita  $\frac{1}{3}$ . ipsius D, hoc est, ipsa C, ad D. Rursus si verbi gratia E, F, sint  $\frac{2}{3}$ , ipsarum B, D, erit, vt B, ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem B, ita D, ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem D. b Ac proinde vt B, ad  $\frac{2}{3}$ . id est, ad E, ita D, ad  $\frac{2}{3}$ . id est, ad F. Quare, vt prius, erit ex æquo, vt A, ad E, ita C, ad F.

a schol. 22.  
quinti.

b schol. 22.  
quinti.

CORO.

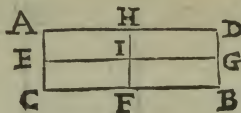
## COROLLARIUM.

SEQUITVR hinc, ita esse  $\frac{1}{4}$ . cuiusvis magnitudinis ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem, ut est  $\frac{1}{2}$ . cuiusvis alterius magnitudinis ad  $\frac{2}{3}$ . eiusdem. Quoniam enim, ut ostendimus, ita est  $\frac{1}{4}$ . prioris magnitudinis ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem, ut  $\frac{1}{2}$ . posterioris ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem. *a 1. quinti.* Ut autem  $\frac{1}{4}$ . posterioris ad  $\frac{1}{3}$ . ita sunt  $\frac{2}{4}$ . ad  $\frac{2}{3}$ . hoc est,  $\frac{1}{2}$ . ad  $\frac{2}{3}$ . Igitur erit ut  $\frac{1}{4}$ . prioris magnitudinis ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem, ita  $\frac{1}{2}$ . posterioris magnitudinis ad  $\frac{2}{3}$ . eiusdem.

## PROPOSITIO II.

RECTANGVLVM sub diametro, & circumferentia maximi circuli in sphæra comprehensum, quadruplum est circuli maximi, & superficiei conuexæ eiusdem sphære æquale.

SIT rectangulum AB, comprehensum sub diametro AC, & circumferentia CB, maximi in sphæra circuli. Dico rectangulum AB, quadruplū esse circuli maximi in sphæra, & superficiei conuexæ eiusdem sphære æquale. Sectis enim omnibus lateribus bifariam in E, F, G, H, iunctisque rectis EG, FH, secantibus se in I, diuisum erit totum rectangulum in quatuor equalia AI, CI, BI, DI, b quod rectæ EG, FH, rectis AD, AC, parallelæ sint. Ac proinde rectangulum AB, rectanguli CI, quadruplum erit. Est autem rectangulum CI, contentum sub CE, semidiametro, & semicircumferentia CF, circulo maximo, cuius nimirum diameter AC, æquale, ut lib. 4. cap. 7. Num. 1. demonstratum est. Igitur rectangulum AB, circuli maximi quadruplum est. Et quia eiusdem circuli maximi quadrupla est superficies conuexa sphære, per propof. 31. lib. 1. Archimedis de sphæra, & Cylindro: æquale erit rectangulum AB, conuexæ superficiei, quod erat demonstrandum. *b 33. primi. c 9. quinti.*



## COROLLARIUM.

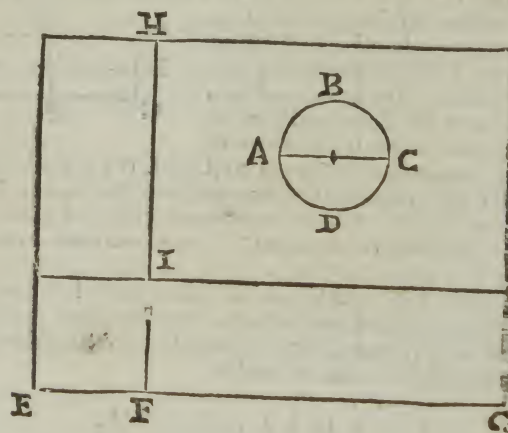
EX demonstratione liquet, rectangulum sub diametro cuiusvis circuli, (etiamsi non sit maximus in sphæra,) & circumferentia eiusdem, quadruplum esse ipsius circuli. Eadem enim semper demonstratio adhibebitur.



## PROPOSITIO III.

E A D E M est proportio quadrati circūferentiæ circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ, quæ circumferentiæ circuli maximi ad diametrum. Item eadem est proportio quadrati diametri maximi circuli in sphaera ad superficiem sphaeræ, quæ diametri ad circumferentiam eiusdem circuli maximi.

SIT circulus sphaeræ maximus ABCD, eiusque diameter AC. Dico ita esse quadratum ex circumferentia ABCD, descriptum ad superficiem sphaeræ, cuius diameter AC, ut est circumferentia ABCD, ad diametrum AC. Item ita esse quadratum diametri AC, circuli maximi in sphaera, ad superficiem sphaeræ, ut est diameter AC, ad circumferentiam ABCD. Sit enim EF, diametro AC, & recta FG, circumferentiæ ABCD, æqualis, & super FG, construatur quadratum GH, capiaturque FI, ipsi EF, æqualis; eritque



FI, quadratum diametri EF, vel AC. Perfecta autem figura, ut vides, erit tam rectangulum GI, sub semidiametro FI, maximi circuli, & circumferentia FG, quam rectangulum EH, sub diametro EF, eiusdem circuli maximi, & circumferentia FH, æquale, per præcedentē, superficiē conuexæ sphaeræ. Cum ergo sit, ut GH, quadratum ex circumferentia FG, descriptum ad rectangulam EH, superficiē conuexæ sphaeræ æquale, ita GF, circumferentia ad EF, diametrum circuli maximi, constat primum.

• ITEM

¶ I. sexti.

\* I T E M cum sit, vt E I, quadratum diametri EF, maximi circuli, ad IG. rectangulum superficiei conuexæ sphæræ æquale, ita EF, diameter maximi circuli ad FG, circumferentiam, patet id, quod secundo loco proponitur. a 1. sexti.

## COROLLARIUM.

HINC manifestum est ( id quod lib. 4. cap. 7. Num. 1. etiam demonstrauimus ) circuli aream gignitam ex  $\frac{1}{4}$ . diametri in totam circumferentiam, quam ex  $\frac{1}{4}$ . circumferentiæ in totam diametrum. Cum enim circulus A B C D, sit quarta pars rectanguli GL, quod hoc illius quadruplum sit ostensum propof. 2. b Contineatur autem quarta pars rectanguli G I, tam sub  $\frac{1}{4}$ . diametri F I, & circumferentia FG, quam sub  $\frac{1}{4}$ . circumferentiæ FG, & diametro FI, liquido constat, quod proponitur. Area circuli. b 1. sexti.

## PROPOSITIO IIII.

QVADRATVM circumferentiæ circuli maximi in sphæra ad superficiem sphæræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 71. minorem vero, quam 22. ad 7.

CVM enim per præcedentem sit, vt quadratum circumferentiæ maximi circuli ad superficiem conuexam sphæræ, ita circumferentia eiusdem circuli ad diametrum: e sit autem maior proportio circumferentiæ ad diametrum, quam  $3\frac{1}{7}\frac{0}{1}$ . ad 1. hoc est, quam 223. ad 71. minor vero, quam  $3\frac{1}{7}$ . ad 1. hoc est, quam 22. ad 7. liquet id, quod propositum est. c 2. de Dimens. circuli lib. 4.

## PROPOSITIO V.

QVADRATVM diametri circuli in sphæra maximi ad superficiem sphæræ conuexam, maiorem proportionem habet, quam 7. ad 22. minorem vero, quam 71. ad 223.

CVM enim per propof. 3. sit, vt quadratum diametri ad superficiem sphæræ, ita diameter ad circumferentiam: d Sit autem maior proportio diametri ad circumferentiam, quam 7. ad 22. ( e quod minor sit proportio circumferentiæ ad diametrum, quam 22. ad 7. ) minor verò, quam 71. ad 223. ( e quod maior sit proportio circumferentiæ ad diametrum, quam 223. ad 71. ) patet verum esse, quod proponitur. d 26. quinti e 2. de Dimens. circuli lib. 4.

PRO-



PROPORTIO cubi ex circumferentia maximi in  
sphæra circuli descripti, ad sphæram maior est, quā  
298374. ad 5041. minor autem, quam 2904. ad 49.

CVM enim sit per propof. 7. cap. 7. lib. 4. vt circumferentia maximi circuli in quauis sphæra, ad circumferentiam maximi circuli in quauis alia sphæra, ita diameter ad diametrum: *a* habeat autem cubus circumferentia prioris sphære ad cubum circumferentia sphære posterioris, proportionem triplicatam circumferentia ad circumferentiam; *b* Item sphæra prior ad posteriorem sphæram, proportionem triplicatam diametri ad diametrum: erit vt cubus ex circumferentia prioris sphære descriptus ad cubum ex posterioris sphære circumferentia descriptum, ita sphæra prior ad posteriorem sphæram; Et permutando, vt cubus circumferentia sphære prioris ad priorem sphæram, ita cubus circumferentia posterioris sphære ad sphæram posteriorem.

IAM vero, si circumferentia circuli maximi alicuius sphære sit 1. diuidaturq. per  $3\frac{1}{2}$ . producet diameter  $\frac{2}{3}$ . maior quam vera, ex coroll. propof. 2. de dimensione circuli. Si igitur eius semissis  $\frac{1}{3}$ . in  $\frac{1}{2}$ . semissem circumferentia ducatur, procreabitur area circuli maximi  $\frac{7}{8}$ . maior, quam vera: quæ rursus ducta in  $\frac{2}{3}$ . diametri inuentæ, (quæ etiam maior est, quam vera) nimirum in  $\frac{1}{6}$ . gignet, vt infra in regula 2. ostendam, soliditatē sphære  $\frac{1}{9}$ . hoc est  $\frac{1}{9}$ . maiorem tamen, quam veram. *c* Maior ergo erit proportio cubi ex circumferentia 1. descripti, qui cubus est 1. ad sphæram, quam ad  $\frac{1}{9}$ . Cum ergo sit 1. ad  $\frac{1}{9}$  vt 298374. ad 5041. (Quoniam enim ex propositione 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Euclid. eadem est proportio Numeratoris 5041. ad denominatorē 298374. quæ minutia  $\frac{1}{9}$  ad suum integrum 1. erit conuertendo, vt 298374. ad 5041. ita 1. ad  $\frac{1}{9}$ ) maior erit proportio cubi ex circumferentia 1. descripti, qui cubus est 1. ad sphæram, quam 298374. ad 5041. Cum igitur ita se habeat cubus ex circumferentia maximi circuli in sphæra qualibet descriptus ad sphæram, vt cubus circumferentia 1. ad suam sphæram, vt initio huius propof. ostendimus; Constat id, quod primo loco proponitur.

R V R S V S si circumferentia 1. diuidatur per  $3\frac{1}{2}$ . producet diameter  $\frac{2}{3}$ . minor quam vera, ex coroll. propof. 2. de dimensione circuli. Si igitur eius semissis  $\frac{1}{3}$ . ducatur in  $\frac{1}{2}$ . semissem circumferentia, procreabitur area circuli maximi  $\frac{7}{8}$ . minor, quam vera: quæ rursus ducta in  $\frac{2}{3}$ . diametri inuentæ (quæ etiam minor est, quam vera) nimirum in  $\frac{1}{6}$ . hoc est in  $\frac{1}{9}$ . producet, vt infra in regula 2. docebo, soliditatem sphære  $\frac{4}{9}$ . minorem tamē, quam veram. *d* Minor ergo erit proportio cubi ex circumferentia 1. descripti, qui cubus est 1. ad sphæram, quam ad  $\frac{4}{9}$ . Cum ergo sit 1. ad  $\frac{4}{9}$  vt 2904. ad 49. (Quoniam enim ex propof. 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Euclid. eadem proportio est Numeratoris 49. ad denominatorem

2904.

2904. quæ minutia  $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$ . ad suum integrum 1. erit conuertendo, vt 2904. ad 49. ita 1. ad  $\frac{4}{2} \frac{9}{9} \frac{0}{0} \frac{4}{4}$ . minor erit proportio cubi descripti ex circumferentia 1. qui cubus est 1. ad sphaeram, quam 2904. ad 49. Cum igitur ita se habeat cubus ex circumferentia maximi circuli sphaera cuiuslibet descriptus, ad sphaeram, vt cubus circumferentia 1. ad suam sphaeram, vt initio huius propositionis demonstrauius, patet etiam id, quod secundo loco propositum erat.

## PROPOSITIO VII.

**C V B V S** diametri sphaera ad sphaeram, maiorem proportionem habet, quam 21. ad 11. minorem vero, quam 426. ad 223.

**C V M** enim sit, vt cubus diametri cuiuslibet sphaera ad cubum diametri alterius sphaera, ita sphaera ad sphaeram; quod vtraque proportio sit triplicata proportionis diametrorum: erit permutando, vt cubus diametri cuiuslibet sphaera ad ipsam sphaeram, ita cubus diametri alterius sphaera ad ipsam sphaeram.

**Q V O D** si diameter alicuius sphaera ponatur 1, multipliceturque per  $3\frac{1}{2}$ . b proveniet circuli maximi circumferentia  $\frac{2}{2} \frac{2}{2}$ , maior quam vera. Eius ergo semissis  $\frac{1}{2}$ . in  $\frac{1}{2}$ . semissem diametri ducta efficiet  $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ . arcum ipsius maximi circuli vera maiorem: ac proinde si hæc area maior, quam vera, ducatur in  $\frac{2}{2}$ . diametri, gignetur, vt infra in regula 2. dicitur, soliditas sphaera  $\frac{4}{4} \frac{2}{2}$ , hoc est,  $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ . maior quam vera. c Igitur cubus diametri 1. qui est 1. ad sphaeram, proportionem habebit maiorem, quam ad  $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ . Cum ergo sit 1. ad  $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ . vt 21. ad 11. (Quia enim ex propof. 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Eucl. eadem est proportio Numeratoris 11. ad Denominatorem 21. quæ Minutia  $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ . ad suum integrum 1. erit conuertendo vt 21. ad 11. ita 1. ad  $\frac{1}{2} \frac{1}{2}$ .) maior erit proportio cubi 1. ex diametro 1. descripti ad sphaeram, quam 21. ad 11. Et quia, vt initio huius propositionis ostendimus, ita est cubus diametri cuiusvis alterius sphaera ad ipsam sphaeram, vt cubus diametri 1. ad suam sphaeram, verum est, quod primo loco est propositum.

**I T E M** si diameter 1. ducatur in  $3\frac{1}{2} \frac{0}{0}$ . producet circumferentia maximi circuli  $\frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{1}{1}$ . minor quam vera. Eius ergo semissis  $\frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{1}{1}$ . ducta in  $\frac{1}{2}$ . semissem diametri 1. faciet  $\frac{2}{2} \frac{2}{2} \frac{1}{1}$ . aream circuli maximi vera minorem; ideoque si ea ducatur in  $\frac{2}{2}$ . diametri 1. procreabitur, vt infra in regula 2. dicitur, soliditas sphaera  $\frac{4}{4} \frac{4}{4} \frac{6}{6}$ . hoc est,  $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$ . minor, quam vera. e Igitur cubus 1. diametri 1. ad sphaeram habebit proportionem minorem, quam ad  $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$ . Cum ergo sit 1. ad  $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$ . vt 426. ad 223. (Quia enim ex propof. 2. Minutiarum ad finem lib. 9. Euclid. eadem proportio est Numeratoris 223. ad denominatorem 426, quæ Minutia  $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$ . ad suum integrum 1. erit conuertendo, vt 426. ad 223. ita 1. ad  $\frac{2}{4} \frac{2}{2} \frac{3}{6}$ .) minor erit proportio c ubi diametri 1. ad suam sphaeram, quam 426. ad 223. Quoniam vero

a 33. undec.  
b 18. duodec.

b corol. 2. de  
Dimens. circuli.

c 8. quinti.

d corol. 2. de  
Dimens. circuli.

e 8. quinti.



vero, vt ad initium huius propositionis ostendimus, ita est cubus diametri cuiuslibet sphaeræ alterius ad ipsam sphaeram, vt cubus diametri 1. ad suam sphaeram, liquet etiam id, quod secundo loco propositum est.

2. HIS præmissis, sequuntur regulæ ad inuestigandam tam superficiem conuexam cuiuslibet sphaeræ, quam eiusdem soliditatem.

## I.

## SUPERFICIEM conuexam propositæ sphaeræ adinuenire.

Superficies  
conuexa  
sphaeræ.

AREA maximi circuli datæ sphaeræ quadruplicetur. Productus enim numerus conuexam sphaeræ superficiem exhibebit: propterea quod per propof. 31. lib. 1. Archimedis de sphaera, & Cylindro, superficies sphaeræ quadrupla est circuli maximi.

EADEM superficies procreabitur, si diameter sphaeræ in circumferentiam circuli maximi ducatur: propterea quod per propof. 2. Num. 2. huius cap. rectangulum sub diametro, & circumferentia maximi circuli comprehensum superficiem conuexam sphaeræ est æquale.

## II.

## SOLIDITATEM propositæ sphaeræ exquirere.

Soliditas  
sphaeræ.

1. SPHAERÆ soliditas producitur ex eius semidiametro in tertiam partem superficiei conuexæ. Vel ex  $\frac{1}{4}$ . totius diametri in  $\frac{2}{3}$ . conuexæ superficiei.

2. ITEM ex duabus tertijs partibus diametri in aream circuli maximi.

3. VEL ex duabus tertijs partibus area circuli maximi in totam diametrum.

4. VEL ex semidiametro in quatuor tertias partes area circuli maximi.

5. VEL ex semisse area circuli maximi in quatuor tertias partes diametri.

6. VEL ex dupla diametro in tertiam partem area circuli maximi,

7. VEL ex diametro in sextam partem superficiei sphaeræ.

8. VEL denique ex tertia parte diametri in semissem superficiei conuexæ sphaeræ.

Demonstra  
tio primæ  
partis.

PRIMUM demonstratum à nobis est in commentarijs in sphaeram, quam demonstrationem repetemus lib. 7. de Isoperimetris. Idem tamen aliter hac ratione demonstrabimus. Concipiatur conus, cuius basis maximus circulus sphaeræ, & altitudo semidiameter eiusdem. Item alius conus, cuius basis quadrupla sit maximi circuli, & altitudo semidiameter eadem.

Et

Et quia prioris coni tam sphaera, per propof. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro, quadrupla est, a quam posterior conus: b erunt posterior conus, & sphaera inter se aequales.

RVRVS quia circulus, cuius semidiameter aequalis est toti diametro sphaerae, quadruplus est circuli maximi. b (cum enim sit circulus ad circum, vt quadratum diametri ad quadratum diametri: quadratum autem, prioris diametri quadruplum sit quadrati diametri posterioris, ex scholio propof. 4. lib. 2. Eucl. quod illa diameter sit huius dupla; quandoquidem semissis prioris diametri sumpta est posteriori diametro aequalis; erit quoque circulus circuli quadruplus.) erit idem circulus, cuius semidiameter diametro sphaerae aequalis est, aequalis basi posterioris coni, cum huius basis quadrupla etiam posita sit maximi circuli. Quia vero etiam superficies sphaerae quadrupla est circuli maximi, ex propof. 31. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro: c Erunt superficies sphaerae, basis posterioris coni, & circulus semidiametrum habens aequalem diametro sphaerae, inter se aequales.

POSTREMO concipiatur cylindrus, cuius basis sit praedictus circulus semidiametrum diametro sphaerae habens aequalem, altitudo vero semidiameter sphaerae. d Erit hic cylindrus triplus posterioris coni praedicti: ac proinde & sphaerae, quae ei cono est ostensa aequalis. e Idem autem cylindrus triplus quoque est cylindri, qui eandem habeat altitudinem, & basem tertiae parti illius cylindri, hoc est, tertiae parti superficiei sphaerae, aequalem. f Ergo posterior cylindrus, (basem habens tertiae parti superficiei sphaerae aequalem, altitudinem vero semidiametro eiusdem sphaerae aequalem.) & sphaera aequales sunt. Cum ergo cylindrus hic posterior contineatur sub semidiametro sphaerae, & tertia parte superficiei sphaericae: liquido constat, sphaerae soliditatem gigni, ex semidiametro in partem tertiam superficiei sphaerae. Vel ex  $\frac{1}{3}$ . totius diametri in  $\frac{2}{3}$ . superficiei sphaerae: cum hic numerus illi sit aequalis, quod est primum.

CONCIPIAMUS rursum cylindrus, cuius basis maximus circulus sphaerae, & altitudo diameter sphaerae. Erit hic cylindrus sesquialter sphaerae, ex coroll. propof. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro. Quod si ex parte superiori per tertiam partem diametri sphaerae, vel axis cylindri, ducatur basis cylindri planum parallelum: g erit totus cylindrus ad cylindrum abscissum, cuius axis duae tertiae partes sunt totius axis, sesquialter; h Ac proinde posterior hic cylindrus abscissus, qui quidem continetur sub maximo circulo, nempe sub sua basi, & duabus tertijs partibus diametri sphaerae, sphaerae aequalis erit. Patet igitur etiam secundum.

## A L I T E R.

SIT parallelepipedum ABC, comprehensum sub AC, duabus tertijs partibus diametri sphaerae, & sub basi AB, quae circulo maximo eiusdem sphaerae sit aequalis. Dico parallelepipedum ABC, sphaerae aequale esse. Sit enim aliud parallelepipedum DEF, contentum sub DE, semidiametro sphaerae, & sub base DG, quae tertiae parti superficiei sphaerae sit aequalis. quod vt in prima parte huius 2. regulae demonstrauimus, aequale erit sphaerae propofitae. Quia ergo basis AB, circulo maximo sphaerae aequalis, est  $\frac{1}{3}$ . superficiei sphaerae; erit ex coroll. propof. 1. huius cap. vt AB, hoc est, vt  $\frac{1}{3}$ . superficiei sphaerae ad DE, id est, ad  $\frac{2}{3}$ . eiusdem superficiei, ita DE, hoc est,

I i ita

a 11. duode.

b 9. quinti.

b 2. duodec.

c 9. quinti.

d 10. duode.

e 11. duode.

f 9. quinti.

Demonstratio secundae partis.

g 13. duode.

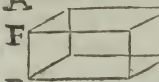
h 9. quinti.



334. unde.



b 19. sept.

Demonstra  
tio tertie  
partis.c 1. duode.  
d 9. quinti.Demonstra  
tio quartæ  
partis.

334. undec.

Demonstra  
tio quintæ  
partis.

334. undec.

Demonstra  
tio sextæ  
partis.

334. undec.

ita  $\frac{1}{2}$ . diametri sphaeræ, ad A C, id est, ad  $\frac{2}{3}$ . eiusdem diametri. Ac proinde cum bases AB, DE, cum altitudinibus DF, AC, reciprocantur, a parallelepipedum ABC, DEF, æqualia inter se erunt. Cum ergo DEF, sphaeræ æquale sit, ut dictum est, erit quoque ABC, eiusdem sphaeræ æquale, quod est propositum.

A L I T E R.

Quoniam ex coroll. propof. 1. huius cap. est, ut  $\frac{1}{2}$ . superficiei sphaeræ ad  $\frac{1}{3}$ . eiusdem superficiei, ita  $\frac{1}{2}$ . diametri ad  $\frac{2}{3}$ . eiusdem diametri: b idem numerus efficietur ex primo numero, nimirum ex  $\frac{1}{4}$ . superficiei, id est, ex circulo maximo sphaeræ, in quartum, nimirum in  $\frac{2}{3}$ . diametri, qui ex secundo, id est, ex  $\frac{1}{2}$ . superficiei in tertium, hoc est, in  $\frac{2}{3}$ . diametri. Sed ex  $\frac{1}{2}$ . superficiei in  $\frac{1}{2}$ . diametri soliditas sphaeræ procreatur, ut in prima parte huius 2. regulæ ostensum est. Igitur eadem soliditas ex circulo maximo in  $\frac{2}{3}$ . diametri gignetur, quod est propositum.

RURSUS quia cylindrus, cuius basis circulus maximus sphaeræ, & altitudo diameter eiusdem, sesquialter est ipsius sphaeræ, ex coroll. propof. 3. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro: c Idemque cylindrus sesquialter etiam est cylindri, cuius basis æqualis sit duabus tertijs partibus circuli maximi, & altitudo eadem diameter; d erit posterior hic cylindrus, & sphaera æquales: hoc est, sphaera producet ex  $\frac{2}{3}$ . aræ maximi circuli in diametrum sphaeræ, quod est tertium.

CONCIPIANTUR quoque duo parallelepipeda, quorum vnus basis sit  $\frac{2}{3}$ . aræ maximi circuli in sphaera æqualis, & altitudo toti diametro; alterius vero basis æqualis sit  $\frac{1}{3}$ . aræ circuli maximi, & altitudo semidiametro. Et quia horum parallelepipedorum bases cum altitudinibus reciprocantur: quod tam prioris basis subdupla sit basis posterioris, quam altitudo posterioris altitudinis prioris: e erunt ipsa parallelepipeda æqualia. Sed prius, per tertiam partem huius 2. regulæ, æquale est soliditati sphaeræ. Igitur & posterius. Ideoque sphaera producet ex semidiametro in  $\frac{2}{3}$ . aræ circuli maximi, quod quarto loco proponitur.

PRAETerea concipiantur duo parallelepipeda, quorum vnus basis æqualis sit aræ circuli in sphaera maximi, & altitudo æqualis  $\frac{2}{3}$ . diametri; alterius vero basis æqualis sit  $\frac{1}{3}$ . aræ circuli maximi, & altitudo  $\frac{4}{3}$ . diametri. Et quia horum parallelepipedorum bases reciprocantur cum altitudinibus; quod tam basis in priori dupla sit basis in posteriori, quam altitudo in posteriori altitudinis in priori: f æqualia erunt ipsa parallelepipeda: Sed prius est, per 2. partem huius 2. regulæ, æquale sphaeræ. Igitur, & posterius: atque idcirco sphaera gignetur ex  $\frac{1}{2}$ . aræ circuli maximi in  $\frac{2}{3}$ . diametri, quod est quintum.

ITEM intelligantur duo parallelepipeda, quorum vnus basis æqualis sit  $\frac{2}{3}$ . aræ circuli maximi in sphaera, & altitudo diametro; alterius vero basis æqualis sit  $\frac{1}{3}$ . aræ maximi circuli, & altitudo dupla diametro. Et quia horum parallelepipedorum bases cum altitudinibus reciprocantur: quod tam basis in priori sit dupla basis in posteriori, quam altitudo in posteriori altitudinis in priori: g erunt ipsa parallelepipeda æqualia: Sed prius per 3. partem huius 2. regulæ, æquale est ipsi sphaeræ. Igitur & posterius:

Ac

Ac proinde sphaera ex dupla diametro in  $\frac{1}{3}$ . areae circuli maximi procreabitur. quod sexto loco est propositum.

INTELLIGANTVR quoque duo parallelepipeda, quorum vnus basis continet  $\frac{1}{3}$ . superficiei sphaerae, & altitudo  $\frac{1}{2}$ . diametri: alterius vero basis comprehendat  $\frac{1}{6}$ . superficiei, & altitudo aequalis sit diametro. Et quoniam bases cum altitudinibus sunt reciprocae, quod ita sit  $\frac{1}{6}$ . superficiei, basis videlicet prioris parallelepipedi, ad  $\frac{1}{6}$ . superficiei, id est, ad basem posterioris, vt altitudo posterioris, nempe diameter, ad prioris altitudinem, nimirum ad  $\frac{1}{2}$ . diametri, cum vtraque proportio sit dupla: a ipsa parallelepipeda aequalia erunt: Sed prius ipsi sphaerae, per 1. partem huius 2. regulae aequale est. Igitur, & posterior: hoc est, sphaerae soliditas producet ex diametro in sextam partem superficiei. quod est septimum.

Demonstratio septimae partis.

234. vnde.

DENIQUE concipiantur duo parallelepipeda, quorum vnus basis sit  $\frac{1}{3}$ . superficiei sphaerae, & altitudo semidiameter: alterius autem basis sit  $\frac{1}{6}$ . superficiei, & altitudo  $\frac{1}{3}$ . diametri. Quia vero bases, & altitudines reciprocantur, quod ita sit  $\frac{1}{3}$ . superficiei ad  $\frac{1}{6}$ . superficiei, nimirum basis prioris parallelepipedi ad basem posterioris, vt  $\frac{1}{3}$ . diametri ad  $\frac{1}{6}$ . diametri, altitudo videlicet posterioris parallelepipedi ad altitudinem prioris; b aequalia erunt ipsa parallelepipeda. Cum ergo, per 1. partem huius 2. regulae, prius sit sphaerae aequale, eidem quoque posterius aequale erit: Ac propterea sphaerae soliditas producet ex tertia parte diametri in semissem conuexae superficiei, quod est octauum.

Demonstratio octauae partis.

b 34. vnde.

3 IAM vero ex propof. 4. & 5. huius cap. Num. 1. colliguntur quatuor sequentes regulae, per quas superficies sphaerae conuexa inuenitur tum maior quam vera, tum minor, tam ex circumferentia, quam ex diametro circuli maximi.

# I.

EX circumferentia circuli in sphaera maximi superficiem conuexam sphaerae procreare vera maiorem.

FIAT vt 223. ad 71. ita quadratum ex circumferentia maximi circuli data descriptum ad aliud, prodibitque sphaerae superficies maior quam vera. Cum enim per propof. 4. huius cap. Num. 1. maior sit proportio quadrati circumferentiae circuli maximi ad superficiem sphaerae, quam 223. ad 71. sit autem quadratum datae circumferentiae ad numerum procreatum, vt 223. ad 71. habebit quoque quadratum circumferentiae datae ad superficiem sphaerae veram, maiorem proportionem, quam idem quadratum ad numerum productum: c ideoque productus numerus maior erit superficie vera.

Superficies sphaerae maior, quam vera.

c 10. quinti



## I I.

EX circumferentia circuli in sphaera maximi superficiem sphaerae conuexam vera minorem eruere.

*Superficies sphaerae minor, quam vera.* FIAT vt 22. ad 7. ita quadratum ex circumferentia maximi circuli data descriptum ad aliud. Numerus enim genitus minor erit vera superficiei sphaerae. Cum enim per propof. 4. huius cap. Num. 1. minor sit proportio quadrati circumferentiae circuli maximi ad superficiem sphaerae, quam 22. ad 7. Sit autem quadratum datae circumferentiae ad numerum genitum, vt 22. ad 7. habebit quoque quadratum datae circumferentiae ad superficiem veram sphaerae, minorem proportionem, quam idem quadratum ad numerum productum, a Quam ob rem numerus productus vera superficiei sphaerae minor erit.

a 10. quinti

## I I I.

EX diametro circuli in sphaera maximi superficiem sphaerae vera maiorem elicere.

*Superficies sphaerae maior, quam vera.* FIAT vt 7. ad 22. ita quadratum diametri datae circuli maximi ad aliud, gigneturque superficiei sphaerae maior, quam vera. Nam cum, per propof. 5. huius cap. Num. 1. maior sit proportio quadrati diametri circuli maximi ad superficiem sphaerae veram, quam 7. ad 22. Sit autem quadratum diametri datae ad productum numerum, vt 7. ad 22. habebit quoque quadratum datae diametri ad superficiem veram sphaerae, maiorem proportionem, quam idem quadratum ad productum numerum, b Quocirca procreatus numerus maior erit, quam vera superficiei sphaerae.

b 10. quinti

## I I I I.

EX diametro circuli in sphaera maximi superficiem sphaerae vera minorem colligere.

*Superficies sphaerae minor, quam vera.* FIAT vt 71. ad 223. ita quadratum datae diametri circuli maximi ad aliud. Numerus namque genitus superficiem sphaerae vera minorem exhibebit. Quoniam enim per propof. 5. huius cap. Num. 1. minor est proportio quadrati diametri ad superficiem sphaerae, quam 71. ad 223. Est autem quadratum datae diametri ad productum numerum, vt 71. ad 223. Erit quoque minor proportio quadrati datae diametri ad veram superficiem sphaerae quam eiusdem quadrati ad numerum productum, c Quapropter minor erit produ-

c 10. quinti

productus numerus, quam vera superficies sphæræ.

4 PARI ratione ex propof. 6. & 7. huius c. Num. 1. eliciuntur quatuor aliquæ regulæ, per quas tam ex circumferentia, quam ex diametro maximi circuli in sphæra, eruitur soliditas sphæræ tum maior, quam vera, tum minor.

## I.

EX circumferentia circuli maximi in sphæra soliditatem sphæræ producere vera maiorem.

FIAT vt 298374. ad 5041. ita cubus ex data circumferentia maximi circuli descriptus ad aliud. Numerus enim genitus dabit sphæræ soliditatem vera maiorem. Nam cum, per propof. 6. huius cap. Num. 1. maior sit proportio cubi datæ circumferentiæ ad sphæram, quam 298374. ad 5041. Sit autem cubus datæ circumferentiæ ad numerum procreatum, vt 298374. ad 5041. habebit quoque cubus datæ circumferentiæ ad sphæræ soliditatem veram, maiorem proportionem, quam idem cubus ad productum numerum: a Ideoque productus numerus maior erit, quam vera soliditas sphæræ. a 10. quinsi

Soliditas  
sphæræ ma-  
ior, quam  
vera.

## I I.

EX circumferentia circuli maximi in sphæra soliditatem sphæræ vera minorem procreare.

FIAT, vt 2904. ad 49. ita cubus datæ circumferentiæ ad aliud. Nam productus numerus offeret sphæræ soliditatem vera minorem. Cum enim, per propof. 6. huius cap. Num. 1. minor sit proportio cubi circumferentiæ datæ ad sphæram, quam 2904. ad 49. sit autem cubus datæ circumferentiæ ad numerum procreatum, vt 2904. ad 49. habebit quoque cubus datæ circumferentiæ ad veram soliditatem sphæræ, minorem proportionem, quam idem cubus ad numerum productum. b Ideoque numerus productus minor erit vera soliditate sphæræ. b 10. quinsi

Soliditas  
sphæræ mi-  
nor, quam  
vera.

## I I I.

EX diametro maximi circuli in sphæra soliditatem sphæræ colligere vera maiorem.

FIAT vt 21. ad 11. ita cubus diametri datæ ad aliud. Procreatus namque numerus soliditatem sphæræ dabit vera maiorem. Cum enim per propof.

Soliditas  
sphæræ ma-  
ior, quam  
vera.



pos. 7. huius cap. Num. 1. maior sit proportio cubi diametri sphaerae ad sphaeram, quam 21. ad 11. Sit autem cubus datae diametri ad numerum productum, ut 21. ad 11. habebit quoque maiorem proportionem cubus datae diametri ad veram soliditatem sphaerae, quam idem cubus ad numerum genitum.

*a* 10. quinti *a* Qua propter numerus procreatus maior erit vera soliditate sphaerae.

## I I I I.

EX diametro maximi circuli in sphaera soliditatem sphaerae concludere vera minorem.

Soliditas sphaerae minor, quam vera.

FIAT vt 426. ad 223. ita cubus datae diametri ad aliud. Numerus enim proueniens minor erit, quam vera soliditas sphaerae. Nam cum per propo. 7. huius cap. Num. 1. minor sit proportio cubi datae diametri ad sphaeram, quam 426. ad 223. Sit autem cubus diametri datae ad procreatum numerum, ut 426. ad 223. habebit quoque cubus datae diametri ad sphaeram, proportionem minorem, quam idem cubus ad numerum genitum. *b*. Quare minor erit numerus productus, quam vera soliditas sphaerae.

## DE AREA SEGMENTORUM sphaerae.

## Caput VI.

Superficies  
conuexa hemisphaerij.



EMISPHERII superficies connexa, exclusa base, gignitur ex area maximi circuli per 2. multiplicata. Vel ex semidiametro in circumferentiam maximi circuli. Vel denique ex tota diametro in semissem circumferentiam maximi circuli. Quae omnia perspicua sunt ex 1. regula Num. 2. capitis 5. propterea quod hi numeri producti sunt semisses illorum, qui superficiem conuexam totius sphaerae in ea regula exhibuerunt.

Superficies  
conuexae portionis sphaerae.

2 SUPERFICIES conuexae cuiuslibet portionis sphaerae hemisphaerio minoris, vel maioris, dempta base, aequalis est circulo, cuius semidiameter aequalis est rectae lineae, quae à vertice portionis ad circumferentiam basis ducitur. ex propo. 40. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro. Sit enim maximus in sphaera circulus ABCD, cuius diameter AC, quam in E, ad angulos rectos secet BD, recta, per quam intelligatur duci planum diametro ad angulos rectos, secans sphaeram in duas portiones, quarum basis communis circulus diametri BD, & A, vertex minoris portionis, maioris autem vertex C. Iunctis autem rectis AB, CB; erit circulus semidiametri AB, super-

superficie conuexæ minoris portionis, & circulus semidiametri CB, conuexæ superficie maioris portionis æqualis, ex dicta propof. Archimedis. Quare si vtraq. AB, CB, in partibus diametri AC, fiat nota, præsertim ope instrumenti partium cap. 1. lib. 1. constructi, & areæ circulorum ad interualla semidiametrorum AB, CB, descriptorum inuestigentur, per ea, quæ lib. 4. cap. 7. scripsimus; notæ erunt superficies conuexæ dictarum portionum sphaeræ.



E A D E M superficies conuexa portionis sphaeræ hemispherio minoris, vel maioris, ita quoque cognoscetur. Ex demonstratis ab Archimede propof. 3. lib. 2. de sphaera, & cylindro, eandem proportionem habet EC, ad EA, quam superficies conuexa portionis sphaeræ basem habentis circulum diametri BD, & verticem C, ad superficiem conuexam portionis basem habentis eundem circulum diametri BD, & verticem A. Igitur componendo quoque erit, vt tota diameter AC, ad AE, ita superficies conuexa totius sphaeræ ad superficiem conuexam portionis BAD. Eademq. ratione erit, vt tota diameter AC, ad EC, ita conuexa superficies totius sphaeræ ad superficiem conuexam portionis BCD. Quocirca, inuestigata proportione diametri AC, ad segmenta AE, EC, per instrumentum partium cap. 1. lib. 1. constructum; si fiat, vt diameter AC, ad AE, ita superficies conuexa totius sphaeræ, (quæ ex regula 1. Num. 2. cap. 5. huius lib. cognita fiet) ad aliud, proueniet conuexa superficies portionis minoris BAD. Similique modo superficies conuexa maioris portionis BCD, cognoscetur; si fiat, vt diameter AC, ad EC, ita superficies conuexa totius sphaeræ ad aliud.

ET quia, vt ex Archimede ostendimus, ita est diameter AC, ad AE, vel ad EC, vt tota superficies sphaeræ ad superficiem portionis BAD, vel BCD: erit quoque ita AF, semissis diametri ad AE, vel EC, vt hemisphaerij superficies GAH, ad superficiem portionis BAD, vel BCD. quod ostendetur eodem modo, quo scholium propof. 22. lib. 5. Euclid. est demonstratum: Si fiat, vt semidiameter sphaeræ AF, ad AE, vel EC, altitudinem portionis, ita hemisphaerij GAH, superficies ad aliud; producet rursus conuexa superficies portionis minoris BAD, vel maioris BCD.

I M M O cum sit vt AF, semidiameter ad AE, ita hemisphaerij GAH, superficies ad superficiem portionis BAD, & erit per conuersionem rationis, vt AF, semidiameter ad EF, ita superficies hemisphaerij GAH, ad superficiem frusti GBDH, demptis basibus. Ergo EF, eadem pars erit, vel partes diametri AC, vel semidiametri AF, quæ pars est, vel partes superficies frusti GBDH, demptis basibus, superficie totius sphaeræ, vel hemisphaerij GAH. Quam ob rem cognito, quæ pars sit EF, vel partes semidiametri AF, si ex superficie hemisphaerij GAH, eadem pars auferatur, vel partes, reliqua fiet superficies conuexa minoris portionis BAD. Et si ad hemisphaerij GCH, superficiem adijciatur eadem pars, vel partes, conflabitur conuexa superficies portionis maioris BCD. Verbi gratia, si EF, contineat  $\frac{2}{3}$  semidiametri AF, & ex superficie hemisphaerij GAH, tollantur  $\frac{2}{3}$ , reliqua fiet superficies conuexa portionis minoris BAD: Et si  $\frac{1}{3}$  superficie hemisphaerij adijciatur

a corol. 19.  
quinti.

147



tur ad superficiem hemispherij GCH, conficietur superficies conuexa maioris portionis BCD. Sic si EF, esset semis semidiametri, auferenda esset ex hemispherij superficie semis ipsius, vel adijcienda: Et sic de cæteris.

Soliditas  
hemisphæ-  
rij.

3 HEMISPHERII soliditas producitur ex semidiametro in tertiam partem superficiei hemispherij: Vel in sextam partem superficiei totius spheræ. Vel ex  $\frac{1}{4}$  totius diametri in  $\frac{2}{3}$  superficiei hemispherij.

ITEM ex duabus tertijs partibus diametri in semissem areæ circuli maximi.

VEL ex duabus tertijs partibus areæ circuli maximi in semidiametrum:

Aut ex tertia parte areæ circuli maximi in totam diametrum.

VEL ex  $\frac{1}{2}$  totius diametri in  $\frac{2}{3}$  areæ circuli maximi.

VEL ex semisse areæ circuli maximi in  $\frac{2}{3}$  diametri.

VEL ex dupla diametro in  $\frac{1}{6}$  areæ circuli maximi.

VEL ex semidiametro in sextam partem superficiei spheræ.

VEL denique ex  $\frac{1}{6}$  diametri in superficiem hemispherij conuexam: quæ omnia ex 2. regula Num. 2. c. 5, colliguntur: cū omnes hi numeri producti sint semisses illorum, qui soliditatē totius spheræ in ea regula indicant.

Soliditas  
sectoris sphæ-  
ræ.

4 SOLIDITAS sectoris spheræ (qui nimirum componitur ex minore portione spheræ, & cono basem habente eandem cum portione, & altitudinem æqualem perpendiculari ex centro in basem portionis deductæ; Vel qui relinquitur, si idem conus ex portione maiore subtrahitur. Ut in proxima figura, solidum compositum ex portione spheræ B A D, basem habente circulum diametri BD, & ex cono habente eandem basem, & verticem in centro F: Item solidum, quod relinquitur, si conus idem ex portione maiore BCD, dematur, appellamus sectorem spheræ. ) hac ratione inuestigabitur. Quoniam per propof. 42. lib. 1. Archimedis de spheræ & cylindro, sectori spheræ æqualis est conus basem habens circulum æqualem superficiei conuexæ portionis spheræ, altitudinem vero semidiametro spheræ æqualem: Conus autē producitur, ut cap. 2. huius lib. Num. 1. declarauimus, vel ex base in  $\frac{1}{3}$  altitudinis: Vel ex tota altitudine in  $\frac{1}{3}$ , basis sit ut sector spheræ gignatur vel ex superficie conuexa portionis spheræ in  $\frac{1}{3}$  semidiametri, hoc est, in  $\frac{1}{6}$  totius diametri: Vel ex semidiametro in  $\frac{1}{3}$  superficiei conuexæ portionis spheræ.

Soliditas cu-  
iuslibet por-  
tionis sphæ-  
ræ.

5 SOLIDITAS vero cuiuscunque portionis spheræ hoc modo procreabitur. Inuestigetur soliditas sectoris spheræ, ut proxime traditum est. Nam si, quando portio proposita minor est hemispherio, ex hoc sectore dematur conus eandem habens cum portione basem, altitudinem vero perpendicularem ex centro spheræ in basem portionis cadentem, reliqua fiet soliditas portionis minoris: At vero si, quando portio proposita hemispherio maior est, idem conus ad sectorem adijciatur, constabitur soliditas portionis maioris. Id quod perspicuum est in superiori figura, cum conus BFD, ablatus ex sectore ABFDA, reliquam faciat portionem minorem BAD: Idem vero conus BFD, additus sectori CBEDC, constituat maiorem portionem BCD. Conus porrò prædictus BFD, cognitus fiet ex base, nimirum ex circulo diametri BD, & altitudine EF, cognitis, ut cap. 2. huius lib. Num. 1. docuimus.

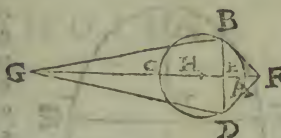
#### A L I T E R.

SIT in spheræ circulus maximus ABCD, & portiones spheræ, quarum basis communis circulus diametri BD, & vertices A, C, quarum soliditates exquiruntur.

quirendæ sunt. Ex centro H, ducatur ad BD, perpendicularis HE, & quæ rectam BD, secabit bifariam, b ac proinde & utrumque arcum BAD, BCD, bifariam, hoc est, per uertices A, C, transibit. c Fiat, ut CE, ad summam rectarum CH, CE, ita AE, ad EF: Item, ut AE, ad summam rectarum AH, AE, ita EC, ad EG. Intelliganturque duo coni, quorum basis communis circulus diametri BD, & uertices F, G. Erit per propof. 2. lib. 2. Archimedis de sphaera, & cylindro, conus BFD, portioni minori BAD, & conus BGD, portioni maiori BCD, æqualis. Quocirca, inuentis horum conorum soliditatibus, ut cap. 2. huius lib. Num. 1. traditum est, inuentæ quoque erunt soliditates portionum BAD, BCD, quod est propofitum.

6 SOLIDITAS denique cuiuscunque frusti sphaeræ, siue bases sint parallelæ, cuiusmodi est in 1. figura huius cap. frustum BDHG, inter circulos diametrorum BD, GH, inclusum, siue non parallelæ, quale est frustum BDLK, hoc pacto inuenietur. Inuestigetur, ut Num. 5. diximus, utriusque portionis ABD, AGH, soliditas. Minori enim detracta ex maiore, reliqua erit soliditas frusti BDHG. Sic etiam, inuenito I, uertice portiois KIL, si inueniatur soliditas utriusque portiois BCD, KLI, minorque ex maiore tollatur, remanebit soliditas frusti BDLK, nota.

a 3. tertij.  
b schol. 27.  
tertij.  
c 12. sexti.



Soliditas cuiuslibet frusti sphaeræ.

## DE AREA SPHAEROIDIS, EIVSDEM- que portionum.

### Caput VII.

**S**IT Ellipsis ABCD, cuius maior axis AC, minor BD, priorem ad angulos rectos secans. Soliditatem ergo Sphaeroidis, id est, solidi ex circumuolutione Ellipsis circa axem effecti, ita nanciscemur. Quoniam planum per BD, ductum, & rectum ad axem AC, circulum facit, ut à Federico Commandino ad propof. 2. libri Archimedis de Conoidibus, & Sphaeroidibus demonstratur, cuius diameter BD, & centrum E; erit per propof. 29. libri Archimedis de Conoid. & Sphaeroid. semis Sphaeroidis ABD, dupla coni eandem basem cum illa semisse, circulum uidelicet diametri BD, habentis, & altitudinem eandem EA. Igitur si huius coni soliditas per cap. 2. huius lib. inuestigetur, & duplicetur, exurget soliditas semis Sphaeroidis: quæ duplicata soliditatem totius Sphaeroidis exhibebit.

2 DVCATVR minori axi BD, parallela FG, secans maiorem axem in H, ad rectos angulos. Si igitur per FG, ducatur planum rectum ad axem, fiet circulus in Sphaeroide diametrum habens FG, & centrum H, ut Federi-

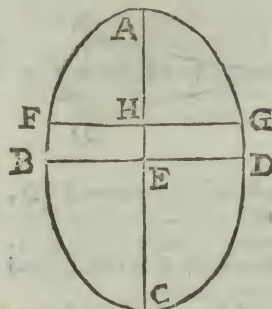
Soliditas sphaeroidis.

K L I. cus



cus Commandinus ad propof. 12. lib. Archim. de Conoid. & Sphæroid. de-

Soliditas  
portionum  
sphæroidis.



monstrauit; abscindunturq. portiones Sphæroidis FAG, minor & FCG, maior. Vtriufque soliditas ita fiet cognita. Quoniam, per propof. 3. libri Archimedis de Conoid. & Sphæroid. Conus, cuius basis circulus diametri FG, & axis HA, ad minorem portionem sphæroidis FAG, proportionem habet, quam maioris portionis axis HC, ad summam rectorum EC, HC: Si fiat, vt HC, maioris portionis axis ad summam rectorum EC, HC, ita conus prædictus ad aliud, (qui quidem conus ex cap. 2. huius lib. cognitus erit.) prodibit soliditas minoris portionis sphæroidis FAG.

R V R S V S quia per propof. 3. libri Archim. de Conoid. & Sphæroid. conus, cuius basis circulus diametri FG, & axis HC, ad maiorem portionem Sphæroidis FCG, proportionem habet, quam minoris portionis axis HA, ad summam rectorum EA, HA: si fiat, vt HA, minoris portionis axis ad summam rectorum EA, HA, ita prædictus conus (quem per cap. 2. huius lib. metieris) ad aliud, procreabitur soliditas maioris portionis sphæroidis FCG.

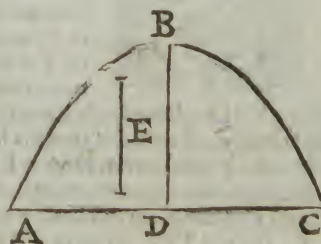
## DE AREA CONOIDIS parabolici.

### Caput VIII.

Soliditas co-  
noidis Para-  
bolici.



IT Parabola ABC, cuius axis BD, ad basem AC, rector. Soliditatem igitur Conoidis parabolici, quod Parabola circa axem circumducta efficit, ita metiemur. Quoniam per ea, que ad propof. 12. libri Archim. de Conoid. & Sphæroid. Federicus Commandinus demonsttrauit, planum per AC, ductum, & rector ad axē BD, circulum facit, cuius diameter AC, & centrum D: erat per propof. 23. libri Archim. de Conoid. & Sphæroid. Parabolicum Conoides ABC, sesquialterū coni, cuius basis circulus diametri AC, & axis BD. Igitur si fiat, vt 2. ad 3. ita prædictus conus (quem ex cap. 2. huius libri metiemur) ad aliud, proficiet soliditas Conoidis Parabolici ABC.



DE

## DE AREA CONOIDIS

Hyperbolici.

## Caput IX.



CONCIPIATUR superior figura esse Hyperbola, & recta E, æqualis semissi diametri transversæ inter duas hyperbolas oppositas, hoc est, rectæ ex centro hyperbolarum ad verticem B, ductæ. Fietque rursus circulus, cuius diameter AC, à plano per AC, ducto, & ad axem recto, vt Federicus Commandinus ad propof. 12. libri. Archim. de conoid. & sphæroid. demonstravit. Soliditatem igitur Conoidis Hyperbolici, quod ab hyperbola ABC, circa axem BD, circumuoluta efficitur, ita venabimur. Quoniam per propof. 27. lib. Archimedis de Conoid. & Sphæroid. Conoides Hyperbolicum ABC, ad conum, cuius basis eadem cum base Conoidis, circulus videlicet diametri AC, & axis idem BD, proportionem habet eandem, quam linea conflata ex axe BD, & tripla ipsius E, ad lineam conflatam ex axe BD, & dupla ipsius E. Si fiat, vt linea, conflata ex axe BD, & dupla ipsius E, ad lineam conflatam ex axe BD, & tripla ipsius E, ita prædictus conus (quem ex cap. 2. huius libri dimetiemur) ad aliud; gignetur soliditas Conoidis Hyperbolici ABC.

Soliditas  
Conoidis  
Hyperboli  
ci.

## DE AREA DOLIORVM

## Caput X.



Voniam dolia non eandem formam vbique seruant, vix præscribi potest ratio, qua dolij propositi capacitas accurate inueniaur. Argumento est, quod scriptores varie de eius Dimensione scripserunt. Dicam ergo etiam ego id, quod mihi verisimile videtur. Sit dolium ABCDEF, in extremitatibus habens circulos AF, CD, orificium B, per quod cogitur planum ductum rectum ad lineam KL, centra- circulorum AF, CD, coniungentem, secans dolium bifariam. Si igitur asseres dolij in B, & E, curuentur, & deinde secundum lineas quasi rectas extendantur, cuiusmodi dolia non pauca Romæ vidi; referent semisses dolij AB EF, CDEB, conos decurtatos: quos si per ea, quæ cap. 3. huius libri scripta sunt, metieris, dabit eorum summa dolij propositi capacitatem. Memor tamen esto, profunditatem dolij BE, & diametrum

Capacitas  
dolij.

K k 2

cir-





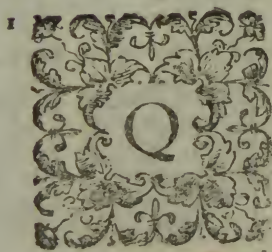
in eam tantum aquæ, quantum satis est, vt corpus impositum omnino tēgat, notenturque diligenter suprema latera aquæ in asseribus arcæ, vt habeatur altitudo aquæ vsque ad arcæ fundum. Extracto deinde corpore, ita tamen, vt nihil aquæ extra arcam cadat, notentur rursus latera aquæ, postquam quieuerit. Quod si per cap. i. huius lib. metiamur duo parallelepipeda, quorum basis communis est arcæ fundus, siue basis, altitudines vero rectæ à lateribus aquæ notatis vsque ad basem, & minus à maiore subtrahamus, relinquetur parallelepipedum soliditati corporis propositi omnino æquale. quod parallelepipedum etiam consequeris, si altitudinem inter latera aquæ bis notata duces in basem arcæ. Sunt, qui infusa aqua in arcam, latera eius in asseribus primo loco notent. Deinde imposito corpore, eiusdem aquæ latera signent. Si enim altitudo inter posteriora latera, ac priora ducatur in basem arcæ, producet soliditas corporis impositi.

2 PRO VRNIS, atque amphoris, siue eæ lapideæ sint, siue cretaceæ, ita faciemus. Impleatur vas arena, & eius orificium ita obturetur, vt aqua ingredi nullomodo possit. Imposito deinde vase in aqua intra arcam contenta, ac si esset corpus quodpiā irregulare, inuestigetur eius soliditas, vt Num. i. diximus. Deinde extracta arena, notentur latera aquæ, antequā vas vacuū imponatur. Imposito denique vase vacuo, signentur iterum latera aquæ. Si namque altitudo inter posteriora, ac priora latera multiplicetur per basem arcæ: procreabitur soliditas solius vasis: quæ detracta ex priori soliditate, notam relinquet vasis capacitatem.

## DE SUPERFICIE CONVEXA CONI

& cylindri recti.

### Caput XII.



1 QVONIAM ex Archimede demonstraui-  
mus, qua ratione superficies conuexa, sphaeræ,  
eiusque portionum inuestiganda sit: non de-  
erit fortasse, qui idem desideret in cono, ac  
cylindro recto. quod ex ijs, quæ ab eodem  
Archimede in lib. i. de sphaera, & cylindro  
demonstrata sunt, obtinebit hoc modo. Propo-  
sito cono recto quocunque, erit eius superfi-  
cies conuexa conica, seclusa base, æqualis cir-  
culo, cuius semidiameter est linea media pro-  
portionalis inter latus con. & semidiametrum basis eiusdem con. ex pro-  
pos. 14. lib. i. Archimedis de sphaera, & cylindro.

2 QVOD si conus rectus secetur plano, quod basi æquidistat, erit su-  
perfacies conuexa frusti con. demptis basibus, æqualis circulo, cuius semi-  
diameter est linea media proportionalis inter latus conicum frusti, & re-  
ctam

Superficies  
conica, dem-  
pta base, cui  
circulo sit æ-  
qualis.

Superficies  
frusti con.,  
demptis ba-  
sibus, cui cir-  
culo æqua-  
lis sit.



Proportio  
conice super  
fici ad sua  
basem.

Superficies  
cylindrica,  
demptis ba  
sibus, cui cir  
culo sitæqua  
lis.

Etam ex semidiametris duarum basium conflatam, ex propof. 16. lib. 1. Archi  
medis de sphæra, & cylindro.

ITEM superficies conica coni recti ad suam basem, proportionem ha  
bet eandem, quam latus coni ad semidiametrum basis coni eiusdem, ex pro  
pos. 15. lib. 1. Archimedis de sphæra, & cylindro.

4 DENIQUE superficies convexa cylindri recti, demptis basibus,  
æqualis est circulo, cuius semidiameter est linea media proportionalis in  
ter latus cylindri, & diametrum basis cylindri eiusdem, ex propof. 13. lib. 1.  
Archimedis de sphæra, & cylindro.

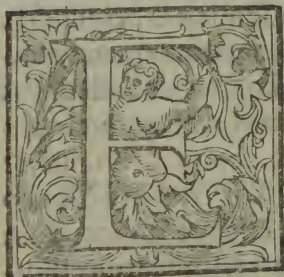
FINIS LIBRI QVINTI.

GEOME-

GEOMETRIAE  
PRACTICAE  
LIBER SEXTVS.



In quo de Geodæsia, & de figuris augendis, minuendisque in data proportione: Item de duarum mediarum proportionalium inter duas datas rectas inuentione: Ac denique de radicum extractione agitur.



XPEDITIS ijs, quæ de magnitudinum dimensionibus initio proposuimus, restat vt de rectilinearum superficierum, etiam diuisione agamus: quæ Geometriæ practicæ pars proprio nomine Geodæsia vocatur. Nam *δαιω* idem significat, quod partiôr, vel diuido. Scio plerosque partem etiã illã, quæ magnitudines, & terrã metitur, appellare Geodæsiã; Sed hi, auctore Pediafimo de mensuratione, & partitione terræ, longè à veritate aberrant. Nam, inquit,



Geometria  
& Geodesia  
quid.

quit, terræ mensuratio duas in partes diuiditur, Geometriam scilicet, & Geodæsiam. Arce namque secundum artem mensuratio, & terræ mensuratio est, & merito Geometria vocatur. vnus vero, & eiusdem arce, seu loci diuisio inter diuersas personas, partitio quædam est terræ, & iure optimo Geodæsia appellatur. Hæc Pediasimus.

EDIDIT quidem Federicus Commandinus anno 1570. libellum de superficierum diuisionibus Machometo cuidam Bagdedino Arabi adscriptum: ipseque eadem de re alium breuiorem, & magis vniuersalem conscripsit: estque sane libellus vterque acutissimus, & eruditione refertissimus. Idem vero postea argumentum alia via aggressus est, & meo certe iudicio, faciliori & magis generali, Simon Steuinius Brugenſis: sed in qua aliquid desiderari videatur, vt omnibus superficiebus rectilineis (quod ipse velle videtur) conuenire possit. quod facile iudicabunt, qui illius problemata Geometrica attente perlegerint. Res enim proposita nulla ratione confici potest, nisi prius duæ propositiones demonstrantur, quarum priorem ipse sine demonstratione assumit pro principio, posterioris vero ne meminit quidem, cum tamen admodum sit necessaria, & quam Machometus Bagdedinus demonstrauit paulo aliter, quam nos. Has ergo duas propositiones ad initium huius lib. demonstrabimus, & posteriorem quidem longe generalius, quam à Machometo factum est. quod beneuolo Lectori iudicandum relinquo. Deinde superficierum rectilinearum diuisionem aggrediemur, insistentes eiusdem Steuinij vestigijs, nisi quando generalius rem oportebit demonstrare. Nihil autem de ratione Machometi, & Federici Commandini dicemus: tum quia libellus ipsorum in-

mani-

manibus omnium est, ac propterea eum, quicumque  
 volet, legere poterit: tum quia proposita aliqua figura  
 multorum angulorum, non sine difficultate, ac labore  
 eam studiosus diuidet, nisi diuisionis omnium præce-  
 dentium figurarum memor sit, quod in nostra ratio-  
 ne non accidit: tum denique quia illorum ratio solum  
 figuris ordinarijs conuenit, quæ videlicet omnes angu-  
 los habent introrsum, tot nimirum, quot latera figu-  
 ra ipsa continet, nostra autem via figuras etiam illas  
 complectitur, quæ angulos habent partim introrsum, &  
 partim extrorsum vergentes.

## THEOREMA I. PROPOSITIO I.

SI magnitudo in quotuis partes secetur vtcunque,  
 & alia quæpiam magnitudo in totidem partes ordine  
 illis proportionales: habebunt quotlibet partes prio-  
 ris magnitudinis simul ad reliquas omnes partes simul  
 eandem proportionem, quam totidem partes postero-  
 ris magnitudinis simul ad reliquas omnes partes si-  
 mul. Et si qualibet pars prioris magnitudinis secetur  
 in duas partes vtcunque, secetur autem & pars poste-  
 rioris magnitudinis illi parti respondens in alias duas  
 partes duabus illis proportionales: erunt quoque ibidē  
 totæ magnitudines sectæ proportionaliter.

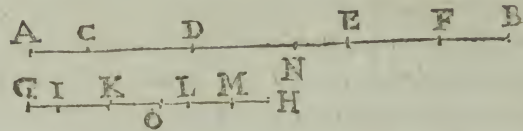
SIT magnitudo AB, secta in quotuis partes vtcunque AC, CD, DE, EF,  
 FB: & alia magnitudo qualiscunque GH, etiam si diuersi sit generis, secta  
 in totidem partes GI, IK, KL, LM, MH, illis ordine proportionales. Dico  
 ita esse, verbi gratia, duas partes AC, CD, simul ad reliquas tres DE, EF, FB,  
 simul, vt sunt duæ GI, IK, simul ad reliquas tres KL, LM, MH, simul, &c. Quo-  
 niam enim est, vt AC, ad CD, ita GI, ad IK, erit componendo etiam, vt AD,  
 ad CD, ita GK, ad IK: Vt autem CD, ad DE, ita est IK, ad KL. Igitur ex æqua-  
 litate erit, vt AD, ad DE, ita GK, ad KL.

RVRVSVS quia conuertendo est, vt BF, ad FE, ita HM, ad ML; erit quo-  
 que componendo, vt BE, ad FE, ita HL, ad ML: Vt autem FE, ad ED, ita est

LI ML,



ML, ad LK. Igitur ex æqualitate erit, vt BE, ad ED, ita HL, ad LK; & com-



ponendo, vt BD, ad ED, ita HK, ad LK; & conuertendo, vt DE, ad DB, ita KL, ad KH. Itaque cum ostensum sit, esse vt AD, ad DE, ita OK, ad KL, & vt DE, ad DB, ita KL, ad KH: erit ex æqualitate, vt AD, ad DB, ita OK, ad KH.

NON aliter ostendimus esse, vt AC, ad CB, ita GI, ad IH. Nam rursus conuertendo, componendo, & ex æqualitate erit vt BC, ad DC, ita HI, ad KI; & conuertendo, vt CD, ad CB, ita IK, ad IH. Cum ergo sit, vt AC, ad CD, ita GI, ad IK, & vt CD, ad CB, ita IK, ad IH: erit ex æqualitate, vt AC, ad CB, ita GI, ad IH.

PARITER ratione erit, vt AF, ad FB, ita GM, ad MH. Erit namque rursus componendo, & ex æqualitate, vt AF, ad EF, ita GM, ad LM. Cum ergo sit quoque, vt EF, ad FB, ita LM, ad MH: erit ex æqualitate, vt AF, ad FB, ita GM, ad MH; & sic de cæteris. Constat igitur primum.

DEINDE pars v. g. tertia DE, secta sit vtrunque in partes duas DN, NE; & tertia quoque pars KL, in duas KO, OL, illis proportionales. Dico esse quoque vt AN, ad NB, ita GO, ad OH. Erit enim conuertendo, vt EN, ad ND, ita LO, ad OK; & componendo, vt ED, ad DN, ita LK, ad KO. Quare cum sit, vt CD, ad DE, ita IK, ad KL, & vt DE, ad DN, ita KL, ad KO: erit ex æqualitate, vt CD, ad DN, ita IK, ad KO, atque ita partes AC, CD, DN, partibus GI, IK, KO, proportionales sunt.

RVRSVS quia est conuertendo, vt FE, ad ED, ita ML, ad LK; & componendo, vt DE, ad NE, ita KL, ad OL; erit ex æqualitate, vt FE, ad EN, ita ML, ad LO; & conuertendo, vt NE, ad EF, ita OL, ad LM; ac proinde omnes partes AC, CD, DN, NE, EF, FB, omnibus partibus GI, IK, KO, OL, LM, MH, proportionales sunt. Igitur vt in prima parte demonstratum est, erit vt AN, ad NB, ita GO, ad OH. Constat ergo etiam secundum.

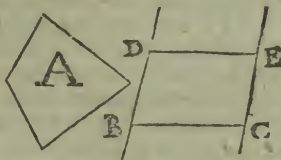
### PROBLEMA I. PROPOSITIO 2.

DATO rectilineo, super datam rectam inter alias duas rectas interceptam, constituere quadrilaterum æquale, cuius latus oppositum inter duas easdem rectas interceptum datæ rectæ sit parallelum. Et datis duobus rectilincis inæqualibus quibuscunque, ex maiore

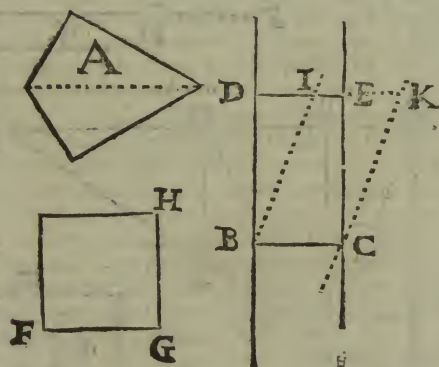
re

re per lineam vni lateri parallelam detrahare rectilineum minori æquale, quando id fieri potest, quod ex ipsa problematis solutione cognoscetur.

1 SIT rectilineum datum A, & recta data BC, inter duas rectas BD, CE, intercepta: oporteatque primum constitui rectilineo A, æquale quadrilaterum super datam rectam BC, cuius latus oppositum inter easdem rectas BD, CE, interceptum datæ rectæ BC, sit parallelum. Et si quidem duæ rectæ BD, CE, sint parallelæ (quod tum demum eueniet, cum duo anguli B, C, æquales sunt duobus re-  
ctis) efficietur problema, & si super rectam BC, constituetur parallelogrammum BE, siue in angulo BCE, siue in angulo CBD, rectilineo A, æquale.

245. *primus*

2 QVANDO anguli B, C, recti sunt, facilius problema efficiemus hac ratione. Rectilineo dato A, constituitur per ea, quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius Geometriæ practicæ scripsimus, quadratum FGH, æquale: resoluendo videlicet rectilineum in triangula, vel trapezia, & cutlibet triangulo, vel trapezio æ-



quale quadratum constituendū, ac tandem omnia illa quadrata ad vnum redigendū, vt locis citatis fusc explicauimus. Deinde duabus rectis BC, FG, inueniatur tertia proportionalis BD, ac per D, ipsi BC, parallela agatur DE.

L1 2 DE.

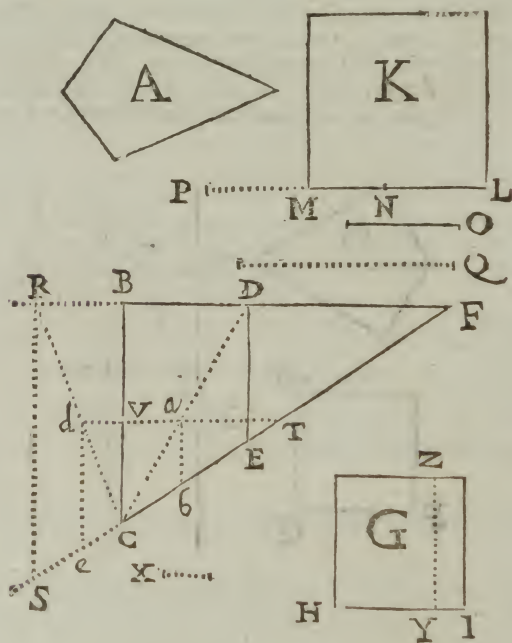


**217. sexti.** DE. Rectangulum enim EE, rectilineo dato A, æquale erit; a cum quadrato FGH, æquale sit; propterea quod tres rectæ BC, FG, ED, continue proportionales sunt.

IMMO eodem hoc artificio vti poterimus, quando parallelæ BI, CK, non faciunt angulos rectos ad B, & C. Nam constituto rectangulo CD, æquale quadrato FH, id est, rectilineo A, ut dictum est: si producat latus DE, donec fecerit rectas BI, CK, in I, K. b erit parallelogrammum BK, rectangulo CD, æquale, hoc est, rectilineo A.

**3** SI vero duæ rectæ BD, CE, non sint parallelæ, conveniant ad partes D, E, in F, (quod cum fier, cum duo anguli DBC, ECB, minores sunt duobus rectis) sitque primum propositum super BC, versus F, constituere trapezium rectilineo A, æquale, habens latus rectæ BC, oppositum eidem BC, parallelum. quod ut fieri possit, necesse est, rectilineum A, minus esse triangulo BCF, ut patet.

RECTILINEO ergo A, construatur per ea, quæ in scholio propof. 14. lib.



**214. secundæ** 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius, ut proxime diximus, æquale quadratum G, cuius latus HI. e Item triangulo BCF, æquale quadratum K, cuius latus LM. Deinde duabus rectis LM, HI: repariatur

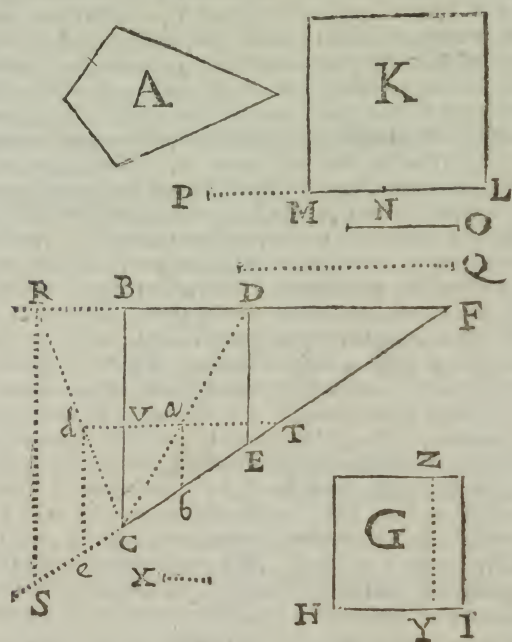
riatur tertia proportionalis LN. Inuenta autem recta O, media proportionali inter LM, & MN; fiat vt LM, ad O, ita BF, ad FD; ac tandem per D, ipsi BC, parallela agatur DE. Dico Trapezium BE, rectilineo A, æquale esse. *a 19. sexti.* Quoniam enim triangulum BCF, ad triangulum DEF, duplicatam proportionem habet lateris BF, ad latus DE, hoc est, rectæ LM, ad rectam O; Habet autem & LM, ad MN, duplicatam proportionem eius, quam habet LM, ad O. quod LM, O, MN, sint continue proportionales. Igitur erit vt triangulum BCF, ad triangulum DEF, ita LM, ad MN; Et per conuersionem rationis, vt triangulum BCF, ad Trapezium BE, ita LM, ad LN. *b coroll. 20. sexti.* Cum ergo sit, vt LM, ad LN, ita quadratum K, ad quadratum G, quod LM, HI, LN, continue sint proportionales, erit quoque vt triangulum BCF, ad trapeziū BE, ita quadratum K, ad quadratū G, hoc est, ita triangulum BCF, quod ipsi K, æquale est, ad rectilineū A, ipsi G, æquale. Quocirca cum triangulum BCF, ad trapezium BE, & ad rectilineum A, eandem habeat proportionem; æqualia erunt trapezium BE, & rectilineum A, quod est propositum.

4 SIT deinde super BC, versus R, S, vbi anguli RBC, SCB, duobus rectis sunt maiores, non autem versus punctum concursus F, construendum trapezium rectilineo A, cuiuscunque magnitudinis sit, æquale, habens latus oppositum rectæ BC, parallelum. *d 14. secūdi* Fiat rursus triangulo BCF, æquale quadratum K, cuius latus LM; & rectilineo A, aliud quadratum G, æquale, cuius latus HI, per ea, quæ ad propositionem 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius docuimus. Deinde lateribus LM, HI, inueniatur tertia proportionalis MP, quæ ipsi LM, in continuum & directum sit posita: atque inter totam LP, & LM, reperta sit media proportionalis Q; ac postremo, vt Q, ad LP, ita fiat FB, ad FR: ipsique BC, parallela agatur RS. Dico trapezium BS, rectilineo A, esse æquale. *e 19. sexti.* Quoniam enim triangulum BCF, ad triangulum RSF, proportionem habet duplicatam lateris FB, ad latus FR, hoc est, proportionis Q, ad LP; Est autem & proportio LM, ad L P, duplicata proportionis LM, ad Q, vel Q, ad L P, quod tres rectæ LM, Q, L P, sint continue proportionales. Igitur erit vt triangulum BCF, ad triangulum RSF, ita LM, ad LP; ideoque etiam per diuisionem rationis contrariam in scholio propof. 17. lib. 5. Euclid. à nobis demonstratam, vt triangulum BCF, ad trapezium BS, ita LM, ad MP. *f coroll. 20. sexti.* Vt autem LM, ad MP, ita est, quadratum K, ad quadratum G, quod tres LM, HI, MP, sint continue proportionales. Igitur erit quoque, vt triangulum BCF, ad trapezium BS, ita quadratum K, ad quadratum G. Cum ergo triangulo BCF, constructum sit æquale quadratum K; g erit quoque trapezium BS, quadrato G, æquale, hoc est, rectilineo A, cui quadratum G, constructum est æquale, quod est propositum.

5 QVOD si quando duæ rectæ BF, CF, in tam remoto puncto concurrant, vt vix haberi possit, (quod quidem tunc accidet, cum ipsæ rectæ ferre parallelæ sunt) absoluemus problema, etiam si punctum concursus F, non habeamus, hunc in modum. Sumpto vtrunque puncto T, in altera earum, nimirum in CF, agatur TV, alteri BF, parallela; & duabus BC, CV, inueniatur tertia proportionalis X. Constructo deinde ex scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius, vt Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius docuimus, quadrato G, æquali rectilineo A, inueniatur tribus BC, X, HI, quarta proportionalis I Y, *h coroll. 19. sexti.* agaturque YZ, lateribus quadrati parallela. *h* Et quoniam est, vt triangulum.



*a* 1. *sexii.* lunu BCF, (si perficeretur,) ad triangulum VCT, ita recta BC, ad recta X, hoc est, ita HI, ad IY, & hoc est, ita quadratum G, ad rectangulum IZ: Est autem triangulum BCE, maius quadrato G, siue rectilineo A: (quando enim ad partes angulorum, qui duobus rectis minores sunt, contruendum est tra-



*b* 14. *quinti* peziū dato rectilineo æquale, debet esse triāgulū maius rectilineo) *b* erit quæque triangulū VCT, maius rectāgulo IZ. Igitur ut Num. 3. traditum est, contruatur trapeziū Vb, rectangulo IZ, æquale: & tribus rectis CV, Va, CB, inuēta quarta proportionali BD, *c* (trāsbibit autē recta ducta Ca, per D, si quarta BD, ritē est inventa, *d* ita ut vicissim recta Ca, si exquisitē ducatur, exhibeat quartā proportionalem quæsitam BD,) demittatur DE, ipsi BC, parallela. Dico trapezium BE, dato rectilineo A, æquale esse. Quoniam enim trapezium BE, trapezio Vb, simile est, per ea, quæ ad propof. 18. li b. 6. Euclid. demonstrauimus; *e* erit trapezium BE, ad trapezium Vb, ut recta BC, ad rectam X, hoc est, ut recta HI, ad IY, & hoc est, ut quadratum G, ad rectangulum IZ. Cum ergo trapezium Vb, rectangulo IZ, æquale sit; erit quoque trapezium BE, quadrato G, hoc est, rectilineo A, æquale. quod est propositum.

6 NON aliter ex alia parte angulorum RBC, SCB, qui duobus rectis

ais

His sunt maiores, etiam si punctum concursus F, non habeatur, trapezium constituemus rectilineo A, æquale, cuiuscunque magnitudinis illud ponatur. Neque enim in hoc casu necesse est, ipsum esse minus triangulo BCF, si perficeretur. Ducta namque ex quolibet puncto T, rectæ CF, ipsi BF, parallela TV, eaque producta, inueniatur duabus rectis BC, CV, tertia proportionalis X. Constructo deinde quadrato G, quod rectilineo A, sit æquale, reperitur tribus rectis BC, X, & HI, quarta proportionalis IY, agaturq; YZ, lateribus quadrati parallela, ita ut rursus sit triangulum BCF, ad triangulum VCT, sicut quadratum G, ad rectangulum IZ. Post hæc, ut Num. 4. præcepimus, rectangulo IZ, construatur trapezium æquale Ve, & tribus rectis CV, Vd, CB, inuenta quarta proportionali BR, a (transibit autem recta Cd, ducta per R: si quarta BR, recte inuenta est: b ita ut vicissim recta Cd, si accurate ducatur, abscindat quartam proportionalem quaesitam BR,) demittatur RS, ipsi BC, parallela. Dico trapezium BS, rectilineo A, æquale esse. Quoniam enim trapezium BS, trapezio Ve, simile est, per ea, quæ in scholio propos. 12. lib. 6. Euclid. monstrata sunt a nobis; c erit trapezium BS, ad trapezium Ve, ut recta BC, ad rectam X; hoc est, ut recta HI, ad rectam IY, d hoc est, ut quadratum G, ad rectangulum IZ. Cum ergo trapezium Ve, rectangulo IZ, æquale sit; e erit quoque trapezium BS, quadrato G, hoc est, rectilineo A, æquale, quod est propositum.

7 IAM vero datis duobus rectilineis quibuscunque A, & BCFG. HI, sit ex posteriore, quod maius ponatur, auferendum rectilineum habens latus lateri BI, parallelum, æquale priori A, quod minus statuatur, si fieri quidem id poterit. Fieri autem poterit semper in figuris omnes angulos habentibus intorsum, in alijs vero non semper. Per ea, quæ in scholio propos. 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap. 4. lib. 4. huius tradidimus, construatur quadratum KM, rectilineo minori A, æquale. Deinde ex angulo C, qui lateri BI, proximus est, ducta lateri BI, parallela CO, constituatur rectilineo BO, eadem ratione quadratum æquale PQR, & duabus rectis KN, PQ, inuenta tertia proportionali KS, ducatur ST, ipsi KL, parallela: f Eritque rectangulum KT, contentum sub prima linea KL, & tertia KS, quadrato mediæ PQ, hoc est, rectilineo BO, æquale. Et quoniam KS, inuenta est in hoc exemplo minor latere KN: ideoque & rectangulum KT, minus quadrato KM, hoc est, rectilineo A; erit etiam rectilineum BO, minus rectilineo A. Ex propinquiore ergo angulo H, ducta rursus ipsi CO, vel BI, parallela HV, fiat iterum rectilineo CH, æquale quadratum, cuius latus X: Et duabus rectis KN, & X, inuenta tertia proportionali SN, quæ in hoc exemplo terminatur in extremo lateris KN; g erit rursus rectangulum SM, sub prima linea ST, & tertia SN, comprehensum æquale quadrato mediæ X, hoc est, rectilineo CH. Cum ergo & KT, ipsi BO, sit ostensum æquale: erit totum quadratum KM, hoc est, rectilineum A, toti rectilineo BCFG, æquale; ac proinde ex maiori rectilineo per rectam HV, lateri BI, parallelam rectilineum detrahimus minori rectilineo A, æquale, quod faciendum erat.

8 QVOD si duabus rectis KN, & X, inuenta tertia proportionalis fuisset minor, quam SN, nimirum æqualis ipsi SY, ita ut rectangulum SZ, quadrato rectæ X, vel rectilineo CH, foret æquale: ducenda esset ex primo angulo D, alia parallela Da, & rectilineo DH, constituendum quadratum

a schol. 4. se

xii.

b 4. sexti.

c coroll. 20.

sexti.

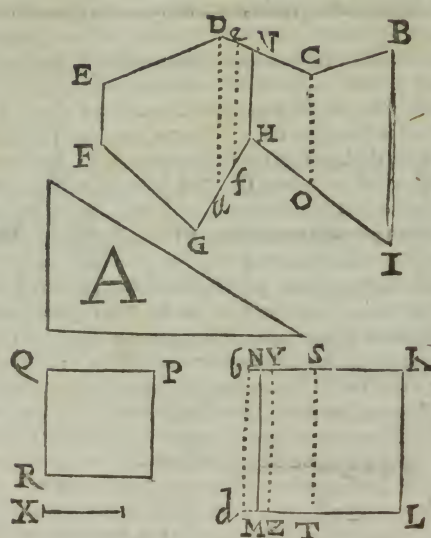
d 1. sexti.

e 14. quinti

f 17. sexti.

g 17. sexti.





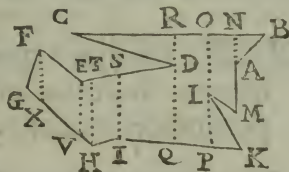
dratum æquale; atque rectæ KN, & lateri postremi huius quadrati inveni  
adiungenda tertia proportionalis, & ei abscindenda æqualis Y b. Et si Y b,  
foret minor, quam Y N, ducenda adhuc esset ex proximo angulo G, paral  
lela lateri BI, & rectilineo inter hanc parallelam, & D a, comprehenso effi  
ciendum quadratum æquale: ac rectæ KN, & lateri huius quadrati adiun  
genda tertia proportionalis, &c. Atque ita progrediendum deinceps, donec  
inuenta sit tertia proportionalis S N, quæ terminetur in N, (qualis fuit  
tertia proportionalis S N, duabus K N, & X, inuenta) vel cuius terminus  
ultra N, cadat. Quando enim terminatur in N, erit rectilineum inter B I,  
& ultimam parallelam comprehensum æquale quadrato K M, hoc est, re  
ctilineo A, vt ostensum fuit de rectilineo B H, paulo ante hunc Num. 8.  
Quando autem terminus tertiæ proportionalis cadit ultra N, videlicet in  
b. ita vt rectangulum Y d, sit æquale ultimo quadrato inuento, hoc est,  
rectilineo DH; ac proinde totum rectilineum inter B I, & ultimam paral  
lelam, hoc est, rectangulum K d, maius quadrato K M, vel rectilineo A; erit  
ultimum rectilineum DH, maius rectangulo N d, propterea quod K Z, ipsi  
BH, æquale est, & Y d, ipsi DH. Quare si super rectam D a, inter rectas DV,  
a H, constituatur trapezium D f, per parallelam e f, rectangulo N d, æqua  
le, vt supra Num. 3. traditum est: erit rectilineum inter BI, & e f, parallelas  
contentum æquale quadrato K M, hoc est, rectilineo A.

CAETERVM non est necesse, vt semper à proximo angulo parallela du  
catur in figura BF. Quando namque sensus iudicaret plus minus, parallelam  
ex aliquo angulo non proximo ductam auferre rectilineum minus quadra  
to K M,

to  $KM$ , vel non multo maius, ducenda esset parallela ex eo angulo, & rectilineo abscisso construendum æquale quadratum, & reliqua perficienda, ut prius.

DENIQUE si aliquando deprehenderetur, rectilineum abscissum non esse multo minus quadrato, constituendum esset, ut Num. 3. docuimus, super parallelam illam trapezium æquale rectangulo, quo quadratum  $KM$ , rectilineum abscissum superat.

9 EX his puto satis studiosum Lectorem intelligere, quo pacto in alijs exemplis se gerere debeat. Nam si verbi gratia ex hoc proposito rectilineo irregularissimo per lineam lateri  $AM$ , parallelam abscindenda sit portio æqualis alteri cuiuspiam rectilineo minori, producemus  $MA$ , vsque ad  $N$ . Et si quidem deprehensum fuerit triangulū  $ABN$ , esse æquale dato rectilineo minori, (quod scietur, si quadratum triagulo æquale constructum, fuerit æquale quadrato, quod dato rectilineo minori constituitur æquale) recta  $AN$ , problema efficiet. Si vero maius,



construemus super  $AN$ , versus  $B$ , trapezium per parallelam ipsi  $AN$ , æquale excessui: At si minus, ducemus  $LO$ , parallelam. Nam si fuerit deprehensum rectilineum  $NL$ , æquale defectui, problema efficiet parallela  $LO$ : Si vero maius constituemus super  $LO$ , versus  $MN$ , per parallelam ipsi  $MN$ , trapeziū excessui æquale. Ea enim parallela problema soluet: At si minus, producemus  $OL$ , ad  $P$ : Et si quidem triangulū  $KLP$ , fuerit æquale defectui, tota parallela  $OP$ , quæstioni satisfaciet: Si vero maius, constituemus in angulo  $K$ , triangulum simile triangulo  $KLP$ , & excessui æquale; ita ut hoc triangulum vna cum rectilineo per parallelam  $LO$ , abscisso sit dato rectilineo minori æquale. Ex quo colliges, problema in hoc casu solui non posse, cum duæ parallelæ, nimirū  $LO$ , & illa, quæ triangulum ipsi  $KLP$ , simile aufert, resecet ex toto rectilineo  $BG$ , partem dato rectilineo minori æqualem. At si triangulum  $KLP$ , fuerit minus defectu prædicto, ita ut hoc triangulum vna cum rectilineo per parallelam  $LO$ , abscisso sit minus dato rectilineo minore, ducemus per  $D$ , parallelam  $QR$ . Et si quidem rectilineum  $PR$ , æquale, fuerit defectui, quo figura  $KPLMABNO$ , à dato rectilineo minore deficit, factum erit per parallelam  $QR$ , quod iubetur: Si vero maius, parallela, quæ cum  $QR$ , versus  $OP$ , auferet rectilineum huic excessui æquale, satisfacet problemati: At si rectilineum  $PR$ , fuerit minus prædicto defectu, & triangulum  $CDR$ , inuentum fuerit ultimo huic defectui, quo rectilineum  $PR$ , à prædicto defectu deficit, æquale, parallela  $DQ$ , quæstionem dissoluet: Si autem triangulum  $CDR$ , fuerit maius hoc ultimo defectu, b si ad  $C$ , constituatut triangulum excessui æquale, & simile triangulo  $CDR$ , satisficient quæstioni duæ parallelæ, videlicet  $DQ$ , & basis prædicti trianguli constituti; atque in hoc casu per vnicam parallelam satisfieri problemati nequit: Si denique triangulum  $CDR$ , minus extiterit eodem illo ultimo defectu, ducemus parallelam  $IS$ . Et si quidem rectilineum  $DI$ , æquale fuerit illi, quo triangulum  $CDR$ , minus est ultimo illo defectu, erit totum, rectilineum  $ISDCBAMLEKI$ , dato minori rectilineo æquale: Si autem rectilineum  $DI$ , inæquale fuerit, progrediemur ulterius, ut iam sæpius dictum

a 25. sexti.

b 25. sexti.

M m est,

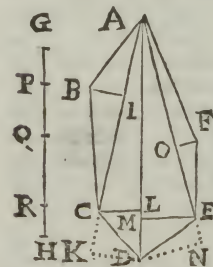


est, donec rectilineum inueniamus dato minori rectilineo æquale; Inuenietur autem omnino vnum æquale, cum totum rectilineum BG, maius ponatur. Vides igitur, facile conijci posse, quando problema per vnicam parallelam solui possit, & quando non, sed per duas: Quotiescunque enim incidemus in eiusmodi triangulum in ipsa constructione, qualia fuerunt KLP, & CDR, ex quo auferendum sit triangulum simile, & æquale excessui alicui, solui problema nequit, nisi per duas parallelas.

## PROBL. 2. PROPOS. 3.

DIVISO rectilineo quolibet in triangula ex vno aliquo puncto, rectas lineas ipsis triangulis ordine proportionales inuenire.

SIT rectilineum quodlibet ABCDEF, diuisum in triangula ABC, ACD, ADE, AEF, per rectas ex angulo A, (vel aliquo puncto assignato in vno latere) ad omnes angulos oppositos ductas: atque hisce triangulis inueniendæ sint ordine totidem rectæ proportionales. Ex omnibus angulis, dempto angulo A, ad rectas ex A, egredientes ducantur perpendiculares BI, CL, DK, DN, EM, FO, pro altitudinibus triangulorum. (Nihil autem refert, si interdum perpendiculares cadant in rectas extra triangula productas, cuiusmodi hic sunt DK, DN,) ita vt singula triangula binas habeant altitudines, præter duo extrema, quæ singulas duntaxat habent. Deinde in recta quacunque GH, accipiaturs GP, æqualis altitudini BI, primi trianguli ABC; & PQ, æqualis altitudini DK, secundi trianguli ACD, respectu eiusdem basis AC. Post hæc fiat, vt CL, altitudo secundi trianguli respectu basis AD, ad EM, altitudinem tertij trianguli ADE, respectu eiusdem basis AD, ita PQ, ad QR; Et vt DN, altitudo tertij trianguli ADE, respectu basis AE, ad FO, altitudinem quarti trianguli AEF, respectu eiusdem basis AE, ita QR, ad RH, atque ita deinceps, si plura fuerint triangula, sumendo semper duas altitudines ad communem basem demissas, &c. Dico quatuor rectas GP, PQ, QR, RH, esse quatuor triangulis ordine proportionales. Nam vt in scholio propos. 1. lib. 6. Euclid. demonstratum est, a nobis, ita est triangulum ABC, ad triangulum ACD, vt altitudo BI, ad altitudinem DK, propter basem communem AC, hoc est, vt GP, ad PQ, cum hæc sumptæ sint illis altitudinibus æquales. Eadem de causa ita est triangulum ACD, ad triangulum ADE, vt altitudo CL, ad altitudinem EM, hoc est, vt PQ, ad QR, cum ex constructione sit, vt CL, ad EM, ita PQ, ad QR. Pari denique ratione ita est triangulum ADE, ad triangulum AEF, vt altitudo DN, ad altitudinem FO, hoc est, vt QR, ad RH, cum sit per constructionem, vt DN, ad FO, ita QR, ad RH. Constat ergo id, quod propositum fuit.

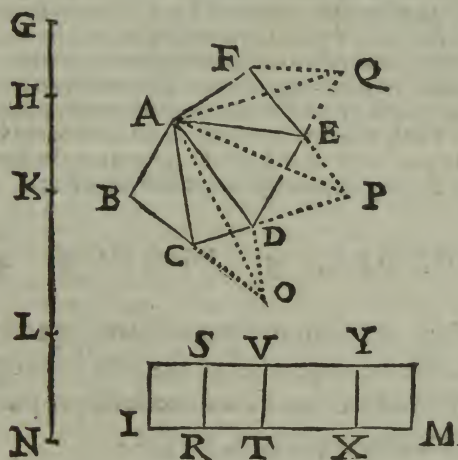


212. *sexti.*

ALL

## A L I T E R.

SIT rursus rectilineum ABCDEF, diuisum in triacula ABC, ACD, ADE, AEF, ex puncto A. Quoniam bina proxima triacula constituunt quadrilaterum, cuius diameter est latus vtrique triangulo commune, cuiusmodi est ABCD, ducemus diametro AC, ex D, parallelam DO, quæ secet latus BC, productum in O. Sic in quadrilatero ACDE, diametro AD, parallelam ducemus EP, quæ secet latus CD, protractum in P. Itemque in quadrilatero ADEF, diametro AE, parallelam ducemus FQ, quæ latus DE, productum secet in Q. Deinde in recta quauis GN, sumantur GH, HK, ipsi BC, CO, æquales. Et tribus CD, DP, HK, reperiatur quarta proportionalis KL. Actandem tribus DE, EQ, KL, quarta proportionalis inue-



niatur LN. Dico inuentas esse quatuor rectas GH, HK, KL, LN, quatuor triangulis proportionales. Ductis enim ex A, ad O, P, Q, puncta concursuum rectis AO, AP, AQ, erit triangulum ACD, triangulo ACO; & triangulum ADE, triangulo ADP; & triangulum AEF, triangulo AEQ, æquale. Cum ergo sit, vt BC, ad CO, hoc est, vt GH, ad HK, ita triangulum ABC, ad triangulum ACO, hoc est, ad triangulum ACD: Item vt CD, ad DP, hoc est, vt HK, ad KL, ita triangulum ACD, ad triangulum ADP, hoc est, ad triangulum ADE: Et vt DE, ad EQ, hoc est, vt KL, ad LN, ita triangulum ADE, ad triangulum AEQ, hoc est, ad triangulum AEF: perspicuum est id, quod proponitur.

a 37. primi  
b 1. sexti.

M m a ALI-



## A L I T E R.

214 vel 45.  
primi.

b l. sexti.

RATIONES duæ expositæ, quæ expeditissimæ sunt, propria est triangu-  
lorum, in quæ diuiditur figura per rectas ab vno aliquo puncto in quouis  
latere dato, vel ab aliquo angulo emissas: potest tamen idem hoc problema  
absolui alio modo, qui in quaslibet figuras conuenit, licet non sit tam ex-  
peditus. Ita ergo agemus: Sit eadem figura proxima diuisa in triangu-  
la, vel etiam in plurium laterum figuras. *a* Et primo triangulo ABC, vel primæ  
figuræ, rectangulum, vel quoduis aliud parallelogrammum non rectangu-  
lum æquale construat IS: Et super rectam RS, aliud parallelogrammum  
ST, secundo triangulo ACD, vel secundæ figuræ æquale, habens angulum  
SRT, angulo I, æqualem. Item super rectam TV, aliud VX, tertio triangu-  
lo ADE, vel tertiæ figuræ æquale, angulum habens VTX, æqualem eidem  
angulo I: Ac denique super rectam XY, aliud YM, quarto triangulo AEF,  
vel quartæ figuræ æquale, angulum YXM, habens æqualem eidem angulo  
I: atque ita deinceps, si plura fuerint triangu-  
la, vel figuræ. Dico rectas  
IR, RT, TX, XM, triangulis, vel figuris esse proportionales. Nam ex qua-  
tuor rectangulis, vel parallelogrammis constituitur vnum totum, vt ex de-  
monstratione propos. 45. lib. 1. Euclid. manifestum est, propter angulos I,  
SRT, VTX, YXM, æquales: ac proinde omnia quatuor eandem habent al-  
titudinem. *b* Igitur rectæ IR, RT, TX, XM, proportionales sunt parallelogra-  
mis, ideoque & triangulis, siue figuris, quod est propositum.

## PROBL. 3. PROPOS. 4.

DATVM rectilineum per rectam à quouis angulo,  
vel puncto in aliquo latere ductam in proportionem  
datam diuidere: ita vt antecedens proportionis, in  
quam malueris partem, vergat.

e l. sexti.

SIT primum triangulum quodcunque ABC, per rectam ex angulo A,  
diuidendū in duas partes: ita vt pars ad B, vergens ad reliquam partem ha-  
beat proportionem datam D, ad E. Secetur latus BC, dato angulo opposi-  
tum, per ea, quæ in scholio propos. 10.  
lib. 6. Euclid. docuimus, in F, ita vt ea-  
dem sit proportio BF, ad FC, quæ D, ad  
E, ducaturque recta AF. Dico esse vt  
D, ad E, ita triangulum ABF, ad trian-  
gulum AFC. *c* Est enim triangulū ABF,  
ad triangulum AFC, vt BF, ad FC, hoc  
est, vt D, ad E.

DEINDE sit idem triangulum ABC, diuidendum in duas partes, per  
rectam ex puncto F, dato in latere BC, ita vt pars versus B, ad reliquam par-

tem

rem habeat proportionem datam D, ad E. Ducta ex dato puncto F, ad angulum oppositum A, recta FA, ut totum triangulum in duo triacula sit sectum: a reperiantur duæ rectæ GH, HI, habentes eandem proportionem, quam triangulum ABF, ad triangulum AFC: totaque GL, secetur in H, ut eadem sit proportio GH, ad HI, quæ D, ad E. Et quia punctum H, cadit in extremum primæ lineæ GH, estque ut GH, ad HI, hoc est, ut D, ad E, ita triangulum ABF, ad triangulum AFC: diuidet recta FA, ex dato puncto F, ad oppositum angulum A, ducta triangulum ABC, in duas partes in data proportione D, ad E.

SIT rursus data proportio K, ad L, diuidendumque sit triangulum ABC, ex puncto F, in duas partes eiusdem proportionis. Diuidatur tota GL, in M, ita ut eadem sit proportio GM, ad MI, quæ K, ad L. Et quoniam diuisionis punctum M, cadit in primam partem GH, totius lineæ GL, secabimus BA, basem primi trianguli dato puncto F, oppositam, in N, ut eadem sit proportio BN, ad NA, quæ GM, ad MH. Dico ductam rectam FN, problema efficere, hoc est, ita esse triangulum BFN, ad trapezium FNAC, ut K, ad L. Quoniam enim rectæ GH, HI, triangulis ABF, AFC, proportionales inuentæ sunt: & tam primam partem GH, in M, quam primum triangulum ABF, per rectam FN, secimus proportionaliter, a cum sit triangulum BFN, ad triangulum NFA, ut BN, ad NA, hoc est, ut GM, ad MH, b erit ut GM, ad MI, id est, ut K, ad L, ita BFN, triangulum ad trapezium FNAC, quod est propositum.

DENIQUE data sit proportio O, ad P, secundumque sit triangulum ABC, in duas partes eiusdem proportionis. Diuisa tota GL, in Q, ita ut eadem sit proportio GQ, ad QI, quæ O, ad P: quoniam punctum diuisionis Q, cadit in secundam partem HI, totius lineæ GL, diuidemus AC, basem secundi trianguli dato puncto F, oppositam in R, ut eadem sit proportio AR, ad RC, quæ HQ, ad QI. Dico ductam rectam FR, problema efficere, hoc est, ita esse trapezium ABFR, ad triangulum RFC, ut O, ad P. Quoniam enim rectæ GH, HI, reperiuntur triangulis ABF, AFC, proportionales; & tam secundam partem HI, in Q, quam secundum triangulum AFC, per rectam FR, secimus proportionaliter: c cum sit triangulum AFR, ad triangulum CFR, ut AR, ad RC, hoc est, ut HQ, ad QI: d Erit ut GQ, ad QI, hoc est, ut O, ad P, ita trapezium ABFR, ad triangulum RFC, quod est propositum.

IA M vero si antecedens proportionis vergere debeat versus C, proportioque data sit O, ad P; fiet id commodissime, si triangulum ex F, diuidatur secundum proportionem P, ad O, ita ut antecedens vergat versus B, sicut docuimus. Nam tunc pars versus C, ad reliquam habebit proportionem, quam O, ad P, per conuersam proportionalitatem. Quod etiam in alijs figuris intelligi volo.

SIT deinde multilatera figura quæcunque ABCDEF, per rectam ex angulo A, ductam secanda in duas partes, ita ut pars ad B, vergens ad reliquam partem proportionem habeat datam M, ad N. Ductis ex dato angulo A, ad omnes angulos oppositos rectis partientibus figuram in quatuor triacula; e inueniatur ipsis quatuor rectæ proportionales GH, HI, IK, KL. Tota deinde GL, secetur in O, ut eadem sit proportio GO, ad OL, quæ M, ad N. Et quoniam diuisionis punctum O, cadit in tertiam lineam IK, secabimus tertij trianguli basem DE, dato angulo A, oppositam in P, ut secta est IK,

a 3. huius.

a 1. sexti.  
b 1. huius.c 1. sexti.  
d 1. huius.

c 3. huius.





triangulis EBC, ECD, EDA, proportionales. Secta deinde tota FG, in M, secū  
dū datā proportionē K, ad L : quoniam diuisionis punctū M, incidit in primā  
lineā FH, diuidemus primi trianguli EBC, basem BC, dato puncto E, oppositā  
in X, ut FH, secta est in M. Iuncta namque recta EX, *a* erit triangulum, *a* 1. *huius*.  
EBX, ad figuram EXCDAE, ut FM, ad MG, hoc est, ut K, ad L : propterea  
quod triangula EBC, ECD, EDA, rectis FH, HI, IG, proportionalia sunt  
ex constructione ; & primæ partes EBC, FH, sectæ sunt per rectam EX, &  
in M, proportionaliter ; *b* cum sit EBX, ad EXC, ut BX, ad XC, hoc est, ut *b* 1. *sexii*.  
FM, ad MH. Constat ergo propositum.

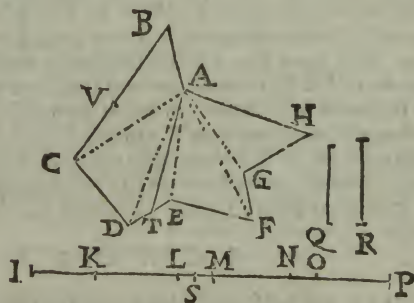
Si proportio data sit N, ad O ; secta FG, in P, secundum proportionem  
N, ad O, cadet diuisionis punctum P, in secundam lineam HI. Igitur si secun  
di trianguli ECD, basis CD, dato puncto E, opposita secetur in Q, ut secta  
est HI, in P, necaturque recta EQ, *c* erit rursus figura EBCQE, ad figuram *c* 1. *huius*.  
EQDA, ut FP, ad PG, hoc est, ut N, ad O.

Si denique data sit proportio R, ad S ; secta FG, in V, secundum propor  
tionem R, ad S, cadet diuisionis punctum V, in tertiam lineam IG. Quam  
ob rem si tertij trianguli EDA, basis DA, dato puncto E, opposita secetur in  
T, ut secta est IG, in V, iungaturque recta ET ; *d* erit rursus figura EBCD- *d* 1. *huius*.  
TE, ad triangulum ETA, ut EV, ad VG, hoc est, ut R, ad S.

ATQVE hac via procedendum est in omnibus alijs figuris, quæ latera  
toridem habeant, quot angulos, id est, in quibus omnes anguli introrsum  
vergant.

IDEM hoc problema efficiemus in rectilineo, cuius anguli partim ex  
trorsum vergant, & partim introrsum, dūmodo ab angulo, vel puncto dato in  
latere duci possint lineæ rectæ diuidentes rectilineum in triangula, quæ nul  
lum ipsius latus secant. Ut in hac figura octo laterum ABCDEFGH, cuius  
quinque anguli B, C, D, F, H, introrsum vergunt, & reliqui tres BAH, DEF,  
FGH, extrorsum, ductæ sunt rectæ ex angulo A, ad omnes angulos, præ  
ter quam ad duos proximos  
B, H, nullum figuræ latus  
intersecantes. *e* Si igitur  
reperiantur sex rectæ IK,  
KL, LM, MN, NO, OP, sex  
triangulis ABC, ACD,  
ADE, AEF, AFG, AGH,  
proportionales ; & tota li  
nea LP, secetur in S, secun  
dum datam proportionem  
Q, ad R ; atq. basis DE, tertij  
trianguli (Nā diuisionis pun  
ctum S, in tertiam lineam  
LM, incidit) dato puncto  
A, opposita diuidatur in T,  
ut linea LM, in S, diuisa est, ducaturque recta AT : *f* erit figura ABCD- *f* 1. *huius*.  
TA, ad figuram ATEFGHA, ut IS, ad SP, hoc est, ut Q, ad R.

EX angulo B, vel H, non poterit proposita figura in quamcunq. proportio  
nem diuidi : quia lineæ ex eorum utrolibet ad oppositos angulos emissæ  
partim secant latera, & partim cadunt extra figuram. Quod si data pro  
portio



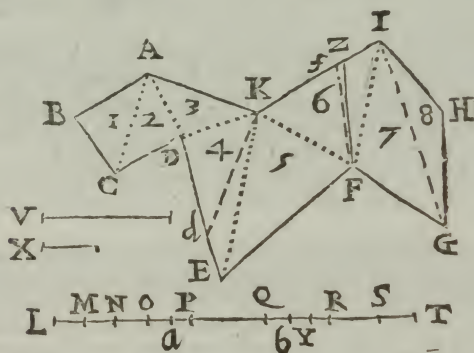
*e* 3. *huius*.

*f* 1. *huius*.



portio minor esset, quam figuræ  $BCDEB$ , (si nimirum intelligatur ducta recta  $BE$ ) ad figuram  $BFGHAB$ , tum demum diuidi posset ex  $B$ , tota figura in datam proportionem: propterea quod fierent duo triangula  $BCD$ , (ducta videlicet recta  $BD$ )  $BDE$ , ad punctum  $B$ , quorum bases sunt latera figuræ  $CD, DE$ ; alia vero quatuor  $ABE, AEF, AFG, AGH$ , ad punctum  $A$ , quorum etiam bases sunt figuræ latera  $AB, EF, FG, GH, &c.$

EODEM modo quamcunque figuram rectilineam, etiam irregularissimam, particmur in datam proportionem, non quidem ex quolibet angulo, vel puncto dato, (nisi ex eo duci possint rectæ ad omnes angulos oppositos, exceptis duobus proximis, quæ nullum figuræ latus intersectanti: cu-



a 3. huius.

b 1. sexti.

c 1. huius.

iusmodi esset punctum  $V$ , in antecedenti figura) sed ex aliquo puncto particulari; si prius figura diuidatur in triangula ex pluribus punctis, ita ut quodlibet triangulum habeat saltem vnum latus, quod etiam sit latus figuræ. Vt si figura hæc  $ABCDEFGHIKA$ , diuidatur in octo triangula, & illis in recta  $LT$ ,  $a$  inueniantur totidem lineæ proportionales, totaque linea  $LT$ , secetur in  $Y$ , secundum datam proportionem  $V$ , ad  $X$ ; & basis  $IK$ , sexti trianguli (quod punctum  $Y$ , cadat in sextam lineam  $QR$ ,) secetur in  $Z$ , ut secunda est  $QR$ , in  $Y$ ;  $b$  ita ut ducta recta  $FZ$ , triangulum  $FIK$ , secum sit, ut secunda est basis  $IK$ , hoc est, recta  $QR$ :  $c$  Erit figura  $ABCDEFZKA$ , ad figuram  $FZIHGF$ , ut  $LY$ , ad  $YT$ , hoc est, ut  $V$ , ad  $X$ . Et sic de cæteris.

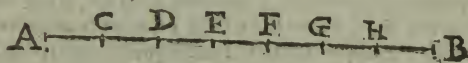
#### SCHOLIUM.

Quo pacto figura data secetur ex dato angulo vel puncto in latere, in quotuis partes æquales

$HIS$  ritè intellectis, licebit nobis quamlibet figuram secare in quotuis partes æquales ex dato angulo, vel puncto in latere, ex quo duci possint ad omnes angulos, exceptis proximis duobus, rectæ lineæ, ita ut nullum figuræ latus secant. Nam si proposita figura sit secunda, verbi gratia in 7. partes æquales, diuidemus eam secundum proportionem 1. ad 6. nimirum secundum submultiplicem denominatam à denominatore partium, minus vno, in quas

quas figura diuidenda est. Ita enim prior pars erit  $\frac{1}{2}$ . totius figuræ, cum posterior 6. eiusmodi partes complectatur. Hanc deinde posteriorem partem secabimus secundum proportionem 1. ad 2. ita ut prior pars contineat  $\frac{1}{3}$ . ipsius, hoc est,  $\frac{1}{2}$ . totius figuræ. Post hæc posteriorem huius secundæ diuisionis partem partiemur secundum proportionem 1. ad 4. Ac rursus partem huius terciæ diuisionis posteriorem diuidemus secundum proportionem 1. ad 3. Atque posteriorem huius quartæ diuisionis partem secabimus secundum proportionem 1. ad 2. Ac posteriorem partem posteriorem huius quintæ diuisionis partiemur in duas partes æquales, nimirum secundum proportionem 1. ad 1.

NON aliter figuram irregularem, in qua à nullo angulo, vel puncto in latere, duci possunt rectæ ad angulos oppositos, quin aliqua figuræ latera secantur, diuidere licebit in partes quotuis æquales, ex diuersis angulis, vel punctis. Nam si verbi gratia vltima figura huius propositionis diuidenda sit in 5. partes æquales; secabimus ex ea, ab aliquo angulo, vel puncto, quintam partem. Deinde ex maiore parte complectente  $\frac{4}{5}$ . totius figuræ, ab aliquo eius angulo, vel puncto, detrahemus quartam partem: Item tertiam partem ex maiore parte huius diuisionis: Ac tandem semissem ex vltima parte postremæ huius diuisionis. Hac enim ratione diuisa erit tota figura in 5. partes: non secus atque in linea recta AB, contingit. Si namque eam partiri vo-



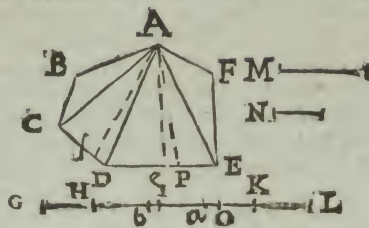
beamur in 7. partes æquales, efficiemus id, si primo loco septimam partem AC, detrahemus; deinde  $\frac{1}{6}$ . CD, ex reliqua linea CB; & ex reliqua DB, quintam partem DE: & ex reliqua EB, quartam partem EF; & ex reliqua FB, tertiam partem FG; Ac denique reliquam lineam GB, bifariam secabimus in H, hoc est, semissem GH, ex ea abscindemus.

EAQILIVS idem exequemur, quando ex dato angulo, vel puncto, duci possunt rectæ ad omnes angulos, duobus proximis exceptis, nullum figuræ latus secantes, hac ratione. Lineam ex rectis, quæ triangulis figuræ proportionales sunt, conflatam secabimus in tot partes æquales, in quot figuram partiri iubemur. Si enim bases triangulorum dato angulo, vel puncto oppositas, quæ lineis, in quas puncta diuisionum cadunt, respondent, ita diuidemus, ut sectæ sunt respondententes lineæ, atque ex dato angulo, vel puncto, ad diuisionum puncta rectas ducemus, factum erit, quod proponitur. Ut si secunda figura huius propos. secanda sit in 5. partes æquales, partiemur lineam GL, in 5. æquales partes GH, Hb, ba, aK, KL. Et quoniam primum punctum H, cadit in H, erit triangulum ABC, quinta figuræ pars; a cum sit ut GH, ad HL, ita triangulum ABC, ad reliquam partem figuræ. Deinde secabimus basem secundi trianguli in d, ut secunda linea HI, secta est in b: Et basem tertij trianguli in e, ut tertia linea IK, secta est in a; rectasque ducemus Ad, Ae. Quia vero quartum punctum K cadit in K, terminum quartæ lineæ IK, erit figura diuisa in 5. partes æquales ABC, ACd, AdDe,

N n AeE,

a i. huius.





**61. huius.**  $A e E$ ,  $A E F$ :  $a$  propterea quod hæ partes partibus  $GH$ ,  $H b$ ,  $b a$ ,  $a K$ ,  $K L$ , proportionales sunt.

$N E Q V E$  vero difficile erit hanc eandem rationem figuris irregularibus, qualis est vltima huius propof. accommodare. Si enim ea diuidenda fit, verbi gratia in tres partes æquales, secāda erit linea  $L T$ , in tres æquales partes  $L a$ ,  $a b$ ,  $b T$ . Et quarti trianguli basis  $DE$ , diuidenda in  $d$ , vt quarta linea  $OP$ , diuifa est in  $a$ : Item sexti trianguli basis  $KI$ , secanda in  $f$ , vt sexta linea  $QR$ , in  $b$ , secta est. Nam si ex  $K$ , angulo basi  $DE$ , opposito recta ducatur  $K d$ : Item ex angulo  $F$ , basi  $K I$ , opposito recta  $F f$ , erunt tres partes figuræ  $A B C D d K A$ ,  $K d E F f K$ ,  $f E G H I f$ , inter se æquales:  $b$  cum sint rectis  $L a$ ,  $a b$ ,  $b T$ , proportionales. Eademque de cæteris ratio est.

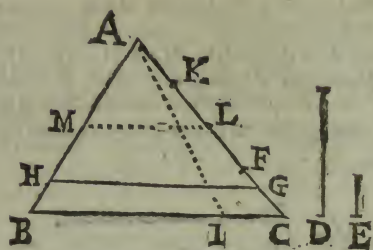
**61. huius.**

#### PROBL. 4. PROPOS. 5.

**DATVM** rectilineum per rectam lineam datæ rectæ parallelam in datam proportionem diuidere, ita vt antecedens proportionis in quam elegeris partem vergat.

**SIT** primo triangulum  $A B C$ , diuidendum in duas partes per lineam lateri  $B C$ , parallelam, vt pars versus  $A$ , ad reliquam habeat proportionē datam  $D$ , ad  $E$ . Alterutro laterum, cui linea diuidens æquidistare non debet, videlicet  $AC$ , diuiso in  $E$ , vt eadem sit proportio  $AE$ , ad  $FC$ , quæ  $D$ , ad  $E$ , initio factō ab angulo  $A$ , versus quem antecedens proportionis vergere debet, reperiat inter totum latus  $AC$ , & eius partem  $AE$ , quæ terminatur in angulo  $A$ , qui lateri opponitur, cui æquidistans ducenda est, media proportionalis  $AG$ , agaturq. per  $G$ , ipsi  $BC$ , parallela  $GH$ . Dico hanc parallelā problema efficere, id est, eādem esse proportionē trianguli  $AGH$ , ad trapezium  $BCGH$ , quæ est  $D$ , ad  $E$ . *e* Quoniam enim triangulum  $A B C$ , ad triangulum  $A G H$ , est vt latus  $AC$ , ad rectam  $AE$ , quod tres rectæ  $AC$ ,  $AG$ ,  $AE$ , continuè proportionales sint, & triāgula  $A B C$ ,  $AGH$ .

*e* coroll. 19. sexti.



2 corol. 19.  
sexii.

inque, nimirū BC, in I, f

b 1. *sexii.*

c 2. *buins.*

d 7. quiniis

e coroll. 19.

*sexii.*

f 1. sexii.

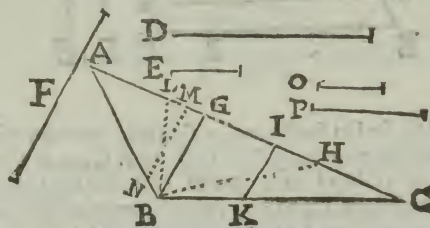
g 2. *huins.*

N n 2 est



est antecedens : erit reliquum triangulum  $ALM$ , reliquo triangulo  $AIC$ , æquale. *a* Quare erit trapezium  $BL$ , ad triangulum  $ALM$ , vt triangulum  $ABF$ , ad triangulum  $AIC$ , hoc est, vt  $BI$ , ad  $IC$ , vel vt  $D$ , ad  $E$ .

$SED$  diuidendum iam sit triangulum  $ABC$ , in datam proportionem  $D$ , ad  $E$ , per lineam parallelam cuiusque lineæ  $F$ : quæ si æquidistat vni lateri, partemur triangulum in datam proportionem, per rectam illi late-



ri parallelam, vt iam tradidimus, siue antecedens vergere debeat ad angulum lateri illi oppositum, siue ad ipsummet latus: factumque erit, quod iubetur; *b* cum parallela illa æquidistat etiam datæ rectæ lineæ.

*b* 30. primi. SI vero data recta  $F$ , nulli laterum æquidistat, ducatur illi ex aliquo angulo parallela intra triangulum cadens, qualis est  $BG$ . Si igitur antecedens proportionis statuendum sit ad partes  $A$ , secabimus latus  $AC$ , in  $H$ , in datam proportionem  $D$ , ad  $E$ . Cadat autem primo punctum  $H$ , inter  $G$ , &  $C$ ; inueniaturque inter  $GC$ , & eius partem  $CH$ , terminatam in angulo  $C$ , parallela  $BG$ , opposito media proportionalis  $CI$ ; & per ipsi  $BG$ , vel ipsi  $F$ , parallela agatur  $IK$ ; quam dico problema efficere: hoc est, esse trapezium  $ABKI$ , ad triangulum  $IKC$ , vt  $D$ , ad  $E$ . Quoniam enim est (ducta recta  $BH$ ,) vt triangulum  $GBC$ , ad triangulum  $IKC$ , ita  $GC$ , ad  $CH$ ; quod tres  $GC$ ,  $CI$ ,  $CH$ , sint continue proportionales, & triacula similia similiterque posita: *d* Vt autem  $GC$ , ad  $CH$ , ita est quoque triangulum  $GBC$ , ad triangulum  $HBC$ ; *e* erunt triacula  $IKC$ ,  $HBC$ , æqualia: Ac proinde & reliquum trapezium  $ABKI$ , reliquo triangulo  $ABH$ , æquale erit. *f* Igitur erit vt trapezium  $ABKI$ , ad triangulum  $ICK$ , ita triangulum  $ABH$ , ad triangulum  $HBC$ ; hoc est, ita  $AH$ , ad  $HC$ , vel ita  $D$ , ad  $E$ , quod est propositum.

*c* coroll. 19. *f* *sexti*. C A D A T deinde punctum  $L$ , (Ponimus iam datam proportionem  $E$ , ad  $D$ , diuisamque esse  $AC$ , in  $L$ , secundum datam proportionem) inter  $A$ , &  $G$ . Inuenta ergo inter  $GA$ , & eius partem  $AL$ , terminatam in angulo  $A$ , parallela  $BG$ , opposito, media proportionali  $AM$ , agatur per  $M$ , ipsi  $GB$ , ideoque & ipsi  $F$ , parallela  $MN$ : quam dico problema efficere, hoc est, esse triangulum  $AMN$ , ad trapezium  $MNBC$ , vt  $E$ , ad  $D$ . Iuncta namque recta  $BL$ , *g* quoniam est, vt triangulum  $ABG$ , ad triangulum  $AMN$ , ita  $AG$ , ad  $AL$ ; quod tres  $AG$ ,  $AM$ ,  $AL$ , continue proportionales sint, & triacula similia similiterque posita: *b* Vt autem  $AG$ , ad  $AL$ , ita est quoque idem  
trian-

triangulum ABG, ad triangulum ABL; *a* erunt triangula AMN, ABL, æqualia; ac proinde & reliquum trapezium MNBC, reliquo triangulo LBC, æquale erit. *b* Quapropter erit triangulum AMN, ad trapezium MNBC, vt triangulum ABL, ad triangulum LBC, *c* hoc est, vt AL, ad LC, vel E, ad D. quod est propositum.

QVOD si punctum diuisionis caderet in G, quod contingeret, si data esset proportio O, ad P; ipsamet parallela BG, problema efficeret; *d* cum sit tria-  
gulum ABG, ad triangulum GBC, vt AG, ad GC, hoc est, vt O, ad P. Et si an-  
tecedens statui debet versus C, & data proportio esset P, ad O; *e* erit quoque  
triangulum CBG, ad triangulum ABG, vt CG, ad GA, vel vt P, ad O.

## A L I T E R.

DIVISO quouis latere, videlicet AC, in H, secundum datam proportio-  
nem D, ad E, iuncta que recta BH; quia punctum H, cadit inter G, & C, *f* 2. huius.  
fiat super BG, inter rectas BC, GC, trapezium BI, per parallelam IK, æ-  
quale triangulo BGH. Eritque propterea totum trapezium ABKI, toti trian-  
gulo ABH, æquale, atque idcirco & reliquum triangulum IKC, reliquo trian-  
gulo BCH. *g* Quocirca erit trapezium ABKI, ad triangulum IKC, vt trian-  
gulum ABH, ad triangulum BCH, *h* hoc est, vt AH, ad HC, vel vt D, ad E.

DIVISO rursus latere AC, in L, secundum datam proportionem E,  
ad D, iuncta que recta BL, quoniam punctum L, cadit inter A, & G, *i* 2. huius.  
super BG, inter rectas BA, GA, trapezium BM, per parallelam MN, æquale trian-  
gulo BGL. Eritque propterea & totum trapezium MNBC, toti triangulo  
LBC, & reliquum triangulum AMN, reliquo triangulo ABL, æquale. *k*  
Qua ob rem erit triangulum AMN, ad trapezium MNBC, vt triangulum ABL,  
ad triangulum LBC; hoc est, vt AL, ad LC, vel vt E, ad D. quod erat faciendum.

NON aliter problema absolucimus, si antecedens proportionis vergere  
debeat ad partes C. Diuiso namque latere CA, in L, in proportionem da-  
tam D, ad E. Quoniam punctum L, cadit inter A, & G; inueniemus inter GA,  
AL, mediam proportionalem AM, & per M, ipsi BG, parallelam ducemus  
MN, quam dico problema efficere, id est, ita esse trapezium MNBC, ad  
triangulum AMN, vt D, ad E. Iuncta namque recta BL: *m* quoniam  
triangulum ABG, ad triangulum AMN, est, vt AG, ad AL, quod tres AG,  
AM, AL, continue sint proportionales, & triangula similia similiterque po-  
sita: *n* Vt autem AG, ad AL, ita est quoque idem triangulum ABG, ad trian-  
gulum ABL; *o* æqualia erunt triangula AMN, ABL; ac proinde & reliquum  
trapezium MNBC, reliquo triangulo LBC, æquale erit. Igitur erit trape-  
zium MNBC, ad triangulum AMN, vt triangulum LBC, ad triangulum  
ABL, *p* hoc est, vt CL, ad LA, vel vt D, ad E.

QVOD si proportio data sit E, ad D; diuiso eodem latere CA, in H,  
in proportionem datam E, ad D, ducta que recta BH; quoniam punctum H,  
cadit inter G, & C, reperiemus inter GC, CH, mediam proportionalem  
CI, & per I, parallelam ipsi BG, agemus IK; quam dico problema effice-  
re, hoc est, esse triangulum CIK, ad trapezium IKBA, vt CH, ad HA, vel  
vt E, ad D. Iuncta enim recta BH; *q* quoniam est triangulum CBG, ad  
triangulum CIK, vt CG, ad CH; quod tres CG, CI, CH, sint continue pro-  
portio

*g* 7. quinti  
*h* 1. sexti.

*k* 7. quinti.  
*l* 1. sexti.

*m* coroll. 19.  
*n* 1. sexti.

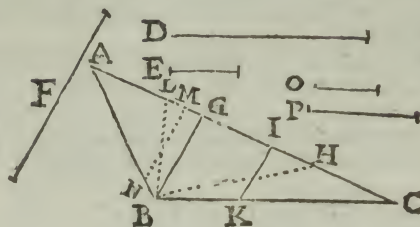
*o* 9. quinti

*p* 1. sexti.

*q* coroll. 19.  
*r* 1. sexti.



*a* 1. *sex*ti. portiones, & triangula similia similiterque posita : *a* Vt autem CG, ad



*a* 9. *quinti*. CH, ita quoque est idem triangulum CBG, ad triangulum CBH ; *a* æqualia erunt triangula CIK, CBH; ideoque & reliquum trapezium IKBA, reliquo triangulo HBA, æquale erit. *b* Quocirca erit triangulum CIK, ad trapezium IKBA, vt triangulum CBH, ad triangulum HBA, *c* hoc est, vt CH, ad HA, vel vt E, ad D. quod faciendum erat.

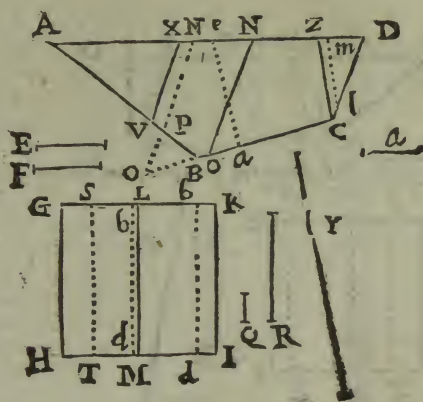
*d* 2. *huius*. F I E T idem quoque aliter, si cadente puncto diuisionis L, inter A, & G, *d* construatur trapezium GN, per parallelam MN, æquale triangulo BGL; Cadente vero puncto diuisionis H, inter G, & C, trapezium constituatur BI, æquale triangulo BGH, per parallelam IK, &c.

PRAETEREA quadrilaterum ABCD, diuidendum sit per lineam lateri CD, parallelam in duas partes, vt pars versus A, ad reliquam habeat datam proportionē E, ad F. Per ea, quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Eucl. vel potius per ea, quæ Nu. 4. cap. 4. lib. 4. huius tradidimus, quadrilatero ABCD, construatur quadratum æquale GHIK; seceturque latus GK, in L, in proportionem E, ad F, datam, & per L, ipsi GH, parallela agatur LM. Deinde super CD, inter rectas CB, DA, *e* fiat rectilineo LI, æquale quadrilatero DO, habens latus NO, lateri CD, parallelum : Et si quidem punctum O, cadit in latus CB, vel in ipsum punctum B, recta NO, problema efficiet. Cum enim quadratum GI, toti quadrilatero AC, æquale sit, & rectangulum ablatum, LI, quadrilatero ablato DO; erit quoque reliquum rectangulum GM, reliquo rectilineo ANO, æquale. *f* Quapropter erit ANO, ad DO, vt GM, ad MK; hoc est, vt GL, ad LK, vel vt E, ad F. quod est propositum.

*f* 7. *quinti*. S I vero punctum O, cadit in CB, latus productum, (quod hic fiet, si proportio data sit Q, ad R. Diuiso enim latere GK, in S, in datam proportionē Q, ad R; ductaque ST, parallela lateri GH; si super CD, inter rectas DA, CB, *h* fiat rectangulo KT, æquale quadrilaterum DO, cadet O, ultra B, & parallela NO, secabit latus AB, in P.) *i* constituemus super NP, inter rectas NA, PA, per parallelam VX, trapezium NV, triangulo BOP, æquale, factū erit, quod iubetur. Addito enim communi rectilineo CDNPB; erit totum rectilineum CDXVB, toti rectilineo DO, hoc est, rectangulo KT, æquale; ideoque & reliquum triangulum AVX, reliquo rectangulo GT, æquale.

Quare

a 7. quinti.  
b 1. sexti.



с 2. июня.

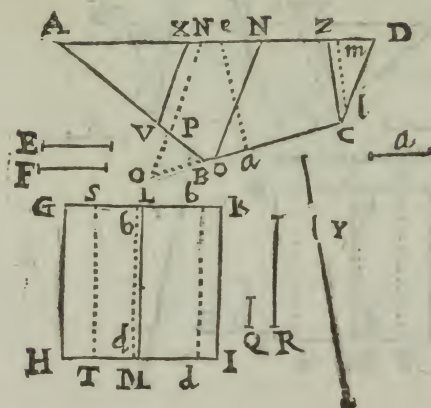
d 17. *sexti.*

e 2. huius.

CD e 2.



a 7. quinti.  $CDea$ , toti rectangulo  $KM$ ; ac propterea & reliquum  $ABae$ , reliquo  
 b 1. sexti.  $GM$ , æquale. a Quapropter erit  $ABae$ , ad  $eacD$ , vt  $GM$ , ad  $KM$ ; b hoc



est, vt  $GL$ , ad  $LK$ , vel vt  $E$ , ad  $F$ . Si vero parallela  $bd$ , coincidit cum recta  
 L M, efficiet problema recta  $CZ$ : quia cum  $KM$ , rectilineo  $CDZ$ , sit æqua-  
 c 7. quinti. le, erit reliquum rectangulum  $GM$ , reliquo rectilineo  $ABCZ$ , æquale; e atque  
 d 1. sexti. idcirco erit  $ABCZ$ , ad  $CDZ$ , vt  $GM$ , ad  $KM$ , d hoc est, vt  $GL$ , ad  $LK$ , vel vt  
 E, ad  $F$ . Si denique parallela  $bd$ , cadit inter  $LM$ , &  $GH$ ; erit rectilineum,  
 e 2. huius. vel triangulum ablatum  $CDZ$ , maius rectangulo  $KM$ . e Si igitur super  $CZ$ ,  
 inter rectas  $CD$ ,  $ZD$ , constructur rectilineum  $Cm$ , rectangulo  $Ld$ , æ-  
 quale; erit reliquum  $Dlm$ , reliquo rectangulo  $Gd$ , æquale: ac propterea,  
 f 7. quinti. & reliquum  $mICBA$ , reliquo rectangulo  $KM$ . f Igitur erit  $ABCIm$ ,  
 ad  $ImD$ , vt  $GM$ , ad  $KM$ : hoc est vt  $GL$ , ad  $LK$ , vel vt  $E$ , ad  $F$ . quod  
 est propositum.

EODEM prorsus modo quamlibet aliam figuram, quotquot habeat la-  
 tera, in datam proportionem secabimus per lineam, quæ vni lateri vel cui-  
 uis alij rectæ lineæ æquidistet. Sit enim datum heptagonum quaecunque  
 ABCDEFG, secandum per lineam lateri  $AG$ , parallelam, in duas partes, vt  
 ea, quæ ad  $D$ , vergit, ad reliquam habeat proportionem eandem, quam  $M$ ,  
 ad  $N$ , habet. Constituto quadrato  $HIKL$ , æquali ipsi heptagono, per ea,  
 quæ in scholio propof. 14. lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quæ Num. 4. cap.  
 4. lib. 4. huius scripsimus; & diuiso latere  $HI$ , in  $O$ , in proportionem  $M$ , ad  $N$ ,  
 ductæque  $OP$ , lateri  $HL$ , parallela: g fiat super rectam  $AG$ , inter rectas  
 g 2. huius.  $AB$ ,  $GF$ , rectangulo  $IP$ , æquale rectilineum  $AGQR$ , habens latus  $QR$ , la-  
 h 2. huius. teri  $AG$ , parallelum. Et quoniam  $QR$ , cadit ultra  $F$ ,  $B$ , b constituemus rur-  
 sum

sum super rectam ST, inter rectas SC, TE, per rectam VX, ipsi ST, parallelam, rectilineum æquale triangulis FQT, BRS, extra heptagonum existentibus; factumque erit quod proponitur. Cum enim rectilineum AGQR, ac proinde & rectilineum ABVXFG, rectangulo IP, sit æquale, erit quoque reliquum DEXVC, reliquo rectangulo OL, æquale. *a* Igitur erit DEXVC, ad ABVXFG, vt OL, ad IP, *b* hoc est, vt HO, ad OI, vel vt M, ad N, quod erat faciendum.

QVOD si latus rectilinei ex heptagono abscissi æquidistare debeat rectæ Y, quæ nulli lateri heptagoni æquidistat, (si namque æquidistaret vni lateri, absolueretur problema, vt proxime traditum est) ducta ex angulo G, rectæ Y, parallela GZ, quæ intra figuram cadat; *c* construemus rectilineo

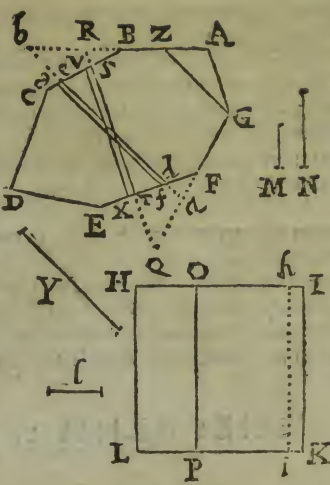
AGZ, super rectam IK, æquale rectangulum h K; (quod fiet, si rectilineo AGZ, fiat æquale quadratum, cuius latus l, & duabus IK, & l, tertia proportionalis reperitur I h. Ducta enim h i, ipsi IK, parallela, *d* erit rectangulum h K, quadrato lateris l, hoc est, rectilineo AGZ, æquale. *e* Deinde super rectam GZ, inter rectas GF, ZB, constituemus rectangulo h P, per parallelam b a, æquale rectilineum GZ b a. *f* Nam si triangulis B b e, F a d, super rectam d e, inter rectas e C, d E, fiat per parallelam f g, rectilineum d e g f, æquale; factum erit, quod in problemate proponitur, vt ex dictis perspicuum est. Eademque omnino ratio est in omnibus alijs rectilineis quamuis irregularibus, dummodo in ijs duci possit vnâ linea parallela datæ rectæ, quæ rectilineum auferat dato rectilineo æquale. Non enim semper hoc fieri posse in figuris, cuius anguli partim introrsum, & partim extrorsum vergant, ad finem propof. 2. huius lib. declarauimus. Id quod constructio ipsa problematis perspicue nos docebit.

## SCHOLIUM.

DIVIDI ergo poterit quælibet figura rectilinea in quotuis partes æquales per lineas, quæ datæ cuius rectæ lineæ æquidistant. Nam si verbi gratia data figura secanda sit in 8. partes æquales per lineas datæ rectæ parallelas, diuidemus eam primum in duas partes inter se proportionem habentes 1. ad 7. Ita namque prior pars erit  $\frac{1}{8}$ . totius figuræ. Deinde posteriorem partem secabimus in proportionem 1. ad 6. ita vt prior pars huius diuisionis sit  $\frac{1}{7}$ , illius partis diuisæ, hoc est,  $\frac{1}{7}$ . totius figuræ, cum pars illa diuisa complectatur  $\frac{7}{8}$ . totius figuræ. Postea partem posteriorem proximæ diuisionis partiemur in proportionem 1. ad 5. Et posteriorem huius diuisionis partem in proportionem 1. ad 4. Atque ita deinceps, minuendo semper,

O o

donec



*a* 7. quinti  
*b* 1. sexti.

*c* 2. huius.

*d* 17. sexti.  
*e* 2. huius.

*f* 2. huius.



donec ad partem deueniamus, quæ secunda sit in proportionem 1. ad 1. hoc est, in partes æquales.

H O C idem effici poterit ea ratione, quam ad finem scholij propos. 4. exposuimus: si videlicet latus quadrati H I, quod rectilineo dato constructum est æquale, in tot æquales partes secetur, in quot partes datum rectilineum diuidendum est, & primo rectilineum diuidatur in proportionem primæ partis ad reliquas: Deinde posterior pars rectilinei in proportionem secundæ partis lateris H I, ad reliquas; atque ita deinceps, &c.

ATQVE hic finem habet nostra Geodesia complectens diuisionem omnium figurarum rectilinearum: sequuntur iam particulares nonnullæ diuisiones quarundam figurarum, quæ cum, quia subtiles acutæque demonstrationes continent, tum quia pleræque earum eruditi quoque Geometræ, vt Leonardus Pisanus, Frater Lucas Pacciolus, & Nicolaus Tartalea tradiderunt, omittendæ nullo modo visæ sunt. Vt autem Geometricæ eas demonstremus, præmittenda sunt Theoremata nonnulla, quorum primum sit hoc.

### THEOREMA 2. PROPOSITIO 6.

SI duo triangula æqualia habeant vnum latus commune, & in diuersas partes vergant: Recta oppositos angulos connectens à latere illo communi bifariam secatur.

a 1. sexti.

b 11. quinti  
c 12. quinti

SIN T æqualia duo triangula ABC, ABD, habentia latus AB, commune, & in diuersas partes vergentia. Dico rectam CD, oppositos angulos C, D, iungentem secari in E, bifariam à latere communi A B. Quoniam enim est tam triangulum ACE, ad triangulum ADE, quàm triangulum BCE, ad triangulum BDE, vt CE, ad ED; b erit triangulum ACE, ad triangulum ADE, vt triangulum BCE, ad triangulum BDE. Igitur erunt quoque duo triangula simul ACE, BCE, hoc est, totum triangulum ABC, ad duo triangula simul ADE, BDE, id est, ad totum triangulum ABD, vt ACE, ad ADE, hoc est, vt CE, ad ED. Cum ergo triangula ABC, ABD, ponantur æqualia; erunt quoque rectæ CE, ED, æquales, ac proinde CD, in E, secata est bifariam, quod erat ostendendum.

### THEOR. 3. PROPOS. 7.

SI in triangulo basi parallela ducatur, & extrema parallelarum rectis iungantur se se interfecantibus: habebit

habebit vtriusvis harum rectarum segmentum ab angulo incipiens ad reliquum in latere terminatum eandem proportionem, quam latus ab illa recta diuisum ad partem eius superiorem. Recta autem ex tertio angulo per intersectionem dictarum rectarum extensa secabit vtramque parallelam bifariam.

IN triangulo  $ABC$ , ducta sit  $DE$ , basi  $BC$ , parallela, & iunctæ rectæ  $BE$ ,  $CD$ , se intersectent in  $F$ . Dico esse  $BF$ , ad  $FE$ , vt  $AC$ , ad  $AE$ : Item  $CF$ , ad  $FD$ , vt  $AB$ , ad  $AD$ : Et iunctam rectam  $AF$ , secare parallelas  $DE$ ,  $BC$ , bifariam in  $G$ , &  $H$ . Quoniam enim triangula  $BDC$ ,  $CEB$ , æqualia sunt; ablato communi  $BFC$ , reliqua  $BDF$ ,  $CEF$ , æqualia quoque erunt. *b* Quia vero est, vt  $BD$ , ad  $DA$ , ita  $CE$ , ad  $EA$ : *c* Vt autem  $BD$ , ad  $DA$ , ita est triangulum  $BFD$ , ad triangulum  $AFD$ : Et vt  $CE$ , ad  $EA$ , ita triangulum  $CFE$ , ad triangulum  $AFE$ ; erit quoque triangulum  $BFD$ , ad triangulum  $AFD$ , vt triangulum  $CFE$ , ad triangulum  $AFE$ . Cum ergo triangulum  $BFD$ , triangulo  $CFE$ , ostensum sit æquale; *d* erit quoque triangulum  $AFD$ , triangulo  $AFE$ , æquale. *e* Igitur  $DE$ , in  $G$ , secta est bifariam: *f* ac proinde & parallela  $BC$ , secta erit bifariam in  $H$ . *g* Et quoniam triangulum  $AFB$ , ad triangula æqualia  $AFD$ ,  $AFE$ , eandem habet proportionem; *h* estque vt  $AFB$ , ad  $AFD$ , ita  $AB$ , ad  $AD$ : Et vt  $AFB$ , ad  $AFE$ , ita  $BF$ , ad  $FE$ : Erit quoque  $BA$ , ad  $AD$ , ideoque  $AC$ , ad  $AE$ , vt  $BF$ , ad  $FE$ : Eademque ratione erit  $AB$ , ad  $AD$ , vel  $AC$ , ad  $AE$ , vt  $CF$ , ad  $FD$ . quod etiam inde patet; cum sit vt  $CF$ , ad  $FD$ , ita  $CFE$ , ad  $DEF$ , hoc est, ita  $BFD$ , ipsi  $CFE$ , æquale ad idem  $DEF$ , *k* hoc est, ita  $BF$ , ad  $FE$ . quod erat demonstrandum.



a 37. primi

b 2. sexti.

c 1. sexti.

d 14. quinti

e 6. huius.

f schol. 4. sexti.

g 7. quinti

h 1. sexti.

i 1. sexti

k 1. sexti.

## THEOR. 4. PROPOS. 8.

SI in triangulo a duobus angulis duæ rectæ ducantur ad media puncta oppositorum laterum: Recta ex angulo reliquo per intersectionem earum deducta secat quoque reliquum latus bifariam. Cuiuslibet autem illarum trium linearum segmentum prope angulum ad reliquum segmentum duplam habet proportionem. Triangulum denique per rectas ab intersectione ad angulos ductas in tria triangula æqualia diuiditur.

Oo 2 IN



a 2. sexti.

b 7. huius.

c 7. huius.

d 1. sexti.

e 38. primi.

IN triangulo præcedentis propof. ABC, duæ rectæ BE, CD, secant la-  
tera AC, AB, bifariam in E, D, se autem mutuo interfecer in F. Dico rectam  
ductam AF, secare quoque latus BC, bifariam in H, &c. a Iun-  
cta enim recta DE, parallela erit ipsi BC, cum secet latera  
AB, AC, proportionaliter, in partes videlicet æquales: b Quam-  
ob rem AF, utramque parallelam DE, BC, bifariam secabit.  
quod est primum.

DE IN DE c quia est, ut AB, ad AD, ita CE, ad FD: Est  
autem AB, ipsius AD, dupla; erit quoque CF, ipsius FD, dupla.  
Eademque ratione & BF, ipsius FE; & AF, ipsius FH, dupla erit. quod est  
secundum.

POSTREMO d quia est ut AF, ad FH, ita triangulum AFB, ad triangu-  
lum BFH: Est autem AF, ipsius FH, ostensa dupla; erit quoque trian-  
gulum AFB, trianguli BFH, duplum. Est autem & triangulum BFC,  
eiusdem trianguli BFH, duplum; e quod triangula BFH, CFH,  
æqualia sint. Igitur æqualia erunt triangula AFB, BFC. Eodemque modo  
triangulum AFC, eidem triangulo BFC, æquale erit: ac proinde omnia  
tria AFB, BFC, CFA, æqualia erunt. quod est tertium.

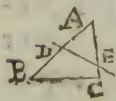
## COROLLARIUM.

ITAQUE facile inueniri potest punctum intra triangulum, à quo tres  
rectæ ad tres angulos ductæ ipsum triangulum in tria æqualia triangula par-  
tiantur. Huiusmodi enim punctum in proposito triangulo est F, ubi duæ re-  
ctæ ex duobus quibuscumque angulis ad media puncta oppositorum laterum du-  
ctæ se interfecerunt, ut in tertia parte huius propof. ostendimus.

## THEOR. 5. PROPOS. 9.

SI in triangulo ducatur recta utcumque duo latera  
secans: Erit totum triangulum ad abscissum trian-  
gulum, ut rectangulum sub duobus lateribus secatis  
totius trianguli comprehensum, ad rectangulum sub  
duobus lateribus trianguli abscissi, quæ priorum seg-  
menta sunt, comprehensum.

IN triangulo ABC, recta DE, secet latera AB, AC, in D, E. Dico esse  
ut rectangulum sub AB, AC, ad rectangulum sub AD, AE,  
ita triangulum ABC, ad triangulum ADE. Quoniam enim  
triangula ABC, ADE, angulum habent communem A; ha-  
bebunt per propof. 4. schol. propof. 23. lib. 6. Euclid. eandem  
proportionem, quam rectangula sub lateribus AB, AC, &  
sub AD, AE, comprehensa, quod ostendendum erat.

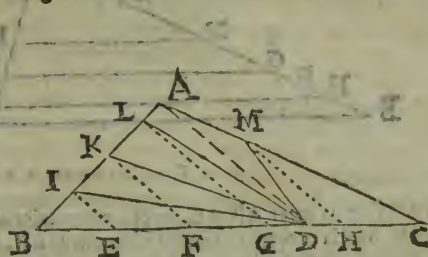


PRO-

## PROBLEMA 5. PROPOSITIO 10.

DATVM triangulum ex dato puncto in eius latere in  
quotlibet partes æquales diuidere.

PROPOSITIONE quartadecima scholij propof. 33. lib. 6. Euclid. tradidimus regulam, qua triangulum in duas partes secundum datam proportionem diuidendum fit: Et quo pacto ex triangulo pars imperata sit auferenda. Si igitur triangulum ex dato puncto in eius latere quouis secandum fit in quotlibet partes æquales, detrahenda primum erit per lineam rectam ex dato puncto ductam pars denominata à numero partium, in quas diuidendum est triangulum. Deinde dux tales partes: postea tres, atque ita



deinceps, donec tot partes, una minus, detractæ sint, in quot partes diuidendum proponitur triangulum. Vt si triangulum ABC, ex puncto D, diuidendum sit in quinque partes æquales, diuidemus latus BC, in quo datum punctum est, in quinque partes æquales, in punctis E, F, G, H. Iuncta deinde recta DA, ducemus ei parallelas EI, FK, GL, HM. Si namque connectantur rectæ DI, DK, DL, DM, diuisum erit triangulum in quinque partes æquales. Nam vt in dicta propof. 14. scholij propof. 33. lib. 6. Euclid. ostensum est, triangulum DBI, est  $\frac{1}{5}$ . totius trianguli, hoc est, ita se habet DBI, ad ABC, vt BE, ad BC. Triangulum autem DBK, continet  $\frac{2}{5}$ . totius trianguli, id est, ita se habet DBK, ad ABC, vt BF, ad BC. At vero triangulum DBL, completitur  $\frac{3}{5}$ . totius trianguli, id est, ita se habet DBL, ad ABC, vt BG, ad BC. Quadrilaterum denique ABDM, comprehendit  $\frac{4}{5}$ . totius trianguli, hoc est, ita se habet ABDM, ad ABC, vt BH, ad BC. Ex quo fit, reliquum triangulum DMC, esse  $\frac{1}{5}$ . eiusdem trianguli ABC.

QVANDO punctum datum est in vno angulo, manifestum est, si latus oppositum in tot partes secetur, in quot triangulum diuidendum est, a rectas ex eo angulo ad puncta diuisionum eductas secare triangulum in proportionales partes æquales.

a I. sexis

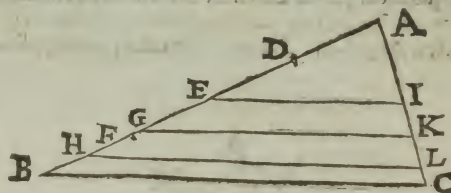
PRO-



## PROBL. 6. PROPOS. 11.

D A T V M triangulum per lineas vni lateri parallelas in quotlibet æquales partes diuidere.

S I T triangulum ABC, diuidendum verbi gratia in quatuor partes æquales per lineas lateri BC, æquidistantes. Secetur vtrumvis reliquorum laterum nimirum AB, in 4. partes æquales, in tot videlicet, in quot triangulum diuidendum est, in punctis D, E, F. Et inter AB, AD, inuenta media



proportionali AE; atque inter AB, AE, media proportionali AG; ac denique inter AB, AF, media proportionali AH; ducantur EI, GK, HL, lateri BC, parallelæ. quas dico triangulum partiri in 4. partes æquales. *a* Quoniam enim triangulum ABC, triangulo AEI, simile est; *b* erit triangulum ABC, ad triangulum AEI, vt AB, ad AE, quod tres AB, AE, AD, sint continue proportionales. Est autem AD, quarta pars ipsius AB. Igitur & triangulum AEI, quarta pars est trianguli ABC.

*a* corol. 4.

*sexi.*

*b* coroll. 19.

*sexi.*

*c* coroll. 19.

*sexi.*

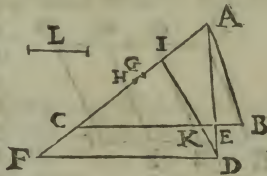
*c* N O N aliter ostendimus, esse triangulum ABC, ad triangulum AGK, vt AB, ad AG, quod etiã tres AB, AG, AE, sint continue proportionales. Quare cū AE, cōtineat  $\frac{3}{4}$ . rectæ AB, cōtinebit etiã AGK, triagulū  $\frac{3}{4}$ . triaguli ABC: Ideoq; cū AEI, sit  $\frac{1}{4}$ . triaguli ABC, vt ostēdimus, erit EIKG,  $\frac{1}{4}$  eiusdē triaguli ABC. Deniq; eadē ratione erit triagulū ABC, ad triagulū AHL, vt AB, ad AF, quod etiã tres AB, AH, AF, sint continue proportionales: ac proinde triangulum AHL, complectetur  $\frac{3}{4}$ . triaguli ABC; quemadmodum AF, cōtinet  $\frac{1}{4}$ . ipsius AB: Ideoque BHLC, erit  $\frac{1}{4}$ . triaguli ABC, &c.

## PROBL. 7. PROPOS. 12.

D A T V M triangulum per rectam ex puncto extra triangulum dato ductam in duas partes æquales diuidere.

E X

EX puncto D, extra triangulum ABC, dato ducenda sit linea diuidens triangulum bifariam. Ducta recta DA, ad angulum oppositum secante latus BC, in E: si quidem BC, in E, diuiditur bifariam, factum erit, quod iubetur: *a 38. primi* quod tunc triangula ABE, ACE, sint æqualia. Si vero BC, non bifariam diuiditur in E, sit segmentum CE, maius, cui ducatur parallela DF, occurrens lateri AC, producto in F. Secto latere AC, bifariam in G, inueniatur tribus DF, BC, CG, quarta proportionalis CH: *b 16. sexti.* Eritq. rectangulum sub DF, CH, æquale rectangulo sub BC, CG; hoc est, semissi rectanguli sub BC, CA: *c 1. sexti.* cum rectangulum sub BC, CA, duplum sit rectanguli sub BC, CG. Deinde inuenta L, media proportionali inter FC, CH, ut quadratum ex L, æquale sit rectangulo sub FC, CH; adiungatur ipsi CH, recta HI, ut rectangulum sub tota CI, & adiuncta HI, æquale sit quadrato ex L, siue rectangulo sub FC, CH, quemadmodum ad finem scholij propos. 36, lib. 3. Euclid. scripsimus: ducaturq. recta DI, secans BC, in K. Dico rectam DI, secare triangulum ABC, in duas partes ABKI, IKC, æquales.



Quoniam enim per constructionem rectangulum sub CI, IH, æquale est rectangulo sub CF, CH, erit ut CI, ad CF, ita CH, ad IH; Et conuertendo, ut CF, ad CI, ita IH, ad CH: & componendo ut IF, ad CI, ita CI, ad CH. *e 16. sexti.* Vt autem IF, ad CI, ita est FD, ad CK. Igitur erit quoque FD, ad CK, ut CI, ad CH: *f 4. sexti.* g Ac proinde rectangulum sub FD, CH, æquale erit rectangulo sub CK, CI: *g permu-* Erat autem rectangulum sub FD, CH, per constructionem æquale semissi rectanguli sub BC, CA. Igitur & rectangulum sub CK, CI, æquale erit semissi rectanguli sub BC, CA. *tando.* Vt autem rectangulum sub CK, CI, ad rectangulum sub BC, CA, *h 9. huius.* ita est triangulum CKI, ad triangulum ABC. Igitur triangulum CKI, æquale quoque erit semissi trianguli ABC: ac proinde quadrilaterum ABKI, reliquæ semissi trianguli ABC, æquale erit, quod est propositum.

EADEM ratione, si pro CG, sumamus  $\frac{1}{2}$ , vel  $\frac{1}{4}$ , vel quancumque partem lateris AC, & reliqua fiant, ut supra, auferemus per rectam ex D, ductam  $\frac{1}{2}$ , vel  $\frac{1}{4}$ , vel denique talem partem ex triangulo ABC, qualis sumpta est CG, ipsius AC, ut perspicuum est.

LEONARDVS Pisanus, & Nicolaus Tartalea, idem hoc problema solunt, quando datum punctum est extra triangulum in tali loco, ut vnum latus trianguli productum, in illud incidat, cuiusmodi esset punctum F, datum. Item quando est inter duo latera producta: Vt si triangulum foret AEC, punctum autem inter B, & D, existeret, ita ut ab eo solum per angulum E, duci posset linea secans latus AC: quippe cum rectæ ab eo ad angulos A, C, ductæ nullum latus interfecarent. Verum quia hæc curiosa magis, quam utilia sunt, dedita opera à nobis omittuntur. Qui autem ea desiderat, auctores prædictos legere poterit. Pari ratione abstinemus ab eo problema, quando punctum datum est intra triangulum (quod tamen iidem auctores soluere conantur) quia non semper per punctum interius duci potest linea, quæ triangulum bifariam secet, ut experientia constat.

PROBL.



## PROBL. 8. PROPOS. 13.

DATVM parallelogrammum in quocunque partes æquales per lineas duobus lateribus oppositis æquidistantes diuidere.

SIT parallelogrammum  $ABCD$ , diuidendum verbi gratia in tres partes æquales per lineas lateribus  $AB$ ,  $DC$ , æquidistantes. Diuiso alterutro reliquorum duorum laterum, nimirum  $BC$ , in tres partes æquales, in quot videlicet parallelogrammum proponitur diuidendum, in  $E$ , &  $F$ , punctis, ducantur  $EG$ ,  $FH$ , ipsis  $AB$ ,  $DC$ , parallelæ: factumque erit, quod iubetur; & quod parallelogramma  $AE$ ,  $EH$ ,  $HC$ ,

æqualia sint, propter æquales bases  $BE$ ,  $EF$ ,  $FC$ .

## COROLLARIUM.

ITAQVE si ex latere auferatur  $\frac{1}{2}$ , vel  $\frac{1}{3}$ , vel  $\frac{1}{4}$ , vel denique qualiscunque pars, vel partes, & per extremum eius punctum parallela lateri  $AB$ , ducatur, ablata erit ex toto parallelogrammo eadem pars, vel eadē partes. Ita vides  $AE$ , esse partem tertiam parallelogrammi  $AC$ , quemadmodum &  $BE$ , tertia pars est lateris  $BC$ , &c.

## PROBL. 9. PROPOS. 14.

DATVM parallelogrammum per rectam ex puncto siue extra, siue intra ipsum, siue in aliquo latere dato ductam, bifariam diuidere.

SIT primo parallelogrammum  $ABCD$ , per rectam ex puncto  $E$ , exteriori ductam secundum bifariam. Ducta diametro  $BD$ , eaque secta bifariam in  $F$ , ducatur ex  $E$ , per  $F$ , recta  $EH$ ; quam dico parallelogrammum partiri bifariam. Nam vt in scholio Propos. 34. lib. 1. Euclid. demonstrauimus, recta  $GH$ , diuidens diametrum  $BD$ , in  $F$ , bifariam, secat parallelogrammum bifariam. Idem fiet, si recta  $IK$ , latera  $AD$ ,  $BC$ , secans bifariam, diuidatur bifariam in  $F$ , & per  $F$ , extendatur recta  $EF$ , propterea, quod  $IK$ , diametrum secat bifariam, ac proinde per  $F$ , punctum medium diametri transit. Cum enim anguli



b 29. primi

anguli IDE, FID, angulis alternis KBF, FK B, æpuales sint, & latera ID, KB, quibus adjacent, æqualia; æ erunt tam latera DF, quam IF, KF, inter se æqualia. a 26. primi

E O D E M modo ex puncto interiori L; Item ex puncto G, in latere BC, recta ducta LF, vel GF, parallelogrammum bifariam diuidet.

## PROBL. 10. PROPOS. 15.

INTER datas duas rectas, duas medias proportionales prope verum inuenire.

EXPOSITA Geodæfia nostra prioribus quinq. propositionibus huius lib. & nouem alijs propositionibus, ijsdemōstratis, quæ addēda esse censuimus ad idem argumentum spectantia; agendum iam esset de augendis minuendis-que figuris in data proportionē, vt in titulo huius lib. 6. proposuimus. Verum quia sicut id in planis figuris effici non potest sine inuentione mediæ proportionalis inter duas rectas propositas, quam inuentionem Euclid. lib. 6. propos. 13. nobis tradidit: ita idem absolui in figuris solidis nulla ratione potest, nisi inter duas rectas datas duæ mediæ reperiantur proportionales. Quocirca prius in hac propos. in medium afferemus, quæ antiqui Geometræ nobis hac de re scripta reliquerunt. Multorum enim ingenia res hæc exercuit, atque torfit, quamuis nemo ad hanc vsque diem, vere, ac Geometricè duas medias proportionales inter duas rectas datas inuenierit. Prætermisiss autē modis Eratosthenis; Platonis; Pappi Alexandrini; Sporis; menechmi tum beneficio Hyperbolæ, ac parabolæ, tum ope duarum parabolarum; & Architæ Tarentini, quamuis acutissimis subtilissimisque: solum quatuor ab Herone, Apollonio Pergæo, Philone Byfantio, Philopono, Diocle, & Nicomede traditos explicabimus, quos commodiores, facilioreque, & errori minus obnoxios iudicauimus. Qui aliorum rationes desiderat, legere eas poterit in Commentarijs Eutocij Ascalonitæ in librum 2. Archimedis de Sphæra, & Cylindro: Item in libello Ioannis Vernerii Norimbergensis de sectionibus Conicis. Hinc itaque exordiamur.

MODVS HERONIS IN MECHANICIS  
introductionibus, & telis fabricandis: qui  
etiam Apollonio Pergæo ascribitur.

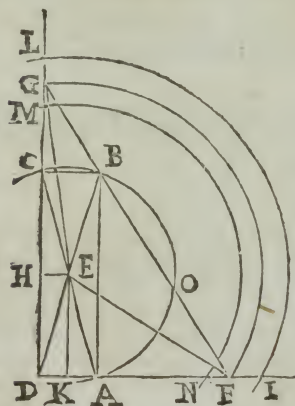
SINT duæ lineæ rectæ AB, BC, inter quas oporteat duas medias proportionales inquirere. Constituantur ad angulum rectum B, & perficiatur rectangulum ABCD, cum diametris AC, BD, æ quæ se mutuo bifariam diuident in E. Satis esset vnam tantum diametrum ducere, eamque in E, secare bifariam. Protractis autem lateribus DA, DC, intelligatur circa punctum B, moueri regula hinc inde, donec ita fecerit DA, DC, productas in F, & G, vt

Pp rectæ

a schol. 34.  
primi.



rectæ emissæ EF, EG, æquales sint. Vel certe, vt vult Apollonius, ex E, plu-  
res circuli describantur LI, GF, MN, donec chorda arcus vnus præcise per  
punctum B, incedat, qualis est GF. Quod si chorda supra B, transeat, cuiusmo-  
di est chorda LI, describendus erit



a schol. 26.  
primi.  
b 6. secundi

c 47. primi  
d 47. primi

e 16. sexti.  
f 4. sexti.  
g 4. sexti

circulus infra L; si vero infra punctū  
B, transeat, qualis est chorda MN,  
describendus erit circulus supra M.  
Atque hoc opus toties iterandum, do-  
nec aliqua chorda, qualis est GF, per  
B, incedat. Erant enim hac ratione  
EF, EG, ex centro E, ad circumfere-  
ntiam GF, inter se æquales. Quibus  
ita constructis. Dico AF, CG, esse  
medio loco proportionales inter AB,  
BC: hoc est, ita esse AB, ad AF, vt  
AF, ad CG, & CG, ad CB. Diuisis  
enim AD, CD, bisariam in K, & H;  
a erunt ductæ EK, EH, ad AD, CD,  
perpendiculares. b Quoniam vero re-  
ctangulum sub DE, AF, vna cum qua-  
drato ex AK, quadrato ex KF, æquale  
est; addito communi quadrato ex EK,  
erit rectangulum sub DE, AF, vna  
cū quadratis ex AK, EK, c hoc est, vna

cum quadrato ex EA, æquale quadratis ex KF, EF, d hoc est, quadrato ex EF,  
hoc est, quadrato ex EG, quæ ipsi EF, est æqualis. Eadē ratione ostendemus,  
rectangulum sub DG, GC, vna cum quadrato ex CE, id est, ex EA, æquale  
esse eidem quadrato ex EG. Igitur rectangulum sub DE, AF, vna cū quadrato  
ex EA, æquale erit rectangulo sub DG, GC, vna cū quadrato ex EA: de ptoq.  
cōmuni quadrato EA; remanebit rectangulū sub DG, GC, rectangulo sub DE,  
AF, æquale. e Quocirca erit DG, ad DE, vt AF, ad CG: f Vt autem DG, ad  
DE, ita est AB, ad AF. Ergo erit vt AB, ad AF, ita AF, ad CG: hoc est, tres  
AB, AF, CG, continuè proportionales erunt. g Sed rursus est, vt DG, ad DE,  
ita CG, ad CB. Igitur erit quoque CG, ad CB, vt AB, ad AF; ideoque vt AF,  
ad CG. Quare erunt quatuor AB, AF, CG, CB, continuè proportionales.  
quod erat demonstrandum.

### MODVS PHILONIS BYSAN- tij, qui Philopono quoque tribuitur.

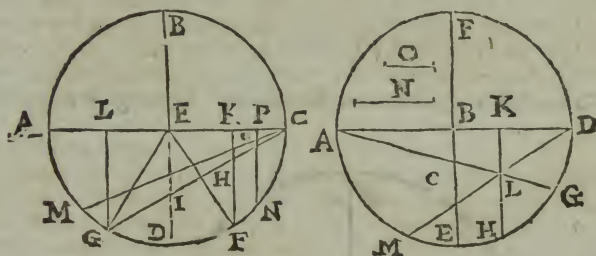
SINT rursus in eadem figura inter rectas AB, BC, inueniendæ duæ me-  
diæ proportionales. Constituto rectangulo ABCD, vna cum diametro CA,  
productisq; lateribus DA, DC, vt supra; describatur ex E, medio puncto  
diametri circulus CBA, ad interuallum EC, vel EA, h qui necessario per  
angulum rectum B, transibit. Deinde circa punctum B, regula hinc inde  
moueatur, secans DA, DC, pretractas in F, & G, & circumferentiam in O,  
donec BG, OF, æquales sint. Quod fiet, si per B, plurimæ lineæ occultæ  
ducantur. Vna enim earum habebit segmentum inter rectā DG, & circulum  
æquale

h schol. 31.  
strij.

æquale segmento inter  $DF$ , & eundem circumulum. Quibus peractis, dico  $AF, CG$ , medias proportionales esse inter  $AB, CB$ . Quoniam enim æquales sunt  $GB, FO$ , addita comuni  $BO$ , æquales quoque erunt  $GO, FB$ : ideoque rectangulum sub  $GO, GB$ , rectangulo sub  $FB, FO$ , æquale erit. *a 2. 1. corol. 36. serij.* Sed illud rectangulum sub  $DG, GC$ , & hoc rectangulo sub  $DF, AF$ , est æquale. Igitur & rectangulum sub  $DG, GC$ , rectangulo sub  $DF, AF$ , æquale erit. Quam ob rem, ut in precedenti modo, ostendimus,  $AB, AF, CG, CB$ , esse continue proportionales, quod est propositum.

## MODIS DIOCLIS IN LIBRO de Pirijs pulcherrimus.

PRAEMITTIT prius Diocles Lemma tale. Describatur circulus  $ABCD$ , cuius centrum  $E$ , cum diametris  $AC, BD$ , se se ad angulos rectos secantibus in centro  $E$ . Sumptis deinde duobus arcibus æqualibus  $DE, DG$ , iungatur recta  $CG$ , & per  $E$ , ipsi  $BD$ , parallela agatur  $FK$ , secans  $CG$ , in  $H$ .



Hoc facto, erunt  $FK, KC$ , mediarum proportionales inter  $AK, KH$ . Ducta namque  $GL$ , parallela ipsi  $BD$ , iunctisque rectis  $EF, EG$ , *b* quoniam anguli  $LEG, KEF$ , insistentes arcibus æqualibus  $AG, CF$ , æquales sunt, *c* & anguli  $L, K$ , recti, lateraque  $EG, EF$ , æqualia; *d* erunt &  $GL, FK$ , &  $EL, EK$ , inter se æquales: ideoque & reliquæ  $AL, CK$ ; Immo addita comuni  $LK$ , & totæ  $AK, CL$ , æquales inter se erunt. *e* Quoniam igitur est  $CL$ , ad  $LG$ , ut  $CK$ , ad  $KH$ : estque ut  $CL$ , ad  $LG$ , ita  $AK$ , ad  $KF$ , quod hæc illis æquales sint: erit quoque  $AK$ , ad  $KF$ , ut  $CK$ , ad  $KH$ . *f* Ut autem  $AK$ , ad  $KF$ , ita est  $KF$ , ad  $CK$ . Igitur erit  $AK$ , ad  $KF$ , ut  $KF$ , ad  $CK$ , &  $CK$ , ad  $KH$ , hoc est,  $KF, CK$ , mediarum proportionales erunt inter  $AK, KH$ . quod est propositum. Pari ratione si, sumptis arcibus æqualibus  $DM, DN$ , iunctaque recta  $CM$ , ducatur  $NP$ , ipsi  $BD$ , parallela secans  $CM$ , in  $O$ ; erunt  $PN, CP$ , inter  $AP, PO$ , mediarum proportionales, &c.

HOC lemmate præmissio, sint inter rectas  $AB, BC$ , reperiendæ duæ mediarum proportionales. Constituantur in altera figura ad angulum rectum  $B$ , & centro  $B$ , ad intervallum maioris  $BA$ , describatur circulus  $AFDE$ , ad cuius circumferentiam usque protendantur  $AB, BC$ . Deinde ex  $A$ , per  $C$ , du-

Pp 2 a2

*b 27. terij.  
c 27. primi.  
d 26. primi.  
e 4. sexti.*

*f schol. 13. sexti.*

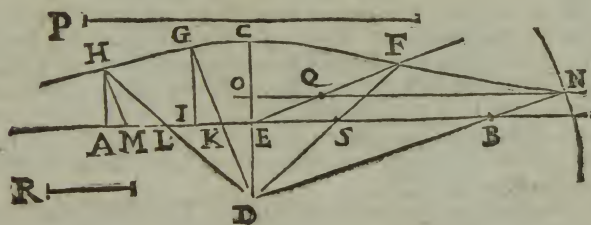




tersecat proximam parallelam ipsi BD, & sic deinceps. Nam si omnia hæc intersectionum puncta rite per lineam inflexam coniungantur, qualis est CKTD, constructa erit figura medijs duabus proportionalibus inveniendis aptissima. Sint enim inter duas F, G, duæ mediæ proportionales inveniendæ. In diametro AC, etiam producta, si opus est, sumatur A H, maiori F, æqualis. Ducta deinde perpendiculari H P, abscindatur H I, minori G, æqualis. Ducta autem A I, secante lineam inflexam in K, agatur per K, ipsi BD, parallela L M. Denique sumpta L N, ipsi L C, æquali, ducantur per N, & M, rectæ A N, A M, secantes H P, in O, P. Dico H P, H O, esse medias proportionales inter A H, H I, hoc est, inter F, & G. Quoniam enim punctum K, lineæ inflexæ inuentum est per rectam ad punctum quadrantis DA, ductâ, quod tanto intervallo a puncto D, abest, quanto punctum M, ab eodem distat, ut ex descriptione lineæ inflexæ liquet; erunt ex lemmate Dioclis quatuor rectæ A L, L M, L C, vel L N, & L K, continue proportionales. Cû ergo hisce quatuor rectis proportionales sint quatuor rectæ A H, H P, H O, H I; erunt hæc quoq. continue proportionales. quod est propositum. *24. sexti.*

### MODVS NICOMEDIS IN libro de lineis Conchoidibus.

NICOMEDES construit prius instrumentum quoddam, quo lineam inflexam describit, quam Conchilem, vel Conchoideos appellat. Sed nos omisso eo instrumento, eandem (quod ad nostrum institutum satis est) per puncta delineabimus, hac ratione. Sit recta linea AB, & ad eam perpendicularis CD, in puncto E. Sumatur deinde infra E, punctum D, pro polo lineæ describendæ, & supra E, aliud punctum C, ut libet. In usu lineæ descriptæ constabit, quantum tam punctum D, quâ punctum C, a puncto E, abesse debeat. Si igitur ex D, ducantur plurimæ lineæ occultæ parum inter se distantes, &



ex singulis abscindantur portiones rectæ EC, æquales, initio semper facto à recta A B; extrema autem harum portionum puncta per lineam inflexam coniungantur descripta erit linea conchilis. Exemplum habes in quatuor lineis DH, DG, DE, DN, in quibus sumptæ sunt LH, KG, SE, B N, ipsi EC, æquales, per quarum extrema puncta H, G, F, N, inflexa linea incedit. Et  
quo



quo plures lineæ occultæ ex D, educuntur, eo crebriora puncta inuenientur, per quæ tranſire debet linea inflexa.

*a pronuncia*  
*16. lib. I.* SEQVITVR ex descriptione huius lineæ, eam nunquam posse cum recta AB, conuenire, licet vtræque in infinitum producat: quia puncta, per quæ incedit, sunt omnia supra rectam AB, terminantia nimirum segmenta rectarum ex D, prodeuntium (*a* quæ quidem omnes rectam AB, interfecant) ipsi EC, æqualia.

*b 19. primi.* DEMONSTRAT deinde Nicomedes duas proprietates huius lineæ in fines. Prima est. Quodlibet eius punctum à puncto C, diuersum minus distat à recta AB, quam punctum C: Aliorum autem punctorum, quod remotius est à C, minus distat ab eadem recta AB, quam quod minus remotum est. Ducta enim recta quacunque DG, demittatur perpendicularis GI. *c 16. primi.* Et quia KG, maior est quam GI, erit quoque perpendicularis EC, (*d 15. primi.* ipsi KG, æqualis) maior quam perpendicularis IG, hoc est, punctum C, magis distabit à recta AB, quam punctum G. Eademque ratione magis à recta AB, distabit punctum C, quam quoduis aliud. Sumatur deinde aliud punctum H, remotius à C, quam punctum G, demittaturque perpendicularis HA. Dico punctum H, minus distare à recta AB, quam punctum G, hoc est, perpendicularem HA, minorem esse perpendiculari GI. Ducta namque recta DH, *e 32. primi.* erit angulus DKE, maior angulo DLE. *f 4. sexti.* hoc est, angulus GKI, angulo HLA. Cum ergo recti I, A, æquales sint, *g 19. primi.* erit reliquus G, reliquo AHL, minor. Si igitur ipsi G, fiat æqualis AHM, erunt triangula KGI, MHA, æquiangula; *h 16. primi.* ideoque erit, vt MH, ad HA, ita KG, ad GI. *i 17. primi.* Et quia LH, maior est, quam MH, *k 8. quinti.* (quod angulus HML, maior sit recto A, & HLM, minor) erit maior proportio LH, ad HA, quam HM, ad HA, hoc est, quam GK, ad GI: ac proinde cum GK, HL, æquales sint, erit quoque maior proportio HL, ad HA, quam HL, ad GI; ideoque HA, minor erit quam GI, quod est propositum.

*m 14. quin.* ALTERA proprietas est. Quamuis Conchilis CF, nunquam conueniat cum recta EB, tamen cum qualibet alia recta, etiam ipsi EB, propinquissima, conuenit. Sit enim primum recta NO, ipsi EB, parallela, secans EC, in O. Fiat vt EO, ad OD, ita EC, ad P. Et quoniam EO, minor est quam EC: *n 4. sexti.* erit quoque OD, minor quam P. Stigatur ex D, ad interuallum rectæ P, describatur arcus circuli, secabit is rectam ON, in aliquo puncto, vt in N. Dico Conchilem CF, prolongaram coire cum ON, in N. Ducta enim recta DN, secante EB, in B, quæ ipsi P, æqualis erit; quoniam est vt EO, ad OD, ita BN, ad ND; hoc est, ad sibi æqualem P. Fuit autem etiam, vt EO, ad OD, ita EC, ad P. Igitur BN, EC, ad P, eandem proportionem habebunt: *o 9. quinti.* ac proinde inter se æquales erunt; ideoque Conchilis per N, tranſibit.

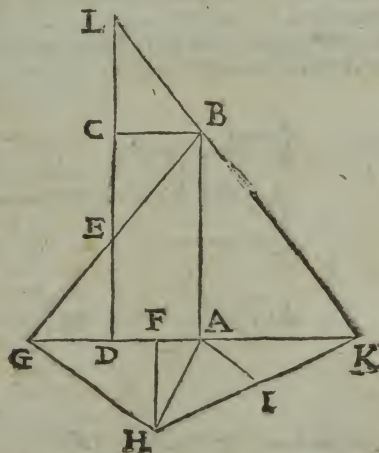
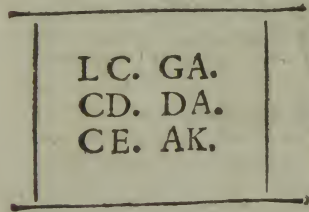
SI T deinde recta QF, non parallela ipsi EB, sed eam secet in E, vergatque versus Conchilem. Quia igitur Conchilis cum recta ON, conuenit, conueniet prius cum ipsa QF, in F, vt perspicuum est.

POST hæc Nicomedes dissoluit huiusmodi problema. Dato quouis angulo rectilineo, & puncto extra lineas angulum datum comprehendentes: Ab illo puncto educere rectam secantem rectas datum continentis angulum, ita vt eius portio inter illas rectas intercepta æqualis sit datæ rectæ.

fin.

In eadem namque figura rectæ EB, EF, angulum contineant BEF, ducenda-  
que sit ex D, linea, ita ut eius portio inter EB, EF, æqualis sit datæ rectæ,  
R. Ex O, ad inferiorem lineam E B, ducatur perpendicularis DE, suma-  
turque E C, datæ rectæ R, æqualis: & polo D, intervallo vero EC, Conchi-  
lis describatur, quæ per secundam proprietatem rectam E F, secabit in F.  
Ducta ergo recta DE, secante EB, in S; erit SF, ipsi EC, hoc est, ipsi R, æ-  
qualis, ut ex descriptione Conchilis liquet.

HIS præmissis, sint duæ rectæ AB, BC, ad angulum rectum B, coniun-  
ctæ, inter quas reperiendæ sint duæ lineæ mediæ proportionales. Com-  
pleteatur rectangulum AC, cuius duo latera AD, CD, bifariam secantur in F,  
E. Ducta autem ex B, per E, recta secante AD, productam in G; a 26. primi  
DG, ipsi CB, hoc est, ipsi DA, æqualis; propterea quod anguli D, E,  
trianguli DEG, angulus C, E, trianguli CEB, æquales sunt, & latera quoque DE,  
CE, quibus adiacet, æqualia. Rursus ducta perpendicularis FH, secet AH, ipsi  
CE, æqualis, quod fiet, si ex A, ad intervallum CE, arcus delineetur secans FH,  
in H. Deinde iuncta recta GH, ducatur ei parallela AI: atque producta  
DA; ex H, per problema præcedens, ducatur recta HK, utramque AI, AK,  
ita secans, ut intercepta IK, ipsi AH, vel CE, æqualis sit. quod fiet, si ex H,  
plurimæ rectæ ducantur occultæ, donec unius portio intercepta æqualis sit  
ipsi AH, vel CE. Postremo ex K, per B, recta extendatur secans DC, pro-  
ductam in L. Dico duas A K, C L, medias proportionales esse  
inter AB, BC. b 2. sexti.  
Quoniam enim  
est LC, ad CD, ut LB, ad BK, hoc  
est, ut DA, ad AK; Et ut CD,  
ad CE, ita est GA, ad DA, quod  
utraque CD, GA, secta sit bifa-  
riam in E, D: erit ex proportionem



perturbata LC, ad CE, ut GA  
ad AK, ut in hac formula appa-  
ret: hoc est, ut HI, ad I K. Cum ergo CE, ipsi IK, sit æqualis per constru-  
ctionem, e erit quoque LC, ipsi HI, æqualis, & tota LE, toti HK. d Deinde quia e 14. quinti  
rectangulum sub DK, KA, una cum quadrato ex AF, æquale est quadrato d 6. secundi.  
FK; addito communi quadrato ex FH, erit rectangulum sub DK, KA, una cū  
quadratis ex AF, FH, e hoc est, una cum quadrato ex AH, vel ex CE, æqua e 47. primi.  
le quadratis ex KF, FH, hoc est, quadrato ex HK, id est, ex LE, ipsi HK, æ-  
quali. f Sed & rectangulum sub DL, LC, una cum eodem quadrato ex CE, f 6. secundi.  
æqua-



a 16. sexti.  
b 4. sexti.  
c 4. sexti.

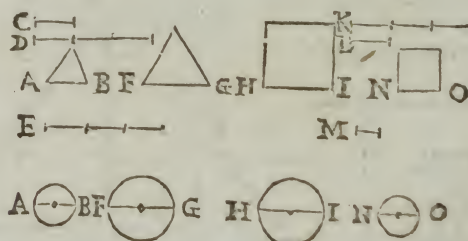
æquale quoque est eidem quadrato ex LE. Igitur rectangulum sub DK, AK, una cum quadrato ex CE, æquale erit rectangulo sub DL, LC, una cum eodẽ quadrato ex CE; Et dempto comuni quadrato CE, reliquum rectangulum sub DL, LC, reliquo rectangulo sub DK, AK, æquale erit. *a* Igitur erit DL, ad DK, *b* hoc est, AB, ad AK, ut AK, ad LC. *c* Vt autem AB, ad AK, ita est quæ LC, ad CB. Igitur erit AB, ad AK, ut AK, ad LC, & ut LC, ad CB: ac proinde AK, LC, mediæ proportionales erunt inter datas AB, BC, quod est propositum.

QVOD si datæ duæ rectæ sint nimis longæ, accipi poterunt earum semiles, vel tertie partes, &c. atque inter eas duæ mediæ inquirendæ. Nam si inuentæ duplicentur, vel triplicentur, &c. habebuntur duæ mediæ inter datas duas. Quod etiam in alijs modis intelligendum est.

## PROBL. II. PROPOS. 16.

DATAM figuram planam, vel circulum augere, vel minuere in data proportionione.

HOC problema, quod ad figuras planas rectilineas attinet, explicauimus propof. 15. scholij propof. 33. lib. 6. Euclid Nunc idem ad circulos quoque extendemus. Sit ergo rectilineum, cuius latus AB, vel circulus, cuius diameter AB, oporteatque constituere maius rectilineum, vel circulum maiorem



d coroll. 19  
vel 20. sexti.  
c 2. duodec.

in proportionione, C, ad D, nimirum sub tripla. Tribus lineis C, D, AB, inueniatur quarta proportionalis E, atque inter AB, & E, reperiatur media proportionalis FG, & supra FG, figura construatur similis datæ figuræ AB, similiterque posita. Item circulus describatur circa diametrum FG. Dico tam rectilineum AB, esse tertiam partem rectilinei FG, quam circulum AB, circuli FG, nimirum eandem habere proportionem AB, ad FG, quam habet C, ad D. Quoniam enim tres rectæ AB, FG, & E, continue proportionales sunt, *d* erit figura AB, ad figuram FG, ut AB, ad E, hoc est, ut C, ad D. *e* Quia vero est, ut quadratum ex AB, ad quadratum ex FG, ita circulus AB, ad circulum

culum FG; estque quadratum AB, ad quadratum FG, vt AB, ad E; erit quoque circulus AB, ad circulum FG, vt AB, ad E, vel vt C, ad D.

**S I T** deinde figura, vel circulus H I, oporteatque construere minorem figuram, vel circulum in proportione K, ad L, nimirum tripla. Tribus rectis K, L, H I, inueniatur quarta proportionalis M: atque inter H I, & M, media proportionalis inueniatur N O, supra quam construatur figura similis similiterque posita figuræ H I: Item circulus describatur circa diametrum N O. Dico tam figuram H I, ad figuram N O, quam circulum H I, ad circulum N O, habere proportionem triplam, eandem videlicet, quam habet K, ad L. Quoniam enim tres rectæ H I, N O, & M, continue sunt proportionales; erit figura H I, ad figuram N O, vt recta H I, ad M, hoc est, vt K, ad L. *a coroll. 19. vel 20. sex. si.* Et quia est, vt quadratum H I, ad quadratum N O, ita circulus H I, ad circulum N O; estque quadratum H I, ad quadratum N O, vt recta H I, ad M; erit quoque circulus H I, ad circulum N O, vt recta H I, ad M, vel vt K, ad L. *b 2. duode.*

**EX** his constat, qua ratione, dato foramine rotundo, vel etiam quadrato alicuius fontis, aliud foramen rotundum, vel quadratum maius, vel minus in quacunque proportione construendum sit.

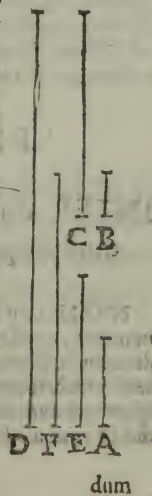
## PROBL. 12. PROPOS. 17.

**D A T A M** figuram solidam qualemcunque ex ijs, de quibus Eucl. in lib. Stereometriae agit, augere vel minuere in proportione data.

**H V I V S M O D I** figuræ solidæ sunt parallelepipedum, Pyramis, Prisma, sphaera, Conus, Cylindrus, & quinque corpora regularia.

**S I T** ergo figura solida, cuius latus A, vel sphaera, cuius diameter A, augenda primum in proportione B, ad C. Tribus rectis B, C, A, inueniatur quarta proportionalis D: atque inter A, & D, reperiantur duæ mediae proportionales E, F. Dico solidum lateris A, ad solidum supra latus E, nimirum supra mediam proportionalem, quæ propinquior est lateri dato A, constructum simile, similiterque positum solidum supra latus A, constituto, habere proportionem, quam B, habet ad C. Item sphaeram datam diametri A, ad sphaeram diametri E, esse, vt B, ad C. Quoniam n. figura solida lateris A, ad figuram solidam lateris E, similem similiterque positam habet proportionem triplicatam lateris A, ad latus E, vt lib. 11. & 12. Eucl. demonstratum est: Similiter Conus & Cylindrus, cuius basis diameter A, ad Conum & Cylindrum similem, cuius diameter E: Nec non sphaera diametri A, ad sphaeram diametri E; Est autem, ex defin. 10. lib. 5. Euclid. proportio quoque A, ad D, triplicata proportio nis A, ad E: Erit solidum A, ad solidum E, vt A, ad D, hoc est, vt B, ad C, quod est propositum.

**S I T** deinde solidum lateris, vel diametri D, minuen-





dum in proportionem data C, ad B. Tribus C, B, D, inueniatur quartâ proportionalis A; atque inter D, & A, reperiantur duæ mediæ proportionales F, E. Dico solidum lateris, vel diametri D, ad solidum simile, similiterque descriptum supra F, nimirum supra mediani proportionalem, quæ lateri dato D, propinquior est, proportionem habere, quam C, ad B. Quoniam enim solidum D, ad simile similiterque descriptum solidum F, proportionem habet triplicatam lateris D, ad latus F: qualem etiam habet ex defin. 10. lib. 5. Eucl. recta D, ad rectam A: erit solidum D, ad solidum F, vt D, ad A, id est, vt C, ad B. quod est propositum.

CONSTAT ex his, qua ratione Cubus non solum duplicandus sit, (quod veteres inquirebant) sed etiam augendus minuendusue in quacunque proportionem: Item quo pacto pylæ bombardarum maiores, aut minores fieri debeant secundum proportionem datam.

## S C H O L I V M.

FIGVRAS solidas similiterque positas habere proportionem triplicatam homologorum laterum, demonstratum est de parallelepipedis quidem lib. 11. Eucl. propof. 3. De Pyramidibus vero lib. 12. propof. 8. eiusq. coroll. & de Prismatis, in eiusdem scholio. De sphaera autem lib. eodem 12. propof. 18. De Conis deinde & Cylindris eodem lib. 12. propof. 12. si pro lateribus homologis sumantur diametri sphaerarum, & diametri basium Conorum, & Cylindrorum. Ac tandem de quinque corporibus regularibus in coroll. propof. 17. lib. 12. quippe cum omnia hæc corpora in sphaeris describi possint.

QVAMVIS autem problema hoc de supradictis corporibus duntaxat proposuerimus, idem tamen etiam locum habet in alijs cuiusque generis corporibus similibus, similiterque positis, vt perspicuum est; propterea, quod diuidi possunt in pyramides similes, æquales numero; a quæ quidem proportionem habent laterum homologorum triplicatam. b Cum ergo sit, vt vna pyramis ad vnam pyramidem, ita omnes ad omnes, id est, ita solidum ad solidum; sintque eadem latera homologa solidorum, quæ pyramidum similium, constat propositum.

a 8 duodec.  
eiusq. coroll.  
b 12. quinti

## PROBL. 13. PROPOS. 18.

INTER duos numeros datos tum vnum, tum duos medios proportionales reperire.

NON raro figura siue plana, siue solida augenda, vel minuenda est per numeros, quod quidem sine inuentione vnius medij proportionalis, vel duorum mediorum inter datos duos numeros perfici non potest: idcirco artem præscribemus, qua huiusmodi medias inuenire possimus. Propositis igitur primum duobus numeris quibuscunque 9. & 25. inter quos reperendus sit vnus medius proportionalis; si multiplicentur inter se, & producti

numera

numeri 225. radix quadrata eruat 15. vt in Arithmetica practica cap. 26. docuimus: & erit radix hæc quadrata medio loco proportionalis inter datos numeros, vt hic 9. 15. 25. quippe cum quadratum medij numeri æquale sit rectangulo sub extremis comprehenso. Sic inter 5. & 13. medius proportionalis erit radix quadrata numeri 65. qui ex multiplicatione datorum numerorum gignitur, quæ radix paulo maior est, quam  $8\frac{1}{2}$ . & paulo minor, quam  $8\frac{1}{6}$ . a 17. sexti,  
vel 20. septi.

SINT deinde duo numeri 2. & 54. inter quos inueniendi sint duo medij proportionales. Multiplicetur quadratus minoris in maiorem. Producti namque numeri 216. radix cubica 6. erit primus medius iuxta minorem collocandus. Et si maioris quadratus ducatur in minorem, erit producti numeri 5832. radix cubica 18. alter medius iuxta maiorem statuendus, vt hic 2. 6. 18. 54. Ratio huius rei est, quod datis quatuor lineis continuè proportionalibus, parallelepipedum sub quadrato alterutrius extremarum, & sub altera extrema comprehensum, æquale est cubo mediæ proportionalis, quæ priori extremo assumpto propinquior est, vt in sequenti Lemmate demonstrabimus. Quoniam vero, vt in scholio propof. 19. lib. 8. Euclid. ostendimus, propositis hisce tribus numeris 2. 2. 54. idem procreatur numerus, siue prius ducantur 2. in 2. deinde productus 4. in 54. siue prius 2. in 54. deinde productus 108. in 2. Item datis hisce tribus numeris, 54. 54. 2. idem numerus gignitur, siue prius ducantur 54. in 54. deinde productus 2916. in 2. siue prius 54. in 2. deinde productus 108. in 54. manifesto colligitur, si minor 2. ducatur in maiorem 54. & productus 108. in minorem 2. produci quoque cubum medij proportionalis iuxta minorem constituendi: Item si maior 54. ducatur in minorem 2. & productus 108. in maiorem 54. procreari cubum medij proportionalis iuxta maiorem scribendi. Sic inter 4. & 100. erunt duo medij proportionales, Radix cubica numeri 1600. & Radix cubica numeri 40000. Ceterum inuento altero mediorum numerorum, reperietur alter etiam, si inuentus per extremum remotiorem multiplicetur & producti numeri radix quadrata capiatur. Vt in dato exemplo 2. 6. 18. 54. si medius inuentus 6. ducatur in 54. erit producti numeri 324. radix quadrata 18. alter medius: Item inuentus medius 18. si multiplicetur per 2. erit producti numeri 36. radix quadrata 6. alter medius: propterea quod tam 2. 6. 18. quam 6. 18. 54. sunt tres continuè proportionales.

## L E M M A.

SI sint quatuor lineæ continuè proportionales: parallelepipedum sub quadrato alterutrius extremarum, & altera extrema comprehensum, æquale est cubo mediæ proportionalis, quæ priori extremæ assumptæ propinquior est.

REPETATUR figura propof. 17. in qua lineæ quatuor continue proportionales sunt A, E, F, D. Dico parallelepipedum sub quadrato extremæ A, &

Qq 2 sub



- a coroll. 20. *sexti.* sub extrema altera D, contentum, cubo rectæ E, æquale esse. a Quoniam enim quadratum rectæ A, ad quadratum rectæ E, proportionem habet, quam A, ad E, id est, quam E, ad D, recipiuntur bases cum altitudinibus, cum basis parallelepipedum sit quadratum rectæ A, & eiusdem altitudo recta D: cubi autem basis, quadratum rectæ E, & altitudo ipsamet recta E.
- b 34. unde *cimi.* Igitur æqualia erunt parallelepipedum, & cubus. Eadem ratione erit parallelepipedum sub quadrato extremæ D, & sub altera extrema A, contentum æquale cubo rectæ E. c Nam cum sit, ut quadratum rectæ D, ad quadratum rectæ E, id est, ut basis dicti parallelepipedum ad basem dicti cubi, ita D, ad E, hoc est, ita E, ad A, hoc est, ita altitudo cubi, ad altitudinem parallelepipedum; recipiuntur quoque bases cum altitudinibus: d ideoque æqualia erunt parallelepipedum, & cubus. quod est propositum.
- d 34. unde *cimi.*

Q V I A vero in nostra Arithmetica practica solum radices quadratæ extractionem explicauimus, operæ me pretium facturum puto, radices cubicæ extractionem hoc loco, quamuis fortasse alieno, inferere: quandoquidem ea necessaria omnino est, ut problema hoc 13 ad opus possit deduci. Hoc autem efficiam, si præscribam artem quandam generalem, qua cuiuscunque generis radicem extrahere possimus, ex libro examij cuiusdam Arithmetici Germani depromptam ferme totam: quod quidem studioso Lectori non iniucundum, aut ingratum fore confido.

## PROBL. 14. PROPOS. 19.

## RADICEM cuiuslibet generis extrahere.

Extractio  
radicis qd.

EXTRACTIO radice est inuentio numeri ex proposito numero, qui multiplicatione aliqua in se numerum propositum producat. Ut extractio quadratæ radice est inuentio numeri ex numero quadrato, qui quadratè multiplicatus ipsum producat: Et extractio radice cubicæ, est inuentio numeri, qui in se ductus cubicè producat cubum propositum, &c. Quid autè sit multiplicare numerum quadrato, aut cubico, aut alio modo, nox explicabo.

Infinite,  
species ra-  
dicum.

Q V E M A D M O D V M igitur infinite sunt species multiplicationum numerorum in se, ut statim dicam, ex quibus oriuntur numeri quadrati; & solidi, ut cubi, Zensizenfi, Surdesolidi &c. qui à Iunioribus nonnullis in Algebra explicati solent: sic etiam infinite sunt radicum species iuxta varias numerorum appellationes, qui conflunt ex varia radicum multiplicatione. Quæ omnia pulchre nobis representat naturalis numerorum progressio, inseruiens progressionibus Geometricis ab unitate incipientibus: ut hic,

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10. &c.
1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024. &c.
Radix		Quadratus	Cubus.	Zenfificus	Surdefolidus.	Zenfificus	B. surdefolidus.	Zenfificus.	Cubicus	Zenfificus solidus.

PRIMUM numeri superioris progressionis significant species multiplicationum. Vt 2. supra quadratum significat, multiplicationem quadratam fieri, dum radix bis ponitur, & sic multiplicatur, vt 2.2. facit 4. Sic 3. significat, multiplicationem cubicam fieri, dum radix ter ponitur, atque ita multiplicatur, vt 2.2.2. facit 8. Pari ratione . 4. ostendit multiplicationem Zenfificam: Et 5. surdefolidam, &c.

DEINDE iidem numeri significant radicum species. Vt 2. significat, radicem quadratam producere quadratum per multiplicationem quadratam: Et 3. denotat, radicem Cubicam procreare Cubum per multiplicationem cubicam: Et sic deinceps.

IN extractionibus igitur radicum obseruanda est signatio figurarum per puncta in numero, ex quo radix aliqua extrahenda est, hoc modo.

IN extractione radices quadratae signantur omnes figurae in locis imparibus, incipiendo a dextris: ita vt alternatim semper vna figura omittatur, quae non signetur.

IN extractione cubica omittuntur semper duae figurae. In Zenfificis tres. In surdefolidis quatuor. Et sic deinceps in infinitum. Vt in appositis exemplis vides.

RESPONDENT autem hae signationes medijs proportionalibus. Vt quoniam inter duos quadratos cadit vnus medius, ideo in extractione radices quadratae omittitur semper vna figura: Inter duos vero Cubos cadunt duo medij, idcirco omittuntur semper duae figurae, & sic de ceteris.

PRO qualibet autem specie radices extrahendae inseruntur quidam numeri peculiare: qui per sequentem tabulam inueniuntur, quae hoc modo constructitur. Prima columna continet serie naturalem numerorum. Ex hac columna nascitur secunda: tertia ex secunda: & quarta ex tertia, hoc modo. Relictis duabus cellulis primae columnae, repetitur numerus tertiae cellulae in secunda columna. Deinde ex additione duorum numerorum, id est,

Pro quadrata.
6 8 7 1 9 4 7 6 7 3 6
Pro cubica
6 8 7 1 9 4 7 6 7 3 6
Zenfificis.
6 8 7 1 9 4 7 6 7 3 6
Pro surdefolidis.
6 8 7 1 9 4 7 6 7 3 6

Quo modo  
figurae per  
puncta signentur.

cx



Cōstructio  
tabulæ ni-  
tificæ.

1									
2									
3	3								
4	6								
5	10	10							
6	15	20							
7	21	35	35						
8	28	56	70						
9	36	84	126	126					
10	45	120	210	252					
11	55	165	330	462	462				
12	66	220	495	792	924				
13	78	286	715	1287	1716	1716			
14	91	364	1001	2002	3003	3432			
15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435		
16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870		
17	136	680	2380	6188	12376	16448	24310	24310	

ex tertio primæ columnæ, & primo secundæ columnæ, fit secundus numerus secundæ columnæ. Eodem modo ex secundo numero secundæ columnæ, & ex eius collateralis conficitur tertius secundæ columnæ: Atque ex tertio numero secundæ columnæ, & ex eius collateralis fit quartus eiusdem secundæ columnæ, & sic deinceps. Continentur autem in secunda columna omnes numeri triangulares. Non aliter tertia columna ex secunda oritur, & quarta ex tertia, &c. Semper enim in qualibet columna relinquuntur duæ primæ cellulæ, & numerus tertiz cellulæ repetitur pro primo numero sequentis columnæ: atque ex additione eius numeri cum collateralis præcedentis columnæ conflatur secundus numerus, &c.

Quo pacto  
ex superio-  
ri tabula  
desumatur  
numeri pro  
singulis ra-  
dicum spe-  
ciebus.

H A C extructa tabula, desumuntur numeri peculiare ex ordinibus transuersalibus hoc ordine. Numeri cuiuslibet ordinis transuersalis ordine scribuntur, iisdemque ordine retrogrado repetuntur, ultimo semper excepto, & penultimo etiam tunc solum, quando ultimo æqualis est. Vt in secundo ordine sumitur tantum numerus 2. quia cum sit ultimus, non repetitur. In tertio sumuntur quoque hi duo tantum 3. 3. quia penultimus non repetitur, cum ab ultimo non differat. In quarto autem sumendi sunt hi tres. 4. 6. 4. In nono hi octo 9. 36. 84. 126. 126. 84. 36. 9. Et in decimo hi novem 10. 45. 120. 210. 252. 210. 120. 45. 10. &c. Vbi vides, semper tot numeros assumi, quot sunt unitates in primo numero transuersali, minus uno. Vt in ordine septimodecimo assumendi erunt hi sexdecim 17. 136. 680. 2380. 6188. 12376. 19448. 24310. 24310. 19448. 12376. 6188. 2380. 680. 136. 17. & sic de cæteris.

CVI-

**CVILIBET** deinde numero præponendæ sunt tot cifrae, quot numeri ab eo inclusivè numerantur vsque ad ultimum assumptum. Ut número 2. secundi ordinis præponenda est vna cifra, hoc modo, 20. Sed duo tertij ordinis habebunt has cifras 300. 30. Sic in nono ordine, vbi assumuntur octo numeri, primus habebit octo cifras, secundus septem, tertius sex, & sic semper minuendo vnâ. Cuius autem radicalis extractioni inseruiant prædicti numeri in quolibet ordine transuersali accepti, pulchre indicat primus numerus ordinis transuersalis. Vt quia in superiori progressionè numerus 2. notat quadratum, & 3. cubum: & 4. Zensizensum, &c. ideo numerus 2. secundi ordinis cum sua cifra, hoc modo. 20. inseruit radici quadratæ: Et duo numeri ex tertio ordine assumpti cum suis cifris, hoc modo 300. 30. radici cubicæ: Et tres quarti ordinis, hoc modo 4000. 600. 40. radici Zensizensicæ: & quatuor quinti ordinis, hoc modo, 50000. 10000. 1000. 50. radici surdesolidæ, &c.

**I A M** vero vt propius ad extractionem radicum accedamus, sciendum est, radicem cuiuslibet numeri habere tot figuras, quot puncta sub ipso signata sunt, secundum doctrinam superiorem. Item ad punctum ultimum versus sinistram pertinere ipsam figuram supra punctum positam, cum omnibus alijs, quæ ipsam versus sinistram præcedunt. Ex quo puncto si subtrahatur numerus, vt mox dicemus, spectabit ad penultimum punctum figura supra ipsum punctum cum reliquis ad sinistram, & sic de cæteris.

**V T** autem ritè incipiat extractio cuiuslibet radicis, construenda erit tabella quadratorum, cuborum, surdesolidorum, B surdesolidorum, & aliorum numerorum, qui ex nouem figuris Arithmeticis producuntur, cum suis radicibus. Vt hic vides.

Quot figuras quælibet radix habeat.

Radices.	Quadrati.	Cubi	Radices	Surdesolidi.	Radices	B, surdesolidi.
1	1	1	1	1	1	1
2	4	8	2	32	2	128
3	9	27	3	243	3	2187
4	16	64	4	1024	4	16384
5	25	125	5	3125	5	78125
6	36	216	6	7776	6	279936
7	49	343	7	16807	7	823543
8	64	512	8	32768	8	2097152
9	81	729	9	59049	9	4782969

Cur autem non apposuerim tabellas Zensizenforum. & Zensicuborum, causa est, quod eiusmodi numerorum radices non egent nouis præceptis, vt postea dicitur. Sequuntur ergo iam extractionum exempla aliquot.

E X-



EXTRACTIO RADICIS  
Quadratae.

Quadratae  
radicis ex-  
tractio.

Radix  
2601.

SIT numerus propositus 6765201. ex quo erui debet radix qua-  
drata.

PRIMUM ab ultimo puncto, id est, à figura 6. (Hoc enim punctum  
vnam tantum habet figuram, cum eam nulla alia præcedat) subtrahitur ma-  
ximus quadratus, qui subtrahi potest, nimirum 4. & in Quotiente ad margi-  
nem ponitur eius radix 2. In residuo autem manent 2. pro sequenti puncto.  
quod erit 276. atque ita absolutum est ultimum punctum, quod est in opera-  
tione primum.

DEINDE pro diuisorem ex figura 2. inuenta in Quotiente multipli-  
cata per 20. nimirum per numerum radici quadratae inferuentem: quem  
inuenio 40. Per hunc diuido punctum sequens 276. & pro Quotiente repe-  
rio 6. Pono ergo primum Quotientem 2. ad sinistram, nume-  
rum peculiarem 20. in medio, & nouum Quotientem 6. ad  
dextram, sub quo scribo eius quadratum 36. ut hic vides.

POST hæc multiplico tres numeros 2. 20. 6. inter se, & producto 240.  
addo quadratum 36. & summam 276. ex puncto 276. detraho, nihilque re-  
linquitur, atque ita absolutum est sequens punctum: aliudque sequens pun-  
ctum est 52.

PARO iam diuisorem ex toto Quotiente inuento 26. ducto in 20. id est,  
in numerum peculiarem quadratae radicis, quem inuenio 520. Et quia per  
hunc diuidi non potest punctum 52. pono in Quotiente 0. neque opus est  
multiplicare, ut reperiatur numerus subtrahendus, quia nihil subtrahitur,  
cum 0. multiplicans producat 0. Et sic fit in omnibus alijs extractionibus,  
quando diuisor inuentus in puncto proposito ne semel quidem continetur: at-  
que ita absolutum est punctum 52. punctumque insequens est 5201.

PARO iterum diuisorem ex toto Quotiente inuento 260. ducto in  
numerum peculiarem 20. quem reperi 5200. qui semel in puncto 5201. con-  
260--20--1 tinetur. Pono ergo totum Quotientem prius inuentum 260. ad sini-  
stram, & numerum peculiarem 20. in medio, & Quotientem 1. nunc  
inuentum ad dexteram, eiusque quadratum 1 sub illo, ut in exemplo patet.

MULTIPLICATIO trium superiorum numerorum facit 5200. addo  
quadratum 1. figuræ inuentæ 1. fit numerus 5201. qui ex puncto 5201. de-  
tractus nil relinquit. Est ergo absoluta extractio, radixque inuenta est 2601.  
quæ quadratè, id est, in se multiplicata producit propositum numerum  
6765201.

ATQUE hæc est probatio, vel examen cuiusvis extractionis, ut videli-  
cet radix inuenta in se multiplicetur vel quadratè, vel cubice, vel surdofol-  
de, &c. pro qualitate radicis. Si enim in extractione nihil fuit relictum,  
veluti in nostro exemplo, necesse est, numerum productum æqualem esse  
proposito numero, ex quo facta est extractio: Si autem in extractione ali-  
quid fuit relictum, illud additum producto numero conficiet numerum  
propositum. Institui quoque potest examen per 9. vel 7. ut in Diuisione.  
Nam si ex inuenta radice abijciantur 9. vel 7. quoties fieri potest, & reti-  
duum

duum collocetur tum in sinistra parte crucis, tum in dextra, quod Quotiens, vel radix inuenta sit etiam instar Diuisoris. Hoc enim residuo in se multiplicato quadrate, vel cubice, &c. & ex producto abiectis 9. vel 7. necesse est, residuum hoc æquale esse residuo numeri propositi, si abijciantur ex eo omnia 9. vel 7. & nihil in extractione relictum sit. Nam alioquin ex residuo extractionis, & ex producto radice inuenta in se multiplicata abijcienda erunt omnia 9. vel 7. Hoc enim residuum æquale esse debet residuo numeri propositi, si omnia 9. vel 7. abijciantur. In nostro exemplo, si probatio instituitur per 9. residuum semper est 0. Si vero fiat per 7. stabit exemplum ex-  
 minis ut hic apparet.

$$\begin{array}{r} 0 \\ \times \\ 0 \\ \hline 0 \\ \times \\ 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

## EXTRACTIO RADICIS cubicæ.

SIT ex numero 239483190. extrahenda radix cubica.

PRIMUM ex puncto 239. subtraham cubum 216. qui est maximus in eo contentus, cuius radicem 6. scribo in Quotiente ad marginem. Et quia relinquitur numerus 23. erit sequens punctum 23483.

DEINDE paro Diuisorem hoc modo. Supra radicem inuentam 6. pono eius quadratum 36. Et ad dextram colloco duos numeros peculiare radice cubicæ, nimirum 300. & 30. ut hic vides. Multiplico superiores duos numeros 36. & 300. inter se, & productum 10800. addo productum 180. ex multiplicatione numerorum inferiorum 6. & 30. inter se. Nam summa 10980. erit Diuisor. Satis etiam esset productus ex duobus superioribus inter se multiplicatis, nimirum 10800. pro Diuisore. quod in alijs extractionibus intelligendum quoque est. Diuido ergo punctum meum 23483. per diuisorem inuentum 10980. & Quotientem 2. scribo post figuram 6. prius inuentam. Pingo post hæc figuram huiusmodi. Ad dextram numerorum 36. & 300. colloco inuentam figuram 2. & infra eam eius quadratum 4. & sub hoc cubum eiusdem 8. Nam si tam superiores tres numeri 36. 300. & 2. quam inferiores tres 6. 30. & 4. inter se multiplicentur, & productis 21600. & 720. addatur cubus 8. fiet numerus 22328. quem si ex meo puncto 23483. subtraham, remanent 1155. atque adeo punctum sequens erit 1155190.

$$\begin{array}{r} 36-300 \\ 6-30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36-300.-2. \\ 6-30.-4. \\ 8. \end{array}$$

PARO iam alium diuisorem hoc pacto. Supra 62. radicem hactenus inuentam scribo eius quadratum 3844. & ad dextram eosdem numeros peculiare 300. & 30. Multiplicatio duorum superiorum inter se facit diuisorem 1153200. per quem si diuidatur punctum 1155190. fit Quotiens 1. post alias duas figuras 62. scribendus. Pingo iam

R r      figu-

Cubicæ radice extrahio.  
radix 621.



3844—300—1. figuram talem. Ad dextram numerorum 3844.  
62—30—1. & 300. pono figuram 1. proxime inuentam, &  
1. infra eam eius quadratum 1. & sub hoc eiusdem  
cubum. 1. Nam si tam tres superiores numeri  
3844.300 & 1. quam inferiores tres 62. 30. & 1.  
inter se multiplicentur, & productis 1153200. & 1860. addatur cubus 1.  
fiet numerus 1155061. quem si ex meo puncto 1155190. demam, remanent  
129. Est ergo absoluta extractio, radixque inuenta est 62. 1. quæ in se cubi-  
ce multiplicata procreat numerum 239483061. cui si adijciatur residuum  
129. coabitur numerus propositus 239483190.

## EXTRACTIO RADICIS Surdefolidæ.

SIT numerus 1039589621. cuius radix surdefolida quaeritur.

Surdefolide  
radicis extra-  
ctio.  
radix 63.

PRIMUM à puncto 10395. subtraho maximum surdefolidum 7776. in  
eo inclusum, cuius radicem 6. scribo in margine pro Quotiente: & quia nu-  
merus relinquitur 2619. ideo punctum sequens erit 261989621.

DEINDE paro diuisorem hoc modo. Supra radicem inuentam 6.  
scribo eius quadratum 36. & supra hunc eiusdem cubum 216. & su-  
pra hunc eiusdem Zenfizensum, vel quadrati quadra-  
tum 1296: ita vt constituatur progressio Geome-  
trica ascendens à radice 6. denominata tot termi-  
norum, quot numeri peculiare requiruntur in ex-  
tractione surdefolida, Et ad dextram colloco qua-  
tuor numeros peculiare requisitos, vt exemplum monstrat. Multiplico  
duos superiores numeros (quod satis est) 1296. & 50000. inter se. Pro-  
ductus namque numerus 64800000. erit diuisor, per quem si diuidatur pun-  
ctum relictum 261989621. posset esse Quotiens vel 4. vel 3. vel 2. Accipio  
autem 3. quia figura 2. est nimis parua, & 4. nimis magna, vt ex sequentibus  
patebit; quem Quotientem 3. in margine scribo post inuentam figuram 6.  
Pingo ergo talem figuram. Ad dextram numerorum 1296. & 50000. pono  
figuram Quotientis acceptam 3. & infra eam eius quadratum 9. & sub hoc  
eiusdem cubum 27. & sub hoc eiusdem Zenfizensum, vel quadrati quadra-  
tum 81. & sub hoc eiusdem surdefolidum 243. ita vt ad dextram constituatur  
progressio Geometrica descendens denominata à figura Quotientis 3. in-  
uenta tot terminorum vno amplius, quot numeri peculiare requiruntur:

1296—50000—	3.
216—10000—	9.
36—1000—	27.
6—50—	81.
	243

adeo vt vltimus terminus sit numerus sur-  
defolidus figuræ inuentæ, quemadmo-  
dum in cubica extractione fuit cubus, &  
in quadrata quadratus. Nam si terni nu-  
meri transuersales inter se multiplicen-  
tur, & ad productos 194400000.  
19440000. 972000. 24300. adijciatur  
surdefolidus 243. efficietur numerus  
214836543. qui ex puncto 261989621. detractus relinquit 47153078. Est  
ergo

ergo radix surdesolida inuenta 63. quæ in se surdesolidè multiplicata, si nimirum quinq̄ies ponatur hoc modo, 63.63. 63.63.63. producit numerum 992430543, cui si addatur residuum 47153078. conflabitur propositus numerus 1039589621.

QVOD si superesset aliud punctum, constituenda esset progressio ascendens denominata à tota radice hætenus inuenta 63. quatuor terminorum, vt hic vides. Nam productus 78764805. ex superioribus duobus numeris inter se multiplicatis esset nouus diuisor. Deinde ex noua figura inuenta esset constituenda progressio descendens vsque ad surdesolidum illius figuræ, quemadmodum supra cum figura 3. factum est.

$$\begin{array}{r} 15752961-50000 \\ 250047-10000 \\ 3969-1000 \\ 63-50 \end{array}$$

ATQVE in hunc modum radicem cuiuscunque speciei extrahes, si diligenter inquires numeros propositæ radici inferuientes, vt supra docuimus. Quæ sane ratio mihi semper præclara est visa. Nam etiam si operatio videatur aliquanto longior esse, quam par sit, difficilis tamen non est, quippe cum ignorari in ea non possit, quid faciendum sit: cum tamen in extractionibus ab alijs Arithmetice traditis (quadrata excepta) tanta sit operatio- nis difficultas, vt infinita fere memoria opus sit ad retinendum ea, quæ ad extrahendas radices adhibenda sunt, vt in radice cubica extrahenda per aliorum regulam si adhibeatur, patebit: cum tamen cubica extractio sit longe facilior extractione surdesolida, & alijs insequentibus, quæ fere inextricabiles sunt.

SOLA vna difficultas tam in nostra, quam in aliorum extractione existit, quod nimirum dubium interdum sit, num figuram nimis paruam in Quotiente alicuius puncti acceperimus. Vt in secundo puncto extractionis surdesolidæ potuit esse Quotiens vel 4. vel 3. vel 2. Nos autem accepimus 3. Si ergo certi esse velimus, an accipi potuisset figura 4. quandoquidem superfluit numerus 47153078. valde magnus, faciendum periculum erit cum figura 4. constituendo scilicet progressionem descendente Geometricam à 4. denominatam. Et quia quatuor numeri producti transuersales cum surdesolido 1024. faciunt numerum 297141824. qui ex puncto secundo 261989621. subtrahi nequit; argumento est, figuram 4. nimis magnam esse, ac proinde figuram 2. nimis paruam; quandoquidem cum figura 3. tales numeri procreati sunt, qui ex proposito puncto potuerunt subtrahi. Hoc ergo remedium si adhibeatur, quamuis longiusculum, tutissima erit nostra ratio extrahendarum radicum.

IAM vero cur in superiori tabella quadratorum, cuborum, surdesolidorum, &c. omiserim Zenfizenfos, siue quadrati quadratos, atque adeo radicis Zenfizenficæ extractionem præterierim; ratio est, quod radices Zenfizenfica, Zenficubica, Zenfizenzenfica, cubicubica, Zensurdesolidæ, &c. quamuis erui possint, sicut aliæ, habent tamen aliam etiam extractionis regulam, quam vel ex ipsis nominibus colligere licet. Videlicet.

EXTRACTVRVS radicem Zenfizenficam, siue quadrati quadratam, ex-

R 2 tra-

Difficultas, in extractionibus quoque superetur.

Cur exemplū nō ponatur de radice zenfizenfica, &c.



trahe primo radicem quadratam: Deinde ex hac radice erue iterum quadratam radicem. Hæc enim erit radix Zensizensica, quæ quæritur.

EXTRACTVRVS vero radicem Zensicubicam, id est, quadrati cubicam, vel cubi quadratam, extrahe primo radicem quadratam, & ex hac deinde radicem cubicam. Vel primo erue radicem cubicam, & ex hac quadratam. Vltima enim radix eruta erit ea, quam quæris. Idem iudicium habeto de alijs radicibus numerorum compositorum, vt de radice Zensizensica cubicubica, Zensurdesolida, &c.

### REGVLA PROPRIA EXTRACTIONIS radicis cubicæ.

QVONIAM frequentior vsus est radicis quadratæ, & cubicæ apud Mathematicos quam aliarum radicum, lubet in studiosorum gratiam præscribere hoc loco regulam propriam ad cubicam radicem extrahendam: quemadmodum idem de quadrata radice fecimus in nostra Arithmetica practica. Relictis autem aliorum regulis, quod minus faciles, minusque expeditæ sint, excerpam vnâ quasi nouam ex superiori extractione radicis cubicæ, quæ sic se habet.

SIT eruenda radix cubica ex numero 1860867.

Regula propria  
radicis  
cubicæ.  
radix 123.

Ex primo puncto 1. ad sinistram subtraho cubum 1. maximū in eo contentum, nihilq. remanet. Erit ergo sequens punctum 860. & pro radice inuenta est figura 1.

PARO diuisorem, multiplicando quadratum figuræ inuentæ, nimirum 1 per 300. qui erit 300. per quem si diuidam punctum 860. inuenio Quotientem 2. pro secunda figura radicis. Hanc ducō in diuisorem inuentum 300. facioque 600. Deinde ducō quadratum nouæ figuræ 2. inuentæ, nimirum 4. in productum ex priori figura 1. multiplicata per 30. hoc est, in 30. facioque 120. Postremo ad summam duorum horum productorum 600 & 120. id est, ad 720. adijcio cubum inuentæ nouæ figuræ 2. nimirum 8. totamque summam 728. ex meo puncto 860. subtraho. Et quia remanent 132. erit vltimum punctum 132867. Scribo ergo inuentam figuram 2 post priorem 1.

DEINDE paro eodem modo diuisorem nouum pro vltimo puncto. Nimirum quadratum totius radicis 12. hætenus inuentæ, id est, 144. ducō iterum in 300. Productus enim numerus 43200. erit diuisor, per quem si diuidam meum punctum 132867. reperio Quotientem 3. scribendum post radicem 12. hætenus inuentam. Hanc figuram inuentam 3. similiter ducō in diuisorem inuentum 43200. facioque 129600. Deinde quadratum eiusdem nouæ figuræ 3. nimirum 9. ducō in productum ex radice 12. prius inuenta, multiplicata per 30. hoc est, in 360. efficioque 3240. Postremo ad summam horum duorum productorum 129600. & 3240. hoc est, ad 132840. adijcio cubum 27. ex eadem noua figura genitum, sitque numerus 132867. qui ex puncto 132867. deductus nihil relinquit. Atque ita inuenta est radix 123. numeri propositi 1860867.

QVOD si superesset aliud punctum, ducendus esset quadratus totius radicis 123. hætenus inuentæ in 300. vt nouus diuisor exurgeret, &c. Vides ergo in hac regula plus memoriæ requiri, quam in superiori, quamuis faciliior sit, quam aliorum regulæ. Memor tamen esto, quando dubitas, an

nimis

nimis paruum figuram in Quotiente acceperis, vt facias periculum de maiori figura, vt supra dictum est.

## PROBL. 15. PROPOS. 20.

IN numeris non quadratis, non cubis, non Zenfizenficis, non surdesolidis, &c. radicem veræ propinquam inuenire.

QUANDO numerus propositus non est quadratus, aut cubus, aut Zenfizenfus, aut surdesolidus, &c. non potest habere veram radicem, sed per regulas superiores inuenitur radix maximi quadrati, vel cubi, vel Zenfizenfi vel surdesolidi in dato numero contenti. Vt igitur sciamus, quænam fractio ad inuentam radicem addenda sit, vt habeatur radix propinquior veræ, agendum erit hoc modo.

NUMERO proposito apponantur aliquot binarij cifarum, si quadrata radix propinqua inquiritur: vel si cubica, aliquot cifarum ternarij; vel aliquot quaternarij, si radix Zenfizenfica desideratur, vel aliquot quinarij cifarum, si de surdesolidi radice agitur, &c. Respondet autem in qualibet specie radice numerus cifarum aliquoties repetendus numero, qui in progressionem ad initium præcedentis problematis posita scribitur supra numerum, à quo radix nomen sumit. Vt quia supra quadratum ponitur 2, ideo pro quadrata radice apponuntur binæ cifræ aliquoties, at pro cubica ternæ, quod supra cubum scriptus sit numerus 3. &c. ita vt pro radice cubicæ propinqua apponendi sint aliquot nouenarij cifarum, quippe cum supra cubicum numerus 9. reperiatur descriptus. Idem numerus cifarum aliquoties repetendus respondet quoque signationibus punctorum quæ faciendæ sunt, vt radix extrahatur. Vt quia in quadrata radice extrahenda signatur secunda quæuis figura, propterea aliquot cifarum binarij ascribendi sunt; in cubica vero radice aliquot ternarij cifarum adiungendi sunt, quia in ea extrahenda tertia quæque figura signatur, &c.

QVO autem plures binarij, vel ternarij, cifarum, &c. numero proposito apponentur, eo propinquior radix eruetur.

APPOSITIS hoc modo cifris ad numerum, ex quo radix eruenda est, extrahenda est ex toto illo numero radix, vt supra traditum est. Deinde ex ea radice abiectis ad dexteram tot figuris, quot cifarum binarij, vel ternarij, vel quaternarij, &c. appositi fuere reliquæ figuræ radicem integram dabunt, cui addenda est fractio numeratoris habens figuras abiectas, denominatorem vero vnitatem, cum totidem cifris, quot binarij cifarum, vel ternarij, &c. additi fuerunt, nimirum vel 10. si vnus binarius, vel ternarius &c. additus fuit vel 100. si duo binarij: vel ternarij, &c. additi fuerunt: vel 1000. si tres, &c. sic deinceps: ita vt fractio illa contineat vel decimas, vel centesimas, vel millesimas, &c.

EXEMPLI causa. Ex numero 29. extrahenda sit radix quadrata. Appositis tribus binarijs cifarum, hoc modo 29000000. inuenietur huius

Quot binarij cifarum vel ternarij vel quaternarij, &c. ad propinquam radicem erudi apponendi sint.

Quæ fractio addenda sit radici, vt propinquior radix signatur.



numeri quadrata radix 5385. minor quam vera, quippe cum in extrahione aliquid remanferit: addita vero unitate, fiet radix 5386. maior, quam vera. Abiectis igitur tribus figuris ad dextram, propter tres cifarum binarios additos, erit propinqua radix  $5\frac{7}{10000}$ . minor tamen quam vera: at  $5\frac{7}{10000}$ . maior quam vera. Illius enim quadratus numerus est  $28\frac{9}{10000}$ . minor quam propositus numerus 29. Huius vero numerus quadratus est  $29\frac{1}{10000}$ . maior eodem numero propositus 29.

ITEM ex numero 29160. eruenda fit radix cubica. Apponantur tres ternarij cifarum, vt rursus habeantur in fractione partes denominatae à 1000. atque ex toto numero 291600000000. extrahatur radix cubica, quæ reperietur 30779. minor quam vera, quod in extrahione fuerit aliquis numerus residuus: atque adeo maior quam vera, erit 30780. Abiectis tribus figuris ad dextram, propter tres cifarum ternarios appositos, erit propinqua radix cubica  $30\frac{7}{1000}$ . minor quam vera, cum eius cubus sit tantum 29158  $\frac{2}{1000}$ . maior autem propinqua radix, quam vera, erit  $30\frac{7}{1000}$ . quippe cum eius cubus sit 29161  $\frac{2}{1000}$ .

DEMONSTRATIO huius inuentionis radices propinquæ hoc est. Quâdo pro radice quadrata apponuntur 00. ad numerum propositum, verbi gratia ad 5. multiplicatur propositus numerus per 100. hoc est, per quadratum radices 10. Et quia quadrati 500. & 5. (Nam datus numerus, & conflatus ex additione 00. sumendi sunt tamquam quadrati, cum eorum radices querantur) a habent proportionem suarum radicum duplicatam: Est autē 500. ad 5. vt 100. ad 1. propterea quod 5. multiplicatus per 100. fecit 500. Centupla vero proportio decupla duplicata est, vt in hoc appposito exemplo

1. 10. 100.

5: 500.

patet; erit proportio radices numeri 5. decupla. Cum ergo radix 500. sit 22. minor quam vera, erit eius  $\frac{1}{100}$ . nimirum  $2\frac{1}{100}$ . radix numeri 5. minor quam vera: ac proinde  $2\frac{1}{100}$ . erit maior quam vera. Recte ergo præcepimus, quando apponuntur 00. abijciendam esse ex radice 22. vnam figuram, vt relinquitur radix  $2\frac{1}{100}$ .

QUANDO autem apponuntur 0000. multiplicatur numerus propositus, verbi gratia numerus 5. per 10000. id est, per quadratum radices 100. Et quia quadrati 50000. 5. b habent duplicatam proportionem suarum radicum: Est autem 50000. ad 5. vt 10000. ad 1. propterea quod 5. multiplicatus per 10000. fecit 50000. Proportio autem 10000. ad 1. duplicata est proportio

1. 100. 10000.

5. 50000.

nis 100. ad 1. vt in hoc exemplo patet; erit proportio radices numeri 50000 nimirum 223. ad radicem numeri 5. vt 100. ad 1. Quare si radix 223. diuidatur per 100. procreabitur radix quadrata, propinqua  $2\frac{2}{100}$ . minor quam vera, at  $2\frac{2}{100}$ . erit maior quam vera. Recte ergo præcepimus, cum apponuntur 0000. abijciendas esse ex radice 223. duas figuras, vt reliqua fiat radix  $2\frac{2}{100}$ .

PARI ratione si apponantur 000000. procreabitur radix propinqua in millefimis, atque ita deinceps.

RVR-

RVRSVS quando pro radice cubica ad numerū propositum, vt ad 5. adduntur 000. multiplicatur datus numerus per 1000. id est, per cubum radicis 10. Et quia cubi 5000. 5. *a* habent proportionem suarum radicum triplicatam: Est autem 5000. ad 5. vt 1000. ad 1. quod 1000. multiplicans 5. fecit 5000. Proportio autem 1000. ad 1. triplicata, est proportionis 10. ad 1. vt in hoc appposito exemplo apparet; erit proportio radicis numeri 5000. nimirum 17. ad radicem numeri 5. vt 10. ad 1. Quocirca si radix 17. diuidatur per 10. fit radix cubica propinqua  $1\frac{7}{10}$ . minor quam vera, at  $1\frac{7}{10}$ . erit maior quam vera. Recte ergo præcepimus, quando pro radice cubica apponuntur 000. abijciendam esse ex radice inuenta 17. vnā figuram, vt reliqua fiat radix  $1\frac{7}{10}$ .

SIMILI modo si apponantur 000000. inuenietur propinqua radix in centesimis: Et si apponantur 00000000. in millesimis, &c. Nam ibi multiplicatur numerus per 1000000. id est, per cubum radicis 100. hic vero per 100000000. nimirum per cubum radicis 1000. Coetera eodem modo demonstrabuntur.

NEQVE vero diuersa ratio est in alijs radicibus. Nam in surdesolida verbi gratia, quando adduntur 00000. fit multiplicatio p 100000. 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000 id est, per surdesolidum radicis 10. Et proportio 100000. ad 1. est quintuplicata proportionis 10. ad 1. vt in appposito exemplo apparet, &c.

## PROBL. 16. PROPOS. 21.

RADICEM cuiusque generis ex data minutia extrahere.

IN minutijs extrahenda est radix eiusdem appellationis cum radice, extractio ra quæ quæritur, tum ex numeratore, tum ex denominatore. Ita enim fiet dictū ex minutijs, quæ radix est propositæ minutia. Vt radix quadrata minutia  $\frac{4}{9}$ . est  $\frac{2}{3}$ . Et radix cubica minutia  $\frac{8}{27}$ . est similiter  $\frac{2}{3}$ . Et radix Zenfizenfica minutia  $\frac{1}{2}$ . est quoque  $\frac{2}{3}$ . Et radix surdesolida minutia  $\frac{3}{4}$ . est pari ratione  $\frac{2}{3}$ . & sic de alijs.

QVOD si data minutia fuerit fractio, vel minutia alterius minutia, reducenda prius erit ad minutiam simplicem. Vt si quærenda sit radix quadrata ex hac minutia minutia  $\frac{2}{4}$ .  $\frac{3}{5}$ , reducenda erit ad hanc simplicem minutiam  $\frac{1}{2}$ . cuius radix quadrata est  $\frac{1}{2}$ . vel  $\frac{2}{3}$ . &c.

SIMILITER si fractio adhæreat integris, erunt integra prius reducenda ad fractionem eiusdem denominationis. Vt si quærenda sit radix cubica numeri  $2\frac{1}{2}$ . reducendus erit ad hanc fractionem  $\frac{5}{2}$ . cuius radix cubica est  $\frac{5}{2}$ . hoc est,  $1\frac{1}{2}$ . &c.

SI vel numerator, vel denominator minutia, vel vterque numerus careat radice eius appellationis, quæ desideratur, non habebit illa minutia



radicem, quæ quæritur. Vt neque  $\frac{4}{7}$ , neque  $\frac{6}{9}$ , neque  $\frac{1}{2}$ , habent radicem quadratam præcise, propterea quod denominator in priori, numerator vero in secunda, & uterque numerus in tertia quadratam radicem non habet.

COGNOSCES autem, an data fractio habeat radicem quæsitam, nec ne, si eam, ad minimos terminos reduces. Si namque ita reducta habuerit radicem, dicetur quoque data minutia eandem radicem habere: Si vero reducta ad minimos terminos radicem non habuerit, neque proposita minutia radicem habebit. Vt si proponatur minutia  $\frac{2}{4} \cdot \frac{9}{5}$ , volo scire, an habeat radicem quadratam: Ea reducta ad minimos terminos est  $\frac{18}{20}$ , quæ radicem quadratam habet  $\frac{3}{2}$ . Hæc ergo eandem radicem quadratam dicetur habere minutia proposita  $\frac{2}{4} \cdot \frac{9}{5}$ . At vero minutia  $\frac{6}{7}$ , non habebit radicem quadratam: quia neque  $\frac{6}{7}$ , in minimis terminis, ad quam reducitur, eam habet. Pariratione minutia  $\frac{2}{8} \cdot \frac{4}{1}$ , habebit radicem cubicam  $\frac{2}{2}$ , eandem nimirum, quam habet minutia  $\frac{2}{2} \cdot \frac{8}{7}$ , in minimis terminis, ad quam illa reducitur. Minutia autem  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6}$ , radice cubica carebit, quod minutia  $\frac{1}{3}$ , ad quam in minimis terminis reuocatur, eadem careat. Et sic de alijs.

QVANDO ergo minutia ad minimos reuocata terminos radicem quæsitam non habuerit, exquirenda erit radix propinqua tam numeratoris, quam denominatoris, apponendo videlicet utrique prius numero aliquot ciffarum binarios, vel ternarios, quaternariosue, &c. prout quadrata, radix, aut cubica, aut Zensizensica, &c. inquiritur. Si namque radix propinqua numeratoris per propinquam denominatoris radicem diuidatur, prodibit radix propinqua, quam quærimus. Verbi gratia, si proponatur minutia  $\frac{6}{7}$ , cuius radix quadrata inquirenda sit, appositis tribus binarijs ciffarum reperietur numeratoris radix propinqua  $2 \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{4}{0} \cdot \frac{9}{0}$ , denominatoris vero  $2 \cdot \frac{6}{1} \cdot \frac{4}{0} \cdot \frac{5}{0}$ . Si igitur illa per hanc diuidatur, proueniet radix quæsitæ  $\frac{2}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{9}{5}$ , satis propinqua. Idem iudicium de alijs radicibus habeatur, si memineris tamen, in cubica tam numeratori, quam denominatori apponendos esse aliquot ternarios ciffarum, ut propinquæ eorum radices eruantur: In Zensizensica vero aliquot quaternarios, & in surdesolida aliquot quinaros, &c.

QVIA vero molestum est inquirere duas radices propinquas, vnam, pro numeratore propositæ fractionis, & pro denominatore alteram, traduntur à Cardano, & Tartalea pro radice quadrata, & cubica, quæ nimirum magis in vsu sunt, peculiare quædam regulæ, quas hic explicare lubet: quippe cum in eis tantummodo radicis propinquæ inuentione opus sit.

Alia extractio radicis quadratæ & cubicæ ex data minutia.

P R O quadrata igitur radice, duc numeratorem in denominatorem, & producti numeri radicem quadratam propinquam diuide per denominatorem: Vel numeratorem per radicem illam propinquam partire. Vtroque enim modo radix propinqua fractionis propositæ gignetur. Et si quidem propinqua illa radix numeri producti ex numeratore in denominatorem fuerit minor quam vera, reperietur priori modo radix fractionis propinqua minor quoque quam vera; propterea quod numerus vero minor diuiditur: posteriori vero modo inuenietur radix propinqua fractionis maior quam vera, quod tunc diuisio fiat per numerum vero minorem. Contrarium eueniet, si radix illa propinqua numeri ex numeratore in denominatorem producti fuerit maior quam vera. Nam priori modo gignetur radix

dix fractionis propinqua maior, quam vera, posteriori vero modo minor, quam vera, vt perspicuum est. Hanc regulam proposui quoque lib. 4. cap. 2. Num. 5. ibique eandem demonstraui. Exemplum huius etiam regulæ ibi dem habes.

**P R O** radice vero cubica: duc numeratorem in quadratum denominatoris, & producti numeri radicem cubicam propinquam diuide per denominatorem: Vel duc denominatorem in quadratum numeratoris, & per numeri producti radicem cubicam propinquam partire numeratorem. Vtroque enim modo propinqua radix propositæ minuræ proueniet. Et priori quidem modo, si illa radix cubica propinqua fuerit minor quam vera, reperietur radix propinqua fractionis minor quoque quam vera, propterea quod diuisio sit numeri vero minoris per denominatorem fractionis: Si autem radix illa propinqua fuerit maior quam vera, gignetur quoque radix propinqua fractionis maior quam vera, quod tunc numerus vero maior per denominatorem fractionis diuidatur. Posteriori vero modo, si radix illa cubica propinquior fuerit minor quam vera, producetur radix propinqua fractionis maior quam vera, quod tunc diuisio fiat per numerum vero minorem: At si illa radix cubica propinqua fuerit maior quam vera, erit inuenta radix fractionis propinqua minor quam vera, quandoquidem tunc diuiditur numerator per numerum vero maiorem. Exemplum in fractione  $\frac{1}{2} \frac{2}{7}$ . habente veram radicem cubicam  $\frac{2}{7}$ . Ducto numeratore 8. in 729. quadratum denominatoris 27. fit numerus 5832. cuius radix cubica est 18. Hæc diuisa per denominatorem 27. facit  $\frac{1}{2} \frac{2}{7}$ . id est,  $\frac{2}{7}$ . pro radice cubica fractionis  $\frac{1}{2} \frac{2}{7}$ . Item ducto denominatore 27. in 64. quadratum numeratoris 8. gignitur numerus 1728. cuius radix cubica est 12. per quam si diuidatur numerator 8. fit Quotiens  $\frac{2}{7}$ . hoc est,  $\frac{2}{7}$ . vt prius, pro radice cubica fractionis  $\frac{1}{2} \frac{2}{7}$ . propositæ. Alterum exemplum in fractione  $\frac{5}{7}$ . non habente veram radicem cubicam. Ducto numeratore 5. in 49. quadratum denominatoris 7. fit numerus 245. cuius radix cubica propinqua  $6 \frac{2}{7}$ . (inuenta per appositionem duorum ternariorum ciffarum) diuisa per denominatorem 7. facit Quotientem  $\frac{6}{7} \frac{2}{7}$ . hoc est,  $\frac{2}{7}$ . pro radice fractionis  $\frac{5}{7}$ . Item ducto denominatore 7. in 25. quadratum numeratoris 5. fit numerus 175. per cuius radicem cubicam  $5 \frac{1}{5}$ . propinquam inuentam per appositionem 00000. ad 175. si partiamur numeratorem 5. inueniemus Quotientem  $\frac{5}{5} \frac{0}{5} \frac{0}{5}$  pro radice cubica propinqua datæ fractionis  $\frac{5}{7}$ . atque ita de alijs. Porro hoc modo reperitur radix fractionis propinquior, quam per superiorem regulam: quia hic solum vnus error irrepit propter radicem cubicam propinquam, quæ vera non est, manente tam denominator in priori modo, quam numerator in posteriori, in propria sua quantitate: at in superiori regula duo interueniunt errores, propter duas radices cubicas propinquas, quæ veræ non sunt.

**D E M O N S T R O** vtrumque hunc modum hac ratione. Quando numerator in quadratum denominatoris ducitur, erit producti numeri radix cubica vnus duorum mediorum proportionalium inter numeratorem ac denominatorem collocandus iuxta denominatorem, vt constat ex ijs, quæ propof. 18. huius lib. demonstrata sunt. *a* Erit igitur proportio numeratoris ad denominatorem triplicata proportionis radicis cubicæ inuen-

Sf

tæ

a 10. defini  
quinti.



*a 12. octavi* *b 7. minutia* *rum ad finem lib. 9.*  $\frac{a}{b}$  tæ ad denominatorem:  $\frac{a}{b}$  Est autem eadem proportio numeratoris ad denominatorem, tamquam cubi ad cubum, triplicata quoque proportionis radice cubicæ numeratoris ad radicem cubicam denominatoris. Igitur erit radix cubica inuenta ad denominatorem, ut radix cubica numeratoris ad radicem cubicam denominatoris:  $b$  ac proinde minutia, cuius numerator radix cubica inuenta, ac denominator ipse denominator, æqualis erit minutia, cuius numerator radix cubica numeratoris, ac denominator radix cubica denominatoris. Quam ob rem sicut hæc minutia est radix cubica fractionis propositæ, ita quoque illa erit radix cubica eiusdem fractionis. Diuisa ergo radice illa cubica inuenta per denominatorem fractionis propositæ (quæ diuisio fit, quia illa radix cubica inuenta est fractio, ac proinde, ut cognoscatur valor minutia, cuius numerator radix illa inuenta, ac denominator ipsemet denominator fractionis propositæ, diuidendus est numerator huius minutia per eius denominatorē: alioquin, si illa radix cubica inuenta foret numerus integer, diuisio facienda non esset) producetur radix cubica fractionis propositæ: quemadmodum ex diuisione radice cubicæ numeratoris per radicem cubicam denominatoris procreatur radix cubica fractionis propositæ: quippe cum minutia nil aliud sit, nisi numerator per denominatorem diuisus.

QVANDO vero denominator in quadratum numeratoris ducitur, erit numeri producti radix cubica vnus duorum ineriorum proportionalium inter numeratorem, ac denominatorem, collocandus iuxta numeratorem, ut ex demonstratis propos. 18. huius lib. manifestum est. Ergo rursus erit proportio numeratoris ad denominatorem triplicata. proportionis numeratoris ad illam radicem cubicam inuentam, quemadmodum & proportionis radice cubicæ numeratoris ad radicem cubicam denominatoris, eadem illa proportio numeratoris ad denominatorem, tamquam cubi ad cubum, triplicata est: Ac propterea, ut supra, minutia, cuius numerator ipsemet numerator fractionis propositæ, denominator vero radix illa cubica inuenta, æqualis erit minutia, cuius numerator, radix cubica numeratoris fractionis propositæ, & denominator radix cubica denominatoris eiusdem fractionis. Quocirca diuiso numeratore per illam inuentam radicem cubicam, prodibit radix cubica fractionis propositæ.

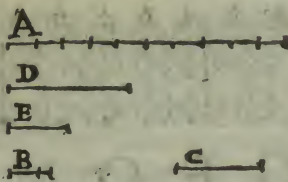
## PROBL. 17. PROPOS. 22.

RADICEM quadratam & cubicam in numeris non quadratis, & non cubicis per lineas Geometrice inuenire.

*a 13. sexti* SIT datus numerus 10. representans quadratum 10. palmorum, vel pedum, vel aliarum mensurarum. Capiatur linea A, palmorum, vel pedum 10. &c. & linea B, palmi, vel pedis 1. c Inuenta C, media proportionali inter A, & B. Dico C, esse radicem quadratam, siue latus quadratum, numeri A, 10. Quo.

¶ Quoniam enim quadratum rectæ C, æquale est rectangulo sub A, & B, comprehenso: Est autem hoc rectangulum 10. quod vnitas B, numerum A, 10. multiplicans procreet 10. perspicuum est, rectam C, esse latus quadratum 10. palmorum vel pedum, &c. quod est propositum.

RVRSVS *b* inuentis inter A, & B, duabus medijs proportionalibus D, & E. Dico E, quæ minori B, propinquior est, latus esse cubicum, siue radicem cubicam, numeri 10. ¶ Quoniam enim cubus rectæ E, æqualis est parallelepipedo sub quadrato rectæ B, & sub A, recta comprehenso: Est autem hoc parallelepipedum 10. quod vnitas B, se multiplicans faciat quadratum 1. & quadratum 1. multiplicans numerum A, 10. gignat 10. liquido constat, rectam E, esse latus cubicum 10. palmorum, vel pedum, &c. quod est propositum.



a 17. sexti.

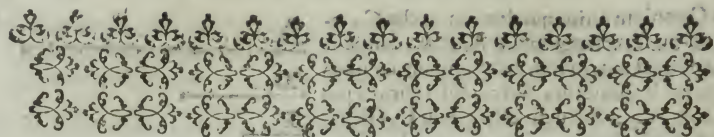
b 15. huius.

lemma 18. huius.

## FINIS LIBRI SEXTI

SS. GEOM.





## G E O M E T R I A E

## P R A C T I C A E

## LIBER SEPTIMVS.



De figuris Isoperimetris disputans: cui Appendi-  
cis loco annectitur breuis de circulo per li-  
neas quadrando tractatiuncula.



**N**OBILIS ac præstans de Isoperi-  
metris figuris semper apud omnes ha-  
bita est disputatio, in qua videlicet  
inquiritur, utra duarum sit altera  
maior, & capacior, & quæ sit om-  
nium maxima, & capacissima. Non  
pauci enim rerum Geometricarum  
ignari hac in re hallucinati sunt, pu-  
tantes figuras Isoperimétras, quæ ni-  
mirum æquales ambitus continent, esse inter se æquales, siue  
æquæ capaces. Immo e contrario. quod mirum est, nonnul-  
li, qui se Geometras appellant, adduci vix possunt, ut cre-  
dant, dari posse duas figuras Isoperimétras inter se omnino  
æquales, quod tamen fieri posse, clarissime propos. 20. 21. 22.  
huius demonstrabimus. Quamvis autem de Isoperimetris  
figuris tractionem bene longam, & copiosam in commentarijs  
nostris in sphæram instituerimus, exemplum in hoc secuti

Theo-

*Theonis Alexandrini, qui idem argumentum in commentarijs in Almagestum Ptolemei persecutus est: tamen quia id in alieno fortassis loco factum esse suspicari quis posset; transfere mus eam tractationem ex nostris commentarijs in spheram in hanc nostram Geometriam practicam, tamquam in magis proprium locū, additis tribus, aut quatuor propositionibus, quae in illa tractatione desiderantur. & tamen maxime ad hanc materiam spectare videntur.*

## DEFINITIONES.

I.

**ISOPERIMETRAE** figuræ sunt, quæ æquales ambitus continent.

Definitio-  
nes adtracta-  
tionem Iso-  
perimetrarū  
figurarum p-  
tinentes.

II.

**REGVLARIS** figura dicitur ea, quæ & æquilatera & æquiangula est.

III.

**CENTRVM** figuræ regularis dicitur punctum illud, quod centrum est circuli figuræ inscripti, vel circumscripti.

IV.

**AREA** cuiuslibet figuræ dicitur capacitas, spatium siue superficies intra latera ipsius comprehensa.

V.

**OMNE** solidum rectangulum (cuius nimirum bases æquidistantes sunt, & æquales, lateraque ad bases recta, quale est Parallelepipedum) contineri dici-

EILF



tur sub altera basium, ac perpendiculari ab illa basi ad alteram protracta.

QVIA nimirum alterutra basium indicat longitudinem ac latitudinem figure, perpendicularis vero altitudinem, siue profunditatem eiusdem demonstrat.

## THEOR. I. PROPOS. I.

**Triangulum** AREA cuiuslibet trianguli æqualis est rectangulo quodcūque cui rectangulo æquale sit. **ARE A** cuiuslibet trianguli æqualis est rectangulo comprehenso sub perpendiculari à vertice ad basim protracta, & dimidia parte basim. Item rectangulo comprehenso sub semisse perpendicularis, & tota base. Vel denique semissi rectanguli sub tota perpendiculari, & tota base comprehensi.

**S I T** triangulum ABC, ex cuius vertice A, ad basim BC, ducatur perpendicularis AD, diuidatque primo basim BC, bifariam, vt in prima figura. Per A, ducatur EF, in vtramque partem æquidistans rectæ BC, compleaturque rectangulum BEFC, a quod erit duplum trianguli ABC; b Item duplum rectanguli ADBE. Quare rectangulum ADBE, quod nimirum continetur

sub perpendiculari AD, & dimidio basim BD, æquale est triangulo ABC. Diuidat secundo perpendicularis AD, basim BC, non bifariam, vel etiam cadat in basim CB, protractam, vt in 2. & 3. figura; Et per A, ducatur rursus AF, in vtramque partem æquidistans rectæ BC, compleaturque rectangulum ADCF. Diuisa deinde base BC, bifariam in G, ducantur rectæ BE, GH, ipsi AD, æquidistantes, c eritque GH, æqualis perpendiculari AD. d Quoniam igitur rectangulum BCFE, duplum est trianguli ABC; e Item duplum rectanguli BEHG: erit rectangulum BEHG, quod continetur sub perpendiculari GH, vel AD, & dimidio basim BG, æquale triangulo ABC.

**SECETVR** iā perpendicularis AD, vel GH, bifariam in I, agaturque per I, ipsi BC, parallela KL. Dico triangulum idem ABC, æquale quoque esse rectangulo BCLK, in 1. & 2. figura, Item rectangulo BCLM, in 3. figura, comprehenso nimirum sub ID, vel IG, semisse perpendicularis AD, vel HG. f Quoniam enim triangulum ABC, dimidium est rectanguli AC, eiusdemque dimidium etiam est rectangulum BL; g quod rectangula BL, LE, super æquales bases æqualia sint: æqualia inter se erunt triangulum ABC, & rectangulum BL. h Et quia rectangulum BF, contentum sub perpendiculari AD, vel BE, & base trianguli BC, duplum est trianguli ABC; erit triangulum

a 41. primi.  
b 36. primi.

c 34. primi.  
d 41. primi.  
e 36. primi.

f 41. primi.  
g 36. primi.

h 41. primi.

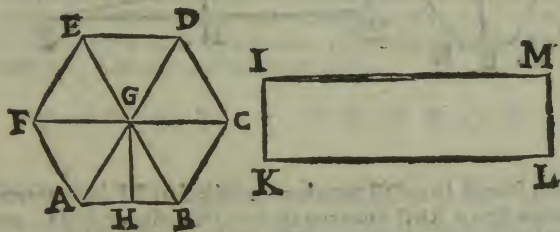
lum semissi illius rectanguli æquale. Area igitur cuiuslibet trianguli æqualis est, &c. quod erat ostendendum.

**THEOR. PROBLEMA 2. PROPOSITIO 2.**

**AREA** cuiuslibet figuræ regularis æqualis est rectangulo contento sub perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ducta, & sub dimidiato ambitu eiusdem figuræ.

Regularis  
figura quæ  
cunque cui  
rectangulo  
æqualis sit.

**SIT** figura regularis quæcunque  $ABCDEF$ , & centrum eius punctum  $G$ , à quo ducatur  $GH$ , perpendicularis ad vnum latus, nempe ad  $AB$ : Sit quoque rectangulum  $IKLM$ , contentum sub  $IK$ , quæ æqualis sit perpendiculari  $GH$ , & sub  $KL$ , recta, quæ æqualis ponatur dimidiæ parti ambitus figuræ  $ABCDEF$ . Dico huic rectangulo æqualem esse figuram regularem.



$ABCDEF$ . Ducantur enim ex  $G$ , ad singulos angulos lineæ rectæ, vt tota figura in triacula resoluatur, quæ omnia æqualia inter se erunt, vt in corollario propof. 8. lib. 1. Eucl. demonstratum est à nobis: propterea quod omnia latera triangulorum à puncto  $G$ , exeuntia sint inter se æqualia, habeantque bases æquales, nepe latera figuræ regularis. *a* Hinc enim efficitur, omnes angulos ad  $G$ , æquales esse, ac proinde, ex dicto corollario, triacula ipsa inter se quoque esse æqualia. *b* Quoniam igitur rectangulum contentum sub  $GH$ , perpendiculari, & medietate basis  $AB$ , æquale est triangulo  $ABG$ , si sumantur tot huiusmodi rectangula, in quot triacula diuisa est figura regularis, erunt omnia simul figuræ  $ABCDEF$ , æqualia; propterea quod omnia triacula ostensa sint æqualia triangulo  $ABG$ . *c* Cum igitur eadem simul æqualia sint rectangulo  $IKLM$ ; propterea quod  $KL$ , æqualis ponitur dimidio ambitus  $ABCDEF$ , hoc est, omnibus medietatibus basium simul; & recta  $IK$ , perpendiculari  $GH$ , erit figura regularis  $ABCDEF$ , æqualis rectangulo.

*a* 8 primi.

*b* 1. huius.

*c* 1. secundi.



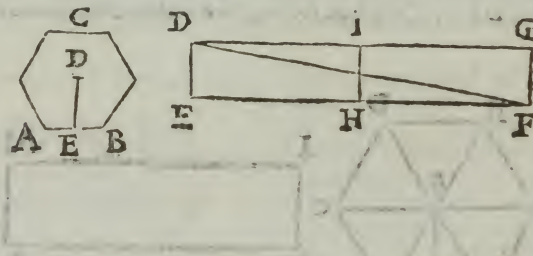
lo IKLM. Area igitur cuiuslibet figuræ regularis æqualis est. &c. quod eræ demonstrandum.

## THEOREMA 3. PROPOSITIO 3. EST

Regularis  
figura quæ  
cunque cui  
triangulo  
rectangulo  
æqualis sit.

ARE A cuiuslibet figuræ regularis æqualis est triangulo rectangulo, cuius vnum latus circa angulum rectum æquale est perpendiculari à centro figuræ ad vnum latus ductæ, alterum vero æquale ambitui eiusdem figuræ.

SIT rursus figura regularis ABC, cuius centrum D, à quo perpendicularis ad latus A B, ducta sit DE; triangulum vero rectangulum DEF, habens



angulum E, rectum, & latus DE, æquale perpendiculari DE, latus autem EF, æquale ambitui figuræ ABC. Dico triangulum DEF, figuræ ABC, æquale esse. Compleatur enim rectangulum DEFG; & diuisa EF, bifariam in puncto H, ducatur HI, æquidistans rectæ DE. Erit igitur rectangulum DEHI, contentum sub DE, perpendiculari, & sub EH, dimidio ambitus figuræ, æquale figuræ ABC; At rectangulo DEHI, æquale est triangulum DEF. Nam rectangulum DEHI, est dimidium rectanguli DEFG; b propterea quod æqualia sunt rectangula DEHI, IHFG; c Triangulum quoque DEF, dimidium est eiusdem rectanguli DEFG. Igitur & triangulum DEF, æquale erit figuræ ABC. Atea ergo cuiuslibet figuræ regularis æqualis est triangulo rectangulo, &c. quod demonstrandum erat.

a 2. huius.

b 36. primi.

c 41. primi.

## THEOR. 4. PROPOS. 4.

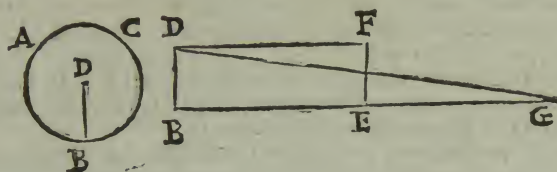
Circulus  
quicunque  
cui rectan-  
gulo æqua-  
lis sit.

ARE A cuiuslibet circuli æqualis est rectangulo comprehenso sub semidiametro, & dimidiata circumferentia circuli.

ESTO

# LIBER SEPTIMVS. 329

ESTO circulus ABC, cuius semidiameter DB: Rectangulum autem DBEF, comprehensum sub DB, semidiametro circuli, & BE, recta, quæ



æqualis sit dimidiatæ circumferentiæ circuli. Dico aream circuli ABC æqualem esse rectangulo DBEF. Producatur enim BE, in continuum, ponaturque EG, æqualis ipsi BE, ut sit BG, recta æqualis toti circumferentiæ circuli. Coniungantur denique puncta D, G, recta DG. *a* Quoniam igitur circulus ABC, æqualis est triangulo DBG: *b* Est autem triangulum DBG, rectangulo DBEF, æquale; quod basis trianguli dupla sit basis rectanguli; (Id quod etiam ex demonstratione antecedentis propof. liquet, ubi ostendimus, triangulum DEF, æquale esse rectangulo DEHl:) erit quoque circulus ABC, rectangulo DBEF, æqualis. Area ergo cuiuslibet circuli æqualis est rectangulo, &c. quod ostendendum erat.

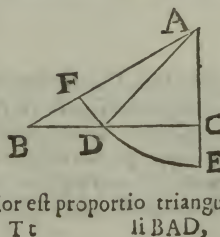
*a* 1. de Dimens. circuli Archim. *b* schol. 41. primi.

## THEOR. 5. PROPOS. 5.

IN omni triangulo rectangulo, si ab vno acutorum angulorum vtcunque ad latus oppositum linea recta ducatur, erit maior proportio huius lateris ad eius segmentum, quod prope angulum rectum existit, quam anguli acuti prædicti ad eius partem dicto segmento lateris oppositum.

Proprietas quædam trianguli rectanguli.

SIT triangulum rectangulum ABC, cuius angulus C, sit rectus; ducaturque ab acuto angulo A, ad latus oppositum BC, recta AD, vtcunque; Dico maiorem esse proportionem rectæ BC, ad rectam CD, quam anguli BAC, ad angulum CAD. *c* Quoniam enim recta AD, maior quidem est, quam AC; minor vero, quam AB; si centro A, intervallo autem AD, circulus describatur, secabit is rectam AC, protractam infra punctum C, ut in E, at vero rectam AB, supra punctum B, ut in F. Et quia maior est proportio triangu-



*c* 19. primi.

Tt li BAD,

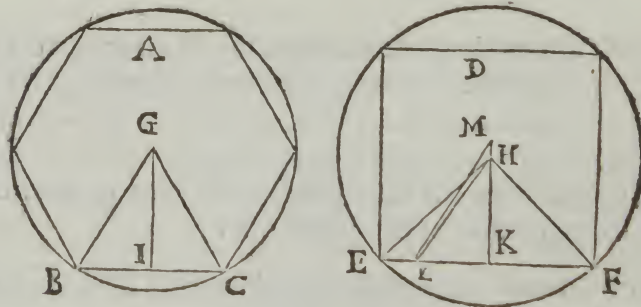


- li BAD, ad sectorem FAD, quam trianguli DAC, ad sectorem DAE, (propterea quod ibi est proportio maioris inæqualitatis, hic autem minoris inæqualitatis) *a* erit quoque permutando maior proportio trianguli BAD, ad triangulum DAC, quam sectoris FAD, ad sectorem DAE. *b* Componendo igitur maior quoque erit proportio trianguli BAC, ad triangulum DAC, hoc est, rectæ BC, ad rectam CD, *c* (habent enim triangula BAC, DAC, eandem proportionem, quam bases BC, CD.) quam sectoris FAE, ad sectorem DAE, hoc est, quam anguli BAC, ad angulum CAD; *d* quod eandem habeant proportionem sectores, quam anguli. Quocirca in omni triangulo rectangulo, &c. quod demonstrandum erat.
- H AEC propositio vera quoque est in triangulo non rectangulo, dummodo angulus C, maior sit angulo ADC, ut patet; *e* quod tunc etiam AD, maior sit, quam AC, minor vero, quam AB, &c.
- a* 27. quinti  
*b* 28. quinti  
*c* 1. sexti.  
*d* corol. 33.  
*e* 19. primi.

## THEOR. 6. PROPOS. 6.

Inter figuras isoperimétrarum figurarum regularium maior est illa, quæ plures continet angulos, pluraque latera.

SINT duæ figuræ regulares isoperimetræ ABC, DEF, habeatque plura latera, siue angulos figuræ ABC, quam DEF. Dico ABC, maiorem esse,



quam DEF. Describatur enim circa figuras circuli, à quorum centrīs G, H; ducantur ad BC, EF, perpendiculares GI, HK, quæ diuident rectas BC, EF, bisariam. Quoniam igitur figura ABC, plura habet latera, quam DEF, sibi isoperimétrica, efficitur, ut latus BC, sæpius repetitum metiatur ambitum figuræ ABC, quam latus EF, ambitum figuræ DEF. Quare latus BC, minus erit latere EF, ideoque BI, medietas lateris BC, minor, quam EK, medietas

*f* 3. 18117.

diatas lateris EF. Ponatur KL, æqualis ipsi BL, & ducantur rectæ LH, HE, HF, GB, GC. *a* Et quia omnes arcus circuli DEF, sunt æquales, quod & rectæ subtense æquales ponantur; erit recta EF, ita submultiplex ambitus figuræ DEF, vt arcus EF, submultiplex est circumferentiæ circuli DEF: Eademque ratione ita multiplex ambitus figuræ ABC, rectæ BC, sicut multiplex est circumferentiæ ABC, arcus BC. *b* Vt autem arcus EF, ad circumferentiæ circuli DEF, ita est angulus EHF, ad quatuor rectos, Igitur erit quoque vt recta EF, ad ambitum figuræ DEF, hoc est, ad ambitum figuræ ABC, illi æqualem, ita angulus EHF, ad quatuor rectos: Vt autem ambitus figuræ ABC, ad rectam BC, ita est circumferentiæ circuli ABC, ad arcum BC, hoc est, ita quatuor recti ad angulum BGC. Ex æquo igitur, vt recta EF, ad rectam BC, hoc est, vt recta EK, ad rectam BL, hoc est, ad rectam KL, ita angulus EHF, ad angulum BGC, hoc est, ita angulus EHK, ad angulum BGI. *f* Est autem maior proportio rectæ EK, ad rectam KL, quam anguli EHK, ad angulum KHL. *g* Quare maior erit proportio quoque anguli EHK, ad angulum BGI, quam eiusdem anguli EHK, ad angulum KHL; *h* ideoque maior erit angulus KHL, quam angulus BGI. Cum igitur anguli HKL, GIB, sint æquales, vt patet recti; *i* erit reliquus angulus HLK, minor reliquo angulo GBI. Fiat igitur angulus KLM, æqualis angulo GBI; cadetque LM, extra LH; conuenietque cum KH, producta ultra H, in puncto M. Quoniam igitur duo anguli B, I, trianguli GBI, æquales sunt duobus angulis L, K, trianguli MLK, & latera BI, LK, æqualia, *k* erunt rectæ GI, MK, æquales. Recta ergo GI, maior est, quam recta HK. Quamobrem rectangulum sub GI, & dimidio ambitu figuræ ABC, contentum, maius erit rectangulo contento sub HK, & dimidio ambitu figuræ DEC, qui æqualis ponitur dimidio ambitus figuræ ABC, *l* Quocirca cum illud rectangulum ostensum sit æquale figuræ ABC, hoc autem figuræ DEF, æquale; maior quoque erit figura ABC, quam figura DEF. Iſoperimetrarum ergo figurarum regularium maior est illa &c. quod erat ostendendum.

## PROBL. I. PROPOS. 7.

PROPOSITO triangulo, cuius duo latera sint inæqualia, supra reliquum latus triangulum priori Iſoperimerrum, ac duo habens latera æqualia, describere.

SIT triangulum ABC, cuius duo latera AB, BC, sint inæqualia, nempe AB, maius, quam BC; oporteatque supra AC, construere triangulum Iſosceles, atque iſoperimetrum triangulo ABC. Sumatur recta DE, æqualis duobus lateribus AB, BC, simul, diuidaturque bifariam in F. Et quoniam latera AB, BC, simul maiora sunt latere AC, erunt quoque DE, FE, simul, maiores quam linea AC. Atque ob id tres lineæ AC, DF, FE, ita sese habebunt, vt quælibet duæ sint reliqua maiores. *n* Si igitur ex ipsis conficiatur

T t

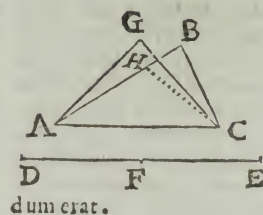
tur

Qua arte  
triangulum  
Iſosceles cō  
ſtituatur Iſo  
perimetrū  
cuius trian  
gulo nō Iſo  
ſceli.

16. primi.

n 22. primi.





tur triangulum  $AGC$ , effectum erit, quod proponitur. Erunt enim latera  $AG, GC$ , & inter se æqualia. & simul sumpta æqualia lateribus  $AB, BC$ , simul sumptis: Ad-dito igitur communi  $AC$ , erunt triangu-la  $ABC, AGC$ , isoperimetra. Pro-pósito igitur triangulo, cuius duo latera, sint inæqualia, supra reliquum latus trian-gulum, &c. descripsimus. quod facien-dum erat.

## S C H O L I V M.

CADET autem necessario punctum  $G$ , extra triangulum  $ABC$ : Si nam-que caderet in latus  $AB$ , ut ad punctum  $H$ , *a* esset ducta recta  $HC$ , minor, quam  $H B, BC$ , simul, & ob id triangulum  $AHC$ , non esset isoperimetrum triangulo  $ABC$ , cuius contrarium ex constructione est demonstratum. Mul-to minus cadet punctum  $G$ , intra triangulum  $ABC$ . Quare extra cadet, quod est propositum.

Isosceles  
triangulum  
maius est  
triangulo si  
bi Isoperi-  
metro non  
Isoscele.

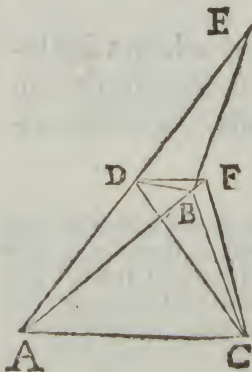
## THEOR. 7. PROPOS. 8.

DVORVM triangulorum isoperimetricorum can-dem habentium basim, quorum vnus duo latera, sint æqualia, alterius vero inæqualia; maius erit il-lud, cuius duo latera æqualia sunt.

b 7. huius.

a 20. primi.

d 25. primi.



ESTO triangulum  $ABC$ , cuius latus  $AB$ , maius sit latere  $BC$ , *b* constituaturque super basim  $AC$ , triangulo  $ABC$ , triangulum Iso-perimetrum  $ADC$ , habens latera  $AD, DC$ , æqualia & inter se, & lateribus  $AB, BC$ , si-mul sumptis. Dico triangulum  $ADC$ , maius esse triangulo  $ABC$ . Producat enim  $AD$ , ad partes  $D$ , sitque  $DE$ , equalis ipsi  $AD$ , siue ipsi  $DC$ . Ducantur quoque rectæ  $DB, BE$ . Quoniam igitur  $AB, BE$ , maiores sunt, quā  $AE$ , hoc est, quam  $AD, DC$ , simul, hoc est, quam  $AB, BC$ , simul; ablata communi  $AB$ , erit  $BE$ , maior quam  $BC$ . Et quia latera  $ED, DB$ , trianguli  $EDB$ , æqualia sunt lateribus  $CD, DB$ , trianguli  $CDB$ . At vero basis  $BE$ , base  $BC$ , maior, *d* erit angulus  $EDB$ , maior angulo  $CDB$ . Quare angulus  $EDB$ , maior est, quam dimidium anguli  $EDC$ : Est  
autem

autē angulus DAC, dimidium anguli EDC; *a* propterea quod anguli DAC, DCA, æquales sunt, *b* & his simul sumptis æqualis quoque externus angulus EDC. Maior igitur erit angulus EDB, angulo DAC. *c* Fiat angulus EDF, æqualis angulo interno DAC; cadetque DF, recta supra rectam DB, *d* æquidistabitque rectæ AC. Producatur DF, donec cum AB, protracta conueniat in F, ducaturque recta FC. *e* Quoniam igitur triangula ADC, AFC, æqualia sunt, triangulum autem AFC, maius est triangulo ABC; maius quoque erit triangulum ADC, triangulo ABC. Quam ob rem duorum triangulorum Ioperimetrorum eandem habentium basim, &c. quod demonstrandum erat.

a 5. primi.

b 32. primi

c 23. primi

d 28. primi.

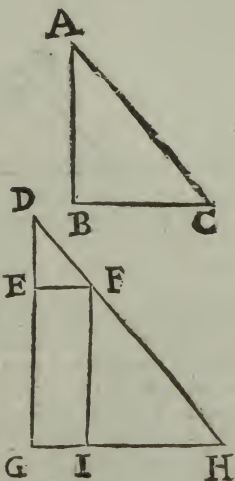
e 37. primi.

## THEOR. 8. PROPOS. 9.

IN similibus triangulis rectangulis quadratum à lateribus, quæ angulis rectis subtenduntur, tanquam ab vna linea, descriptum, æquale est quadratis duobus simul, quæ à reliquis homologis lateribus tanquam ex duabus lineis, ita vt quælibet duo latera homologa conficiant vnā lineam rectam, describuntur.

Proprietas  
duorū trian-  
gulorum re-  
ctangulorū  
similium.

SINT triangula rectangula similia ABC, DEF, ita vt anguli B, & E, sint recti, anguli vero C, & F, inter se æquales; itemque anguli A, & D, inter se æquales; homologaque latera AB, DE; Item BC, EF, & AC, DF. Dico quadratum ex AC, DF, tanquam ex linea vna, descriptum, æquale esse duobus quadratis, quorū vnum ex AB, DE, tanquam ex vna linea, alterum vero ex BC, EF, tanquam ex vna quoque linea, describitur. Producta namque DE, ad partes E, sumatur EG, æqualis rectæ AB, & ducatur GH, recta æquidistans rectæ EF, donec cum DF, producta conueniat in puncto H; Deinde per F, ducatur recta FI, æquidistans rectæ EG. Erit igitur triangulum F I H, æquiangulum triangulo DEF, hoc est, triangulo ABC. *f* Nā angulus FIH, æqualis est angulo G, & hic æqualis angulo DEF, hoc est, angulo B; angulus vero H, æqualis est angulo DFE, hoc est, angulo C; *h* ac proinde & angulus IFH, angulo A: Sunt autem & latera AB, FI, æqualia; Nam recta FI, est æqualis rectæ EG, hæc autem rectæ AB, sumpta fuit æqualis. *k* Igitur & latera BC, IH; item AC, FH, æqualia



inter

f 9. primi.

g 29. primi

h 32. primi

i 34. primi

k 26. primi.



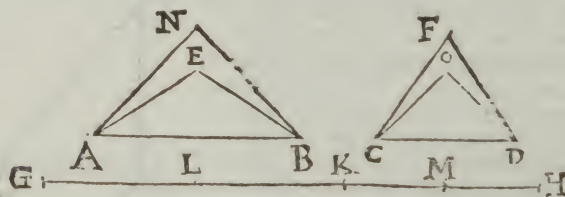
inter se erunt. Quare recta DH, composita erit ex AC, & DE, Recta vero DG, ex AB, & DE, Recta denique GH, ex BC, & EF; a quod GL, recta æqualis sit rectæ EF. b Et quoniam quadratum rectæ DH, æquale est quadratis rectarum DG, GH, simul, constat verum esse, quod proponitur. In similibus igitur triangulis rectangulis quadratū à lateribus, quæ angulis rectis subtenduntur, &c. quod erat demonstrandum.

## PROBL. 2. PROPOS. 10.

Qua arte  
constituan-  
tur duo tri-  
angula isosce-  
lia similia q-  
dem inter se  
Isoperime-  
træ, ut alijs  
duobus Isos-  
celibus.

DATIS duobus triangulis Isoscelibus, quorum bases inæquales existant, duoque latera unius æqualia sint duobus lateribus alterius; Super eisdem basibus duo alia triangula isoscelia inter se quidem similia, prioribus verò simul sumptis Isoperimetra simul sumpta, constituere.

SINT super bases inæquales AB, CD, duo triangula Isoscelia AEB, CFD, sintque quatuor lineæ AE, EB, CF, FD, inter se æquales; maior autem sit basis AB, basē CD, quibus positis, erit angulus E, maior angulo F,



d 10. sexti.

ideoque triangula non similia, cum nec æquiangula. Oporteat iam super bases easdem AB, CD, constituere alia duo triangula isoscelia inter se quidem similia, isoperimetra vero simul sumpta prioribus triāgulis simul sumptis. Ponatur recta GH, æqualis quatuor rectis AE, EB, CF, FD, & diuidaturque in puncto K, ut esset recta composita ex AB, & CD, diuisa in puncto B, hoc est, sit ea proportio GK, ad KH, quæ est AB, ad CD. Et quia maior est recta AB, quam recta CD, maior quoque erit recta GK, quam recta KH, cum utrobique sit proportio maioris inæqualitatis. Diuidatur utraque GK, KH, bifariam in punctis L, & M. Itaque cum sit ut GK, ad KH, ita AB, ad CD,

erit

erit componendo, ut GH, ad KH, ita AB, CD, simul ad CD: Est autem GH, maior, quam AB, CD, simul, a quod & quatuor rectæ AE, EB, CF, FD, quæ æquales sunt rectæ GH, maiores sint, quam AB, CD. b Igitur & KH, maior erit quam CD: Eademque ratione maior erit GK, quam AB. Quoniam igitur trium rectarum AB, GL, LK, duæ reliquæ sunt maiores omnifariam sumptæ; (Duæ enim GL, LK, maiores sunt quam AB, quod tota GK, maior sit, quam AB, ut modo fuit ostensum; Manifestum autem est, AB, GL, maiores esse reliqua LK; Itemque AB, LK, reliqua GL, esse maiores, propterea quod GK, diuisa est bifariam in puncto L. Idem quoque dices de tribus rectis CD, KM, MH) c constituatur ex tribus rectis AB, GL, LK, triangulum ANB, quod erit Isosceles, caderque punctum N, extra triangulum AEB, cum AE, EB, simul dimidium constituent rectæ GH; at vero AN, NB, simul maius efficiant, quam dimidium rectæ GH. d Rursus ex tribus rectis CD, KM, MH, constituatur quoque triangulum COD, quod Isosceles erit, caderque punctum O, intra triangulum CFD, eo quod CF, FD, simul æquales sint dimidio rectæ GH; at CO, OD, simul minores sint dimidio rectæ GH. Et quoniam quatuor latera AE, EB, CF, FD, simul; Item AN, NB, CO, OD, simul æqualia sunt rectæ GH, erunt priora quatuor simul, posterioribus quatuor simul æqualia; additis ergo communibus AB, CD, fient sex latera AE, EB, BA, CF, FD, DC, simul æqualia sex lateribus AN, NB, BA, CO, OD, DC, simul; ideoque triangula ANB, COD, simul isoperimetra erunt triangulis AEB, CFD, simul. Dico iam, quod & similia inter se sunt triangula ANB, COD. Nam quoniam est, ut AB, ad CD, ita GK, ad KH, e hoc est, ita GL, ad KM, hoc est ita AN, ad CO, & NB, ad OD; erit permutando, ut AB, ad AN, ita CD, ad CO; & ut AN, ad NB, ita CO, ad OD. Proportionalia ergo sunt latera triangulorum ANB, COD, fac proinde æquiangula inter se erunt, & idcirco similia. Quare datis duobus triangulis Isosceles, quorum bases inæquales existant, &c. constituimus, quod faciendum erat.

a 20. primi.

b 14. quinti

c 22. primi.

d 22. primi

e 15. quinti

f 5. sexti.

## THEOR. 9. PROPOS. II.

DVO triangula Isoscelia similia super inæqualibus basibus constituta, vtraque simul maiora sunt duobus triangulis Isosceles, vtrisque simul, quæ habeant easdem bases cum prioribus, sintque dissimilia quidem inter se, at isoperimetra prioribus duobus, nec non quatuor latera inter se habeant æqualia.

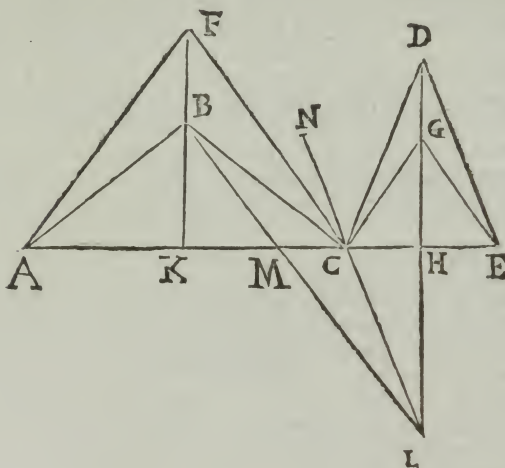
Triangula duo Isoscelia similia, maiora sunt duobus Isosceles non similibus, quæ illis sint isoperimetra, basesque habeant easdem

SVPER basibus inæqualibus AC, CE, sint duo triangula Isoscelia inter se non similia ABC, CDE, ita ut quatuor latera AB, BC, CD, DE, inter se sint æqualia. g Atque super eisdem basibus AC, CE, constituantur alia duo

g 10. huius.



duo triangula Isoscelia AFC, CGE, similia inter se, & isoperimetra simul prioribus triangulis simul. Dico duo triangula AFC, CGE, simul maiora esse duobus triangulis ABC, CDE, simul. Ponantur enim AC, CE,



a 8. *primi.*

b 4. *primi.*

c 4. *primi.*

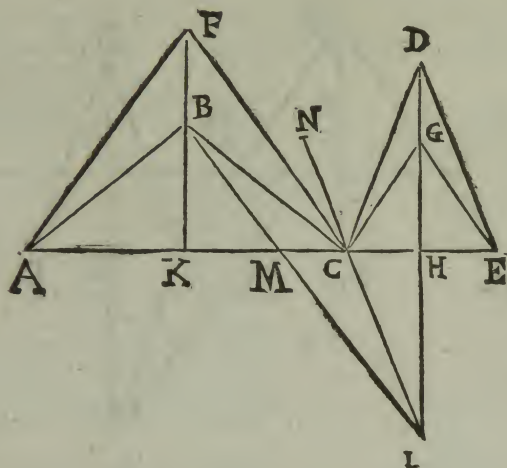
d 5. *primi.*

e 15. *primi.*

secundum lineam rectam vnā; sitque AC, basis maior base CE. Deinde ex F, per B, ducatur recta FBK, secans rectam AC, in puncto K; Item ex D, per G, punctum ducatur recta DGH, secans rectam CE, in H. Et quia latera AF, FB, trianguli AFB, æqualia sunt lateribus CF, FB, trianguli CFB, & basis AB, basi BC, æqualis, a erit angulus AFB, angulo CFB, æqualis. Rursus quia latera AF, FK, trianguli AFK, æqualia sunt lateribus CF, FK, trianguli CFK, & angulus AFK, angulo CFK, æqualis, vt probatum est; b erant bases AK, KC, æquales, & anguli ad K, æquales quoque, hoc est, recti. Eadem ratiocinatione concludemus rectā CE, in puncto H, diuidi bifariam, angulosque ad H, esse rectos. Producatur recta DH, ad partes H, sumaturque HL, æqualis rectæ DH, & extendatur à puncto L, per punctū C, recta LCN. Quoniam vero latera DH, HC, trianguli DCH, æqualia sunt lateribus LH, HC, trianguli LCH, & anguli ad H, æquales, vt pote recti; c erunt bases DC, LC, æquales, & anguli DCH, LCH, æquales etiam: Atqui angulus DCH, maior est angulo GCH, & angulus GCH, æqualis est angulo FAK, propter similitudinem triangulorum GCE, & FAC, hoc est, angulo FCA, d qui angulo FAC, æqualis est. Erit igitur angulus DCH, hoc est, angulus LCH, qui illi ostensus est æqualis, hoc est, angulus NCK, e qui angulo LCH, ad verticem est æqualis, maior etiam angulo FCA: & ob id CN, recta extra rectam CF, cadet necessario; & rectæ LC, CB, propterea comprehendent ad partes K, angulum BCL. Quare si ducatur recta BL, secabit ea lineam CK, in aliquo puncto inter puncta C, & K, quod sit M. Quoniam vero rectæ AB,

BC,

BC, CD, DE, simul æquales sunt rectis AF, FC, CG, GE, simul, propter triangula isoperimetra, erunt quoque dimidia earum æqualia inter se, nimirum rectæ BC, CD, hoc est, BC, CL, simul æquales ipsi FC, CG, simul: Sunt autem rectæ BC, CL, simul maiores recta BL. Igitur & FC, CG, a 20. primi.



simul maiores erunt eadem recta BL: ideoque quadratum ex FC, CG, tanquam ex vna linea, descriptum maius erit quadrato BL. b Quod autem ex FC, CG, tanquam ex vna linea, describitur quadratum, æquale est quadrato ex FK, GH, tanquam ex vna linea descripto, vna cum quadrato, quod ex KC, CH, tanquam ex vna linea, describitur. c Quadratum vero ex LB, descriptum æquale est quadrato ex BK, LH, hoc est, ex BK, DH, tanquam ex vna linea, descripto, vna cum quadrato, quod ex KM, MH, tanquam ex vna linea, describitur; quod triangula rectangula BKM, LHM, sint similia inter se. d Sunt enim anguli M, ad verticem æquales, & anguli K, H, recti, e ideoque & reliqui KBM, HLM, æquales. Igitur quadratum ex FK, GH, tanquam ex vna linea, descriptum, & quadratum ex KC, CH, tanquam ex vna linea, descriptum, hoc est, quadratum KH, vtrique simul, maiora sunt quadrato ex BK, DH, tanquam ex vna linea, descripto, & quadrato ex KM, MH, tanquam ex vna linea descripto, hoc est, quadrato KH, vtrisque simul. Ablato ergo communi quadrato KH, erit quadratum ex FK, GH, tanquam ex vna linea, descriptum maius quadrato ex BK, DH, tanquam ex vna linea, descripto; ideoque maiores erunt rectæ lineæ FK, GH, simul rectis BK, DH, simul; Ac propterea, demptis communibus BK, GH, erit FB, reliqua maior, quam reliqua DG. Est autem & KC, maior quam HC, eo quod tota AC, cuius dimidium est KC, ma-

b 9. huius.

c 9. huius.

d 15. primi.

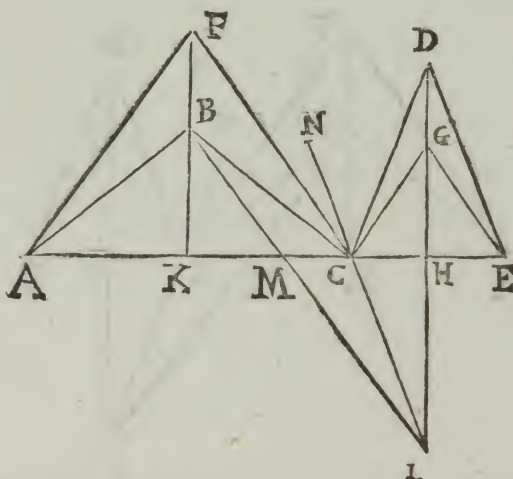
e 32. primi.

V t

ior



ior ponitur quam tota  $CE$ , cuius dimidium est  $HC$ . Quapropter rectangulum sub  $FB, KC$ , contentum, maius erit rectangulo sub  $DG, HC$ , contento. Et quoniam triangulum  $FBC$ , dimidium est rectanguli sub  $FB, KC$ , contenti; (Nam si super  $FB$ , constituatur rectangulum altitudinem habens  $KC$ ,



a 41. *primi.* ita ut triangulum, & rectangulum inter easdem sint parallelas; & erit triangulum parallelogrammi dimidium. quod quidem parallelogrammum idem est, quod rectangulum sub  $FB, KC$ , contentum, ut constat. ) Triangulum vero  $DGC$ , dimidium est rectanguli contenti sub  $DG, HC$ ; (Si enim super  $DG$ , constituatur rectangulum altitudinem habens  $HC$ , ita ut triangulum, & rectangulum inter easdem sint parallelas; & erit triangulum parallelogrammi dimidium. quod quidem parallelogrammum idem est, quod rectangulum sub  $DG, HC$ , contentum, ut constat.) erit quoque triangulum  $FBC$ , maius triangulo  $DGC$ ; ac propterea duplum trianguli  $FBC$ , nimirum rectilineum  $AFCBA$ , maius erit duplo trianguli  $DGC$ , ut pote rectilineo  $CDEGC$ . Quocirca, addito communi composito ex triangulis  $ABC, CGE$ ; erunt trianguia  $AFC, CGE$ , utraque simul maiora triangulis  $ABC, CDE$ , utrisque simul. Duo ergo trianguia Isoscelia similia super inæqualibus basibus constituta, &c. quod ostendendum erat.

Inter Isoperimetricas figuras æqualia numero habentes latera maxima & æqualiter latera est, & æquianguia.

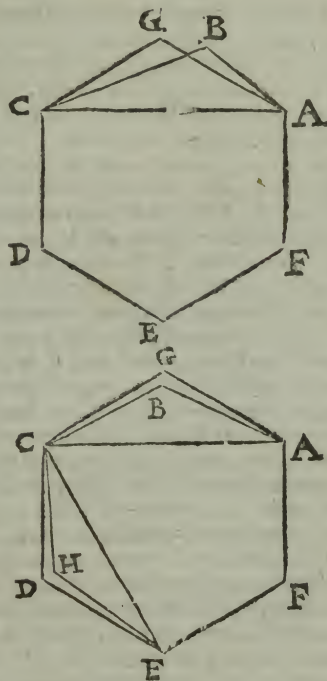
### THEOR. 10. PROPOS. 12.

ISOPERIMETRARVM figurarum latera numerantur.

mero æqualia habentium maxima & æquilatera est, & æquiangula.

ESTO figura quocunque laterum ABCDEF, maxima inter omnes toti dem laterum sibi isoperimetas, ita ut maior dari non possit. Dico eam esse æquilateram, & æquiangulā. Sit enim, si fieri potest, primum non æquilatera, sed sint latera AB, BC, proxima in æqualia. Ducta igitur recta AC, si constituatur super AC, triangulum Isosceles AGC, quod sit isoperime-  
trum triangulo ABC; erit tota, figura AGCDEF, isoperimetra figura ABCDEF. Et quia triangulum AGC, maius est triangulo ABC; si addatur commune polygonum ACDEF, erit figura AGCDEF, maior quam figura ABCDEF. quod est contrarium hypotese. Non ergo inæqualia sunt latera AB, BC, sed æqualia. Eademque ratione ostendemus, latera proxima BC, CD; Item proxima deinceps æqualia esse. Maxima igitur figura inter sibi isoperimetas æqualia numero latera habentes æquilatera est, quod est primum.

SIT deinde, si fieri potest, figura ABCDEF, æquilatera quidem, ut iam demonstratum est, at non æquiangula, sed anguli B, D, non proximi inæquales sint, maiorque angulus B, quam angulus D. Quoniam igitur demonstratum est, figuram maximam esse æquilateram, erunt duo triangula ABC, CDE, Isoscelia, ita ut duo latera AB, BC, æqualia sint duobus lateribus CD, DE: Ponitur autem angulus B, maior angulo D; erit recta AC, maior quam recta CE. Si igitur constituentur super bases AC, CE, alia duo triangula Isoscelia AGC, CHE, similia inter se, & Isoperimetra triangulis ABC, CDE; erunt triangula AGC, CHE, utraque simul maiora triangulis ABC, CDE, utrisque simul. Si igitur addatur commune polygonum ACEF: erit figura AGCHEF, maior, quam figura ABCDEF, quod cum hypotese pugnat, quod hæc omnium maxima ponatur. Non ergo inæquales sunt anguli B, D, sed æquales. Eademque ratione ostendemus, angulos non proximos C, E, æquales esse, & binos alios quosvis non proximos. Ex quo efficitur, totam figuram æquiangulam esse, nempe proximos etiam angulos inter se esse æquales. Si enim verbi gratia angulus B, non dicatur æqualis esse angulo C; cum angulus C, æqualis sit non proximo angulo E: erit



b 8. huius.

c 24. primi.  
d 10. huius.

c 11. huius.

V u 2 quo



quoque angulus B, angulo E, non æqualis, quod absurdum est. Bini enim anguli non proximi inter se æquales sunt, ut ostendimus. Maxima ergo figura inter sibi Isoperimetros æqualia numero latera habentes non solum æquilatera, sed & æquiangula est. Quocirca Isoperimetrarum figurarum latera numero æqualia habentium maxima & æquilatera est, & æquiangula, quod demonstrandum erat.

## S C H O L I U M

Quæ obser-  
uanda sint  
indemōstra-  
tione huius  
propos.

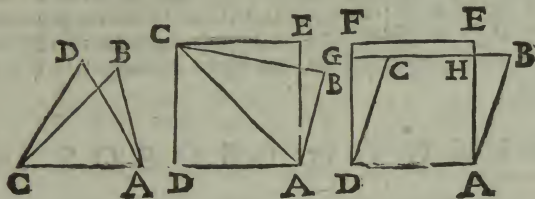
CIRCA demonstrationem prioris partis huius propos. obseruandum est, accipienda esse duo latera inæqualia proxima inter se, ita ut angulum constituent, nullumque aliud inter ea interponatur, qualia sunt latera accepta A B, B C, angulum B, efficientia. Hac enim ratione, ducta recta A C, factum erit triangulum A B C, cuius duo latera A B, B C, inæqualia sunt, ut in demonstratione assumebatur. Neque vero dubitare quis poterit, in figura non æquilatera, qualis ponitur ABCDEF, accipi posse duo latera proxima inæqualia. Nam si quis dicat latera AB, BC, esse æqualia, sumemus latera AB, A F, quæ si dicantur etiam æqualia esse, accipiemus A F, F E: Et si hæc adhuc æqualia esse dicantur, capiemus F E, E D; & sic deinceps progrediemur, donec ad duo latera proxima inæqualia veniamus, quæ angulum constituent. Necessario autem ad duo huiusmodi latera perueniemus: alias figura esset æquilatera, quod non conceditur.

QVOD vero ad posterioris partis demonstrationem attinet, aduertendum est, in figuris multilateris accipiendos esse duos angulos inæquales non proximos inter se, ita ut inter ipsos vnus, vel plures anguli interponantur, quales sunt anguli accepti B, D, inter quos ponitur angulus C. Hac enim ratione duæ rectæ AC, CE, dictos angulos subtendentes se mutuo non interfecabunt, constituenturque duæ figuræ ABCDEF, AGCHEF, ex additione communis figuræ ACEF, ad triangula supra bases A C, C E, constructa: quod non contingeret, si duo anguli inæquales proximi inter se sumerentur, ut constat. Non est autem in dubium vertendum, an tales duo anguli possint accipi. In omni enim figura multilatera non æquiangula necessario erunt aliqui duo anguli non proximi inter se inæquales. Nam in proposita figura ABCDEF, comparabimus angulum B, cum omnibus non proximis angulis D, E, F, qui necessario duo erunt in pentagono, in hexagono vero tres, & ita deinceps. Quod si vni alicui eorum fuerit inæqualis, habebimus iam duos angulos non proximos inter se inæquales, nempe angulum B, & illum, cui inæqualis est: Si vero omnibus dicatur æqualis, erit tunc angulus B, saltem alteri proximorum inæqualis, alias figura esset æquiangula. Si ergo inæqualis fuerit angulo A, erit angulus A, tam angulo E, quam angulo D, non proximo inæqualis, cum vtriuis horum æqualis ponatur angulus B: Si vero inæqualis fuerit angulo C, erit angulus C, tam angulo E, quam angulo F, non proximo inæqualis, quod vtriuis horum angulus B, ponatur æqualis.

S E D quoniam propositio hæc demonstrata tantum est in figuris multilateris, ut ex ijs constat, quæ proxime de duobus angulis non proximis inæqualibus diximus: In triangulis enim, & quadrilateris figuris anguli eiusmodi reperiri non possunt, cum in triangulis æquilateris omnes anguli sint æqua-

æquales, vt ex coroll. propof. 5. lib. 1. Euclid. patet; in quadrilateris autem figuris omnia latera habentibus æqualia, ( quoniam neceffario funt parallelogramma, vt in fcholio propof. 34. lib. 1. Euclid. oftendimus ) & finguli op

a 34. primi.



positi inter se sint æquales: Idcirco totam hanc propositionem in triangulis, & quadrilateris figuris ita demonstrabimus. Sit primum triangulum  $ABC$ , inter sibi isoperimetra triangula maximum. Dico illud æquilaterum esse & æquiangulum. Si enim non est æquilaterum, sed latera  $AB$ ,  $BC$ , sunt inæqualia, *b* si super basē  $AC$ , cōstituatur triāgulū isosceles  $ADC$ , ita vt latera  $AD$ ,  $DC$ , simul æqualia sint lateribus  $AB$ ,  $BC$ , simul; erunt triāgula  $ABC$ ,  $ADC$ , isoperimetra; atque adeo  $ADC$ , maius, quam  $ABC$ , quod est contra hypothesim. Non ergo inæqualia sunt latera  $AB$ ,  $BC$ , sed æqualia. Eademque ratio est de cæteris. Æquilaterum ergo est trianeulum  $ABC$ . Igitur, ex coroll. propof. 5. lib. 1. Euclid. & æquiangulum est, quod est propositum.

b 7. huius.

c 8. huius.

DEINDE sit quadrilaterum  $ABCD$ , inter omnia sibi isoperimetra maximum. Dico illud esse & æquilaterum, & æquiangulum. Si enim non est æquilaterum, sint latera  $AB$ ,  $BC$ , si fieri potest, inæqualia, ducaturque recta  $AC$ . *d* Si igitur super  $AC$ , constituatur triangulum isosceles  $AEC$ , isoperimetrum triangulo  $ABC$ ; *e* erit triangulum  $AEC$ , maius triangulo  $ABC$ . Addito ergo communi triangulo  $ACD$ , erit quadrilaterum  $AECD$ , maius quadrilatero  $ABCD$ . quod est contra hypothesim, cum  $ABCD$ , maximum, ponatur. Non ergo inæqualia sunt latera  $AB$ ,  $BC$ , sed æqualia. Eademque ratio est de cæteris. Æquilatera ergo est figura  $ABCD$ .

d 7. huius.

e 8. huius.

SIT iā quadrilatera figura  $ABCD$ , omnium isoperimetricarum maxima, æquilatera, vt ostensum est, at non æquiangula, sed anguli  $BAD$ ,  $CDA$ , inæquales sint. Quoniam igitur figura  $ABCD$ , cum sit æquilatera, parallelogrammum est, vt in fcholio propof. 34. lib. 1. demonstrauiimus; neuterque angulorum  $A$ ,  $D$ , rectus est; ( alias, scum ambo duobus rectis sint æquales, essent ambo recti ) sed vnus acutus, & obrusus alter: si educantur ex  $A$ , &  $D$ , duæ lineæ perpendiculares  $AH$ ,  $DG$ , occurrentes lateri  $BC$ , in  $H$ , &  $G$ ; erit quoque  $AHGD$ , parallelogrammum. *g* Quia vero latera  $AB$ ,  $DC$ , maiora sunt lateribus  $AH$ ,  $DG$ ; producantur hæc, vt fiant rectæ  $AE$ ,  $DF$ , lateribus  $AB$ ,  $DC$ , æquales, iungaturque recta  $EF$ . Quo facto, erit figura  $AEFD$ , isoperimetra parallelogrammo  $ABCD$ ; cum latera  $AE$ ,  $DF$ , lateribus  $AB$ ,  $DC$ , æquales, iungaturque recta  $EF$ . Quo facto, erit

f 29. primi.

g 19. primi.



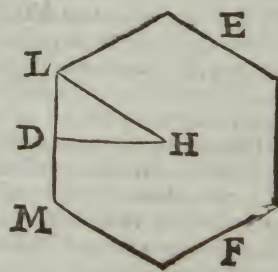
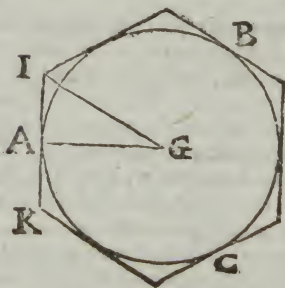
- a 34. primi. lateribus AB, DC, æqualia sint, latus vero AD, commune, & latus EF, lateri BC, æquale, a quod utrumque æquale sit lateri opposito A D. Cum ergo figura AEFD, maior sit parallelogrammo A H G D; b hoc autem æquale sit parallelogrammo ABCD; erit quoque figura AEFD, maior parallelogrammo ABCD. Quare cum eidem sit isoperimetra, non erit ABCD, figura quadrilatera inter sibi isoperimetas maxima. quod est contra hypothesim. Non ergo inæquales sunt anguli BAD CDA, sed æquales: atque adeo cum A B C D, sit parallelogrammum, erunt anguli oppositi B, C, angulis D, A, æquales, proptereaque tota figura æquiangula erit. quod est propositum.
- c 34. primi.

## THEOR. II. PROPOS. 13.

Circulus  
omniū figu-  
rarum recti-  
linearum re-  
gularium si-  
bi isoperi-  
metrarū ma-  
ximus est.

CIRCVLVS omnibus figuris rectilineis regularibus  
sibi isoperimetris maior est.

ESTO circulus ABC, figura autem regularis quocunque laterum ei isoperimetra DEF. Dico circulum ABC, esse maiorem figura DEF. Sit enim G, centrum circuli ABC, & H, centrum figuræ DEF; Describaturque circa circulum ABC, figura BIKC, tot laterum, & angulorum æqualium, quot continet figura DEF, per ea, quæ in scholio propof. 16. lib. 4. Euclid. docuimus.



- d 18. tertij.  
c 3. tertij.

Deinde ex puncto contactus A, ad centrum G, ducatur recta AG, d quæ perpendicularis erit ad I K. Ducatur rursus H D, ad L M, perpendicularis; & Diuidenteque rectæ G A, H D, rectas I K, L M, bifariam, ut constat, si figuris BIKC, DEF, circumscribantur circuli. Ducantur quoque rectæ G I, H L, quæ diuident angulos I, & L, bifariam, ut manifestum est ex demonstratione propof. 12. lib. 4. Euclid. Quoniam igitur toti anguli I, & L, sunt æquales

les, propter similitudinem figurarum, erunt etiam ipsorum dimidia (videlicet anguli  $AIG, DLH,$ ) æqualia. Cum ergo & anguli  $IAG, LDH,$  sint æquales, utpote recti; & erunt triangula  $AIH, DLH,$  æquiangula. Quia vero ambitu figuræ  $BKIC,$  maior est (per 1. propos. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro) ambitu circuli  $ABC;$  Ambitus autem circuli æqualis ponitur ambitui figuræ  $DEF;$  erit quoque ambitus figuræ  $BKIC,$  maior ambitu figuræ  $DEF.$  Cum igitur figuræ sint regulares, & similes, erit etiam latus  $IK,$  latere  $LM,$  maius; & ideo  $IA,$  dimidium lateris  $IK,$  maius, quam  $LD,$  dimidium lateris  $LM.$  Rursus quoniam est, ut  $IA,$  ad  $AG,$  ita  $LD,$  ad  $DH;$  Et est  $IA,$  maior quam  $LD;$  erit quoque  $AG,$  maior, quam  $DH.$  Quamobrem rectangulum contentum sub  $AG,$  & dimidio ambitu circuli  $ABC,$  quod circulo  $ABC,$  est æquale, maius est, quam rectangulum contentum sub  $DH,$  & dimidio ambitu figuræ  $DEF,$  hoc est, eam area figuræ  $DEF.$  Circulus igitur omnibus figuris rectilineis regularibus sibi isoperimetris maior est, quod ostendendum erat.

a 32. prima

b 4. sexta

c 14. quinta

d 4. huius.

e 2. huius.

## COROLLARIUM.

EX omnibus ijs, quæ demonstrata sunt, perspicuum est, circulum absolute omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximum esse.

Circulus omnibus figuris rectilineis sibi isoperimetris maior est.

QUONIAM enim ex propositione 5. habetur, regularium figurarum isoperimetrarum eam, quæ plura latera continet, esse maiorem: Rursus ex propositione 12. constat, inter omnes figuras isoperimetricas æqualia numero latera habentes, eam maximam esse, quæ regularis est: Ex hac denique 13. propositione perspicuum est, circulum omnium figurarum isoperimetrarum regularium esse maximum: Manifeste concluditur, circulum absolute ac simpliciter omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum maximum esse, quod est propositum.

## THEOR. 12. PROPOS. 14.

AREA cuiuslibet pyramidis equalis est solido rectangulo contento sub perpendiculari à vertice ad basim protracta, & tertia parte basis.

Pyramis quælibet cui parallelepipedo sit æqualis.

SIT pyramis, cuius basis quocunque laterum  $ABCDE,$  & vertex  $F.$  Solidum autem rectangulum  $GN,$  cuius basis  $GHIK,$  æqualis sit tertiæ parti basis  $ABCDE;$  altitudo vero siue perpendicularis  $GL,$  æqualis altitudini pyramidis, siue perpendiculari à vertice pyramidis ad eius basim productæ. Dico solidum rectangulum  $GN,$  æquale esse pyramidi  $ABC-$

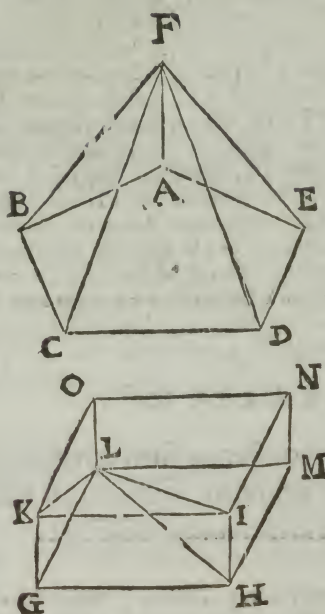
ABC.



a schol. 6.  
duodec.

b coroll. 7.  
duodec.

c 9. quinti.



ABCDEF. Ducantur enim ab omnibus angulis basis GHK, ad aliquod punctum basis oppositæ, nimirum ad L, lineæ rectæ, ita, ut constituatur pyramis GHIKL, eandem habens basim cum solido GN, eandemque altitudinem & cum eodem solido GN, & cum pyramide ABCDEF. Quoniam igitur pyramis ABCDEF, tripla est pyramidis GHIKL; b Et solidum GN, triplum quoque est eiusdem pyramidis GHIKL: c erit solidum GN, pyramidi ABCDEF, æquale. Quapropter area cuiuslibet pyramidis æqualis est solido rectangulo, &c. quod erat ostendendum.

### THEOR. 13. PROPOS. 15.

Corpus quodlibet, in qua sphaera describi potest, cui parallelepipedo æquale sit.

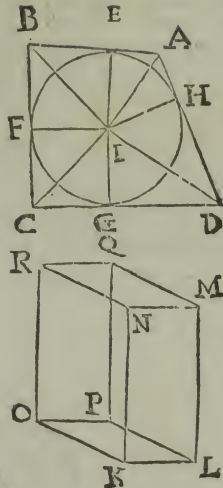
ARE A cuiuslibet corporis planis superficiebus contenti, & circa sphaeram aliquam circumscriptibilis, hoc est, à cuius puncto aliquo medio omnes perpendiculares ad bases eius productæ sunt æquales, æqualis est solido rectangulo contento sub vna perpendicularium, & tertia parte ambitus corporis.

ESTO corpus planis superficiebus contentum ABCD, circa sphaeram EFGH, cuius centrum I, descriptum, in quo ducantur ex I, ad puncta contactuum lineæ rectæ IE, IF, IG, IH, quæ ad bases solidi erunt perpendiculares. Nam si verbi gratia per rectam IE, ducatur planum faciens in sphaera, per propof. 1. lib. 1. Theod. circulum EFGH, d & in basi rectam AB; tanget circulus EFGH, rectam AB, in puncto E, propterea quod sphaera, basim non secatur, sed tangit. e Igitur IE, ad rectam AB, perpendicularis erit. Eadem ratione, si per IE, ducatur aliud planum, à priori differens, fiet alius circulus in sphaera, & alia linea recta in eadem basi secans rectam AB,

d 3. undec.

e 18. tertij.

AB, in E; ad quam etiam I E, perpendicularis erit: a Ac propterea I E, ad basim solidi per illas rectas ductam perpendicularis erit. Non aliter ostendemus, rectas I F, I G, I H, ad alias bases esse perpendiculares. Sic quoque solidum rectangulum L R, cuius basis K L M N, sit æqualis tertiæ parti ambitus corporis A B C D; altitudo vero siue perpendicularis L P, æqualis vni perpendicularium ex centro I, ad bases corporis A B C D, cadentium; quæ omnes inter se æquales sunt ex defin. sphæræ. Dico, solidum L R, corpori A B C D, æquale esse. Ducantur enim ex centro I, ad omnes angulos corporis A B C D, rectæ lineæ, vt totum corpus in pyramides, ex quibus componitur, diuidatur: quarum quidem pyramidum bases eadem sunt quæ corporis, vertex autem communis centrum I. b Quoniam igitur quælibet harum pyramidum æqualis est solido rectangulo sub perpendiculari L P, quæ singulis perpendicularibus corporis A B C D, æqualis ponitur, & tertia parte suæ basis contento; Si fiant tot solida rectangula, quot sunt pyramides, erunt omnia hæc simul æqualia solido rectangulo L R. (Si enim rectangulum K L M N, diuidatur in tot rectangula, quot bases sunt in solido proposito; ita vt primum æquale sit tertiæ parti vnus basis, & secundum tertiæ parti alterius, & ita deinceps, quandoquidem totum rectangulum K L M N, æquale ponitur tertiæ parti totius ambitus solidi; intelligantur autem super illa rectangula constitui parallelepipedæ; erunt omnia simul æqualia parallelepipedo L R.) c Cum ergo singula parallelepipedæ singulis pyramidibus sint æqualia; erunt quoque omnes pyramides, nempe corpus A B C D, ex illis compositum, æquale solido rectangulo L R. Quamobrem area cuiuslibet corporis planis superficiebus contenti, &c. quod demonstrandum erat.



24. Undec.

b 14. huius

c 14. huius

THEOR. 14. PROPOS. 16.

ARE A cuiuslibet sphæræ æqualis est solido rectangulo comprehenso sub semidiametro sphæræ, & tertia parte ambitus sphæræ.

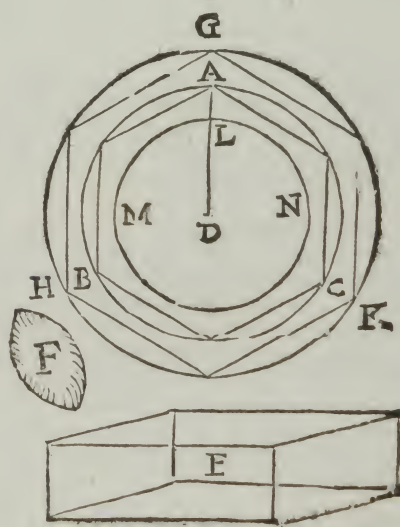
ESTO sphæra A B C, cuius centrum D, semidiameter A D: Solidum autem rectangulum E, contentum sub semidiametro A D, & tertia parte ambitus sphæræ A B C. Dico corpus E, sphæræ A B C, esse æquale. Nam si non est æquale: sit, si fieri potest, primum maius, sique excessus corporis E, supra sphæram A B C, quantitas F. Intelligatur circa centrum D, descripta, sphæra G H K, maior quam sphæra A B C, ita tamen, vt excessus sphæræ

X x G H K,

Sphæra que  
libet cui pa-  
rallelepipe-  
do sit æqua-  
lis.



GHK, supra sphaeram ABC, non sit maior quantitate F, sed vel æqualis, vel minor, hoc est, ut sphaera GHK, sit vel æqualis solido E, quando nimirum ipsa excedit sphaeram ABC, præcise quantitate F; vel minor, si nimirum ipsa excedit sphaeram ABC, minori quantitate, quam F. Necessario enim aliqua sphaera erit, quæ vel æqualis sit magnitudini E, atque adeo maior quam sphaera ABC; vel maior quidem quam sphaera ABC, minor vero quam magnitudo E, quæ maior ponitur, quam sphaera ABC. *a* Inscrubatur deinde intra sphaeram GHK, corpus, quod non tangat sphaeram ABC, ita ut unaquæque perpendicularium ex centro D, ad bases istius corporis educitarum maior sit semidiametro AD. Si igitur à centro D, ad omnes angulos dicti corporis ducantur lineæ rectæ, ut totum corpus in pyramides dividatur, quarum bases sunt eadem, quæ corporis GHK, vertex autem, communis centrum D; *b* erit quælibet pyramis æqualis solido rectangulo



contento sub eius perpendiculari, & tertia parte basis; Atque idcirco solidum rectangulum contentum sub semidiametro AD, & tertia parte basis cuiuslibet pyramidis, minus ipsa pyramide erit. Et quoniam omnia solida rectangula contenta sub singulis perpendicularibus ex centro D, ad bases corporis dicti protractis, & singulis tertijs partibus basium, simul æqualia sunt toti corpori; efficiunt autem omnes tertiæ partes basium simul tertiam partem ambitus corporis; erit solidum rectangulum contentum sub

sc-

semidiametro AD, & tertia parte ambitus præfati corporis inſcripti intra ſphæram GHK, minus corpore inſcripto. Quoniam vero ambitus corporis inſcripti maior eſt ambitu ſphære ABC, vt demonſtrat Archimedes lib. 1. de ſphæra & cylindro propoſ. 7. atque adeo & tertia pars ambitus dicti corporis maior tertia parte ambitus ſphære ABC: erit ſolidum rectangulum contentum ſub ſemidiametro AD, & tertia parte ambitus ſphære ABC, hoc eſt, ſolidum E, multo minus corpore inſcripto intra ſphæram GHK: Poſita eſt autem ſphæra GHK, vel æqualis ſolido E, vel minor. Igitur & ſphæra GHK, minor erit corpore intra ipſam deſcripto, totum parte. quod eſt abſurdum. Quocirca ſolidum E, maius non erit ſphæra ABC.

SIT DEINDE, ſi fieri poteſt, ſolidum E, minus, quam ſphæra ABC, excedaturque à ſphæra ABC, quantitate F. Intelligatur circa centrum D, ſphæra deſcripta LMN, minor quam ſphæra ABC, ita tamen, vt exceſſus, quo ſphæra LMN, ſuperatur à ſphæra ABC, non ſit maior quantitate F, ſed vel æqualis, vel minor, hoc eſt, vt ſphæra LMN, ſit vel æqualis ſolido E, ſi nimirum ipſa excedatur à ſphæra ABC, quantitate F, vel maior ſolido E, ſi videlicet ſphæra LMN, à ſphæra ABC, ſuperetur minori quantitate, quam F. Neceſſario enim aliqua ſphæra erit, quæ vel æqualis ſit ſolido E, atque adeo minor quam ſphæra ABC, vel minor quidem quàm ſphæra ABC, maior vero quam magnitudo E, quæ minor ponitur, quam ſphæra ABC. Describatur deinde intra ſphæram ABC, corpus, quod minime tangat ſphæram LMN; ita vt vnaquæque perpendicularium ex centro D, ad baſes huius corporis inſcripti cadentium minor ſit ſemidiametro AD. Si igitur à centro D, ad omnes eius angulos lineæ extendantur, vt totum corpus in pyramides reſoluatur, quarum baſes ſunt eædem, quæ corporis ABC, vertex autem communis centrum D; b erit quælibet pyramis æqualis ſolido rectangulo contento ſub eius perpendiculari, & tertia parte baſis; Et ideo ſolidum rectangulum contentum ſub ſemidiametro AD, & tertia parte baſis cuiusvis pyramidis, maius erit pyramide ipſa. Et quoniam omnia ſolida rectangula contenta ſub ſingulis perpendicularibus ex centro D, ad baſes corporis dicti protractis, & ſingulis tertijs partibus baſium, ſimul æqualia ſunt toti corpori; efficiunt autem omnes tertiæ partes baſium ſimul tertiam partem ambitus corporis, erit ſolidum rectangulum contentum ſub ſemidiametro AD, & tertia parte ambitus dicti corporis ſphære ABC, inſcripti, maius corpore inſcripto. Cum igitur ambitus ſphære ABC, maior ſit ambitu corporis ſibi inſcripti, atque adeo & tertia pars ambitus ſphære maior tertia parte ambitus dicti corporis; erit ſolidum rectangulum contentum ſub AD, ſemidiametro, & tertia parte ambitus ſphære ABC, hoc eſt, ſolidum E, multo maius corpore inſcripto intra ſphæram ABC: Ponebatur autem ſphæra LMN, vel æqualis ſolido E, vel maior. Igitur & ſphæra LMN, maior erit corpore intra ſphæram ABC, deſcripto, pars toto, quod eſt abſurdum. Non igitur ſolidum E minus erit ſphæra ABC. Cum ergo neque maius ſit oſtenſum, æquale omnino erit: Ac propterea area cuiuslibet ſphære æqualis eſt ſolido rectangulo comprehenſo ſub ſemidiametro ſphære, & tertia parte ambitus ſphære. quod demonſtrandum erat.

a 17. duode

b 14. huius.

XX 2 THEOR.



## THEOR. 15. PROPOS. 17.

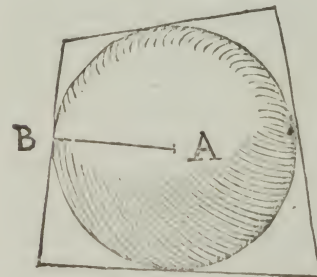
Sphæra maior est omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis superficiebus contineantur, circaque alias sphæras circumscriptibilia sint, hoc est, quorum omnes perpendiculares ad bases productæ ab aliquo puncto medio sint æquales, maior est.

**SPHÆRA** omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis superficiebus contineantur, circaque alias sphæras circumscriptibilia sint, hoc est, quorum omnes perpendiculares ad bases productæ ab aliquo puncto medio sint æquales, maior est.

ESTO sphæra A, cuius centrum A, & semidiameter AB: Solidum autem circa aliquam sphæram circumscriptibile sibi isoperimetrum C, cuius vna perpendicularium CD. Dico sphæram A, maiorem esse solido C. Intelligatur enim circa sphæram A, corpus descriptum simile prorsus solido C, ita

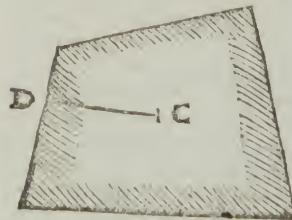
ut singula quoque latera contingant sphæram A, hoc est, eius perpendiculares, quarum vna sit AB, sint quoque æquales, nempe semidiametri sphære A, existentes. Itaque quoniam ambitus corporis circa sphæram A, maior est ambitu sphære A, (per ea, quæ ab Archimede sunt demonstrata lib. 1. de sphæra, & cylindro, propos. 27.) erit quoque eiusdem corporis ambitus maior ambitu corporis C. Quare perpendicularis AB, hoc est, semidiameter sphære A, maior erit perpendiculari CD. Quamobrem rectangulum solidum contentum sub semidiametro AB, & tertia parte ambitus sphære A, quod sphære A, æquale est, maius erit, quam rectangulum solidum contentum sub perpendiculari CD, & tertia parte ambitus corporis C, hoc est, quam corpus C. Sphæra igitur omnibus corporibus sibi isoperimetris, quæ planis

superficiebus contineantur, &c. maior est, quod erat demonstrandum.



a 16. huius

b 15. huius,



## COROLLARIUM.

Sphæra maior est quovis corpore regulari sibi isoperimetrio.

CONSTAT hinc, sphæram maiorem esse quolibet corpore regulari sibi isoperimetrio: quippe cum omnes perpendiculares à centro ad bases corporis regularis inter se æquales sint; propterea quod æquales sunt semidiametro

metro sphæræ, a quæ intra corpus describi potest.

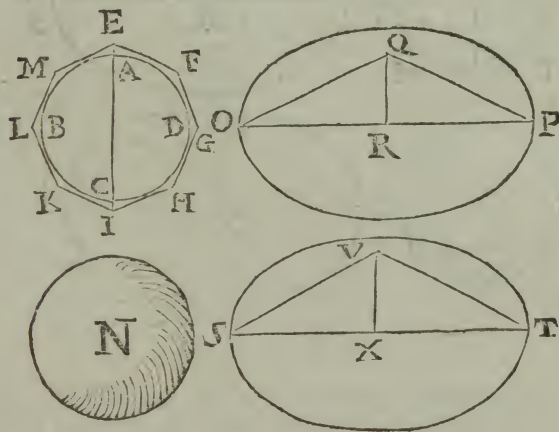
221. quinq  
dec.

## THEOR. 16. PROPOS. 18.

**SPHÆRA** omnibus corporibus sibi isoperimetris,  
& circa alias sphæras circumscriptibilibus, quæ su-  
perficiebus conicis contineantur, ita vt latera omnia  
conica sint æqualia, maior est.

Sphæra ma  
ior est omni  
bus corpori-  
bus sibi Iso-  
perimetris,  
& circa alias  
sphæras cir-  
cumscrip-  
tibilibus, quæ  
conicis su-  
perficiebus  
contineantur.

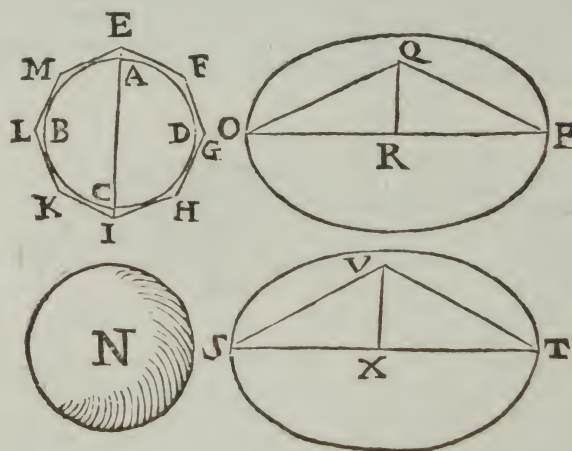
ESTO circulus ABCD, cui circumscribatur figura regularis EFGHIKLM, ita vt numerus laterum à quaternario mensuretur, cuiusmodi est quadratum, figura 8. 12. 16. 20. 24. vel 28. laterum, angulorumque æqualium, &c. Ducaturque ex angulo E, per centrum ad angulum I, recta EI. Itaque si circa manentem rectam EI, immobilem circumagatur planū, in quo est circulus ABCD, & figura EFGHIKLM, describet circulus sphæram, figura vero corpus circa sphæram conicis superficiebus contentum, quarum superficierum latera æqualia sunt, nempe eadem, quæ figuræ, vt ab Archimede demonstratur propof. 22. & 27. lib. 1. de sphæra & cylindro. Sit iam sphæra N, isoperimetra corpori EFGHIKLM, circa sphæram ABCD, descripto. Di-



cto sphæram N, dicto corpore esse maiorem. Quoniam enim ambitus solidi EFGHIKLM, maior est (per propof. 27. lib. 1. Archimedis de sphæra & cylindro) ambitu sphæræ ABCD, erit quoque ambitus sphæræ N, maior am-  
bitu



bitu sphaerae ABCD; ideoque semidiameter sphaerae N, maior erit semidia-  
metro sphaerae ABCD. Et quia superficies sphaerae quadrupla est (per propo-  
s. 1. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro) maximi circuli in sphaera; si su-  
matur circulus OP, quadruplus circuli maximi in sphaera N; (quod quidem  
facile fiet, si diameter OP, dupla sumitur diametri maximi circuli in sphae-  
ra N. Quoniam enim ut circulus OP, ad circulum maximum in sphaera  
N, ita quadratum diametri OP, ad quadratum diametri circuli maximi in  
sphaera N; b. Est autem quadrati ad quadratum proportio duplicata propor-  
tionis laterum homologorum, erit quoque circulus OP, ad circulum maxi-  
mum in sphaera N, in proportione duplicata proportionis diametri OP, ad  
diametrum circuli maximi in sphaera N. Cum igitur diametri ponantur ha-  
bere proportionem duplam, habebunt circuli proportionem quadruplam;  
quadrupla enim proportio duplicata est proportionis duplae, ut in his nume-  
ris apparet. 1. 2. 4) erit circulus OP, aequalis superficiei sphaerae N. Accipia-  
tur rursus circulus ST, aequalis circulo OP. Statuatur deinde supra circulum  
ST, conus rectus rectus STV, axem VX, aequalem habens semidiametro sphae-  
rae N: Item supra circulum OP, alter conus NPQ, contrituatur habens axem



QR, aequalem semidiametro sphaerae ABCD; eritque maior altitudo coni  
STV, quam coni OPQ, at bases aequales erunt. Quare conus STV, maior  
erit cono OPQ; c. propterea quod coni aequalium basium eam inter se habent  
proportionem, quam altitudines. Quoniam vero sphaera N, quadrupla est  
eius coni, qui basim habet aequalem maximo in sphaera N, circulo, & alti-  
tudinem aequalem semidiametro sphaerae N, ut demonstravit Archimedes  
lib. 1. de sphaera & cylindro propo- s. 1. Huius autem eiusdem coni quadru-  
pusest conus STV, d. eo quod coni eandem habentes altitudinem propor-  
tionem

tionem habent quam bases; *a* erit conus STV, sphaerae N, aequalis. Eodem pacto, quia basis coni OPQ, aequalis est ambitui corporis EFGHIKLM; quia & aequalis superficiei sphaerae N, quae corpori illi isoperimetra est: altitudo vero aequalis semidiametro sphaerae ABCD; erit solido EFGHIKLM, aequalis conus OPQ, per ea, quae Archimedes lib. 1. de sphaera & cylindro propos. 29. demonstravit. Quamobrem & sphaera N, maior erit solido EFGHIKLM, conicis superficiebus contento. Sphaera igitur omnibus corporibus sibi isoperimetris, & circa alias sphaeras circumscriptibilibus, &c. maior est. quod demonstrandum erat.

## THEOR. 17. PROPOS. 19.

SPHAERA quolibet cono, & cylindro sibi Isoperimetro maior est.

Sphaera maior est quolibet cono & cylindro sibi isoperimetro.

PROPOSITA enim quacunque sphaera, si fiat conus basem habens aequalem superficiei sphaerae, id est, quadruplam maximi in sphaera circuli, altitudinem vero semidiametro sphaerae aequalem: *b* erit sphaera huic cono aequalis; propterea quod ad conum, cuius basis est maximus in sphaera circulus, & altitudo semidiameter sphaerae, tam sphaera, ex propos. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera & cylindro, quam prior conus basem habens quadruplam maximi circuli in sphaera, hoc est, superficiei sphaerae aequalem, & altitudinem semidiametrum sphaerae, proportionem habet quadruplam. Cum ergo ambitus coni basem habentis superficiei sphaerae aequalis maior sit ambitu sphaerae, quippe cum ille hunc excedat tota superficie coni, seclusa basi, quae ambitui sphaerae ponitur aequalis, liquido constat, si fiat conus sphaerae isoperimeter, hunc esse illo cono, ac proinde & sphaera minorem.

*b* 9. quinti.

*c* 11. duode.

RVRSVS si fiat cylindrus basem habens aequalem superficiei sphaerae, & altitudinem semidiametrum sphaerae; *d* erit hic cylindrus triplus illius coni basem habentis aequalem eidem superficiei sphaerae, & altitudinem semidiametrum eandem sphaerae, quem sphaera aequalem esse proxime ostendimus: ac proinde & triplus ipsius sphaerae. Tertia ergo pars illius cylindri (cylindrus videlicet eandem habens basem, altitudinem vero tertiam partem altitudinis cylindri illius: *e* cum ille cylindrus sit huius triplus) aequalis erit sphaerae. Cum ergo posterior hic cylindrus habeat ambitum maiorem ambitu sphaerae, quod ille hunc excedat ambitu totius cylindri, seclusa una base; quis non videt, si fiat cylindrus sphaerae isoperimeter, hunc esse prior illo cylindro, ac proinde & sphaera maiorem? Sphaera ergo quolibet cono, & cylindro sibi isoperimetro maior est. quod demonstrandum erat.

*d* 10. duode.

*e* 14. duode.

## S C H O L I V M

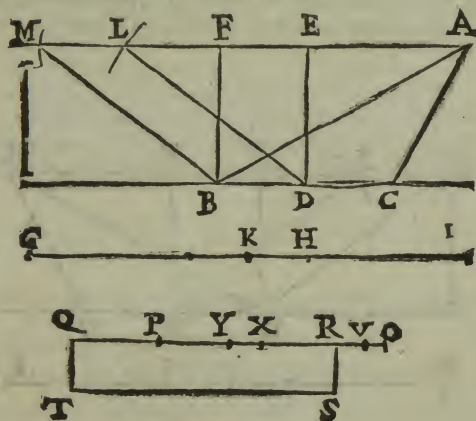
HAEC omnia fere ex Theone Alexandrino in commentariis in Almagestum Ptolemaei, & ex Pappo Alexandrino in Mathematicis collectionibus, licet pleraque eorum clarius & facilius demonstrauerimus, excerpta sunt. quae vero sequuntur, à nobis inuenta sunt, ac demonstrata.

PROBL.





SIT datum triangulum qualecunque  $ABC$ . Per  $A$ , ducatur  $AM$ , basi  $BC$ , parallela. Et quia, si neuter angulorum  $B, C$ , rectus est, & utrumque  
 a coroll. 19.  
 primi  
 latus  $AB, AC$ , maius est perpendiculari ex  $A$ , vel  $B, C, D$ , in oppositam  
 parallelam demissa: si vero alter angulorum rectus est, hoc est, alterutrum  
 laterum perpendicularare est ad dictas parallelas; utrumque latus  $AB, AC$ ,  
 simul maius est, quam duplum prædictæ perpendicularis; ideoque semis-  
 sis aggregati ex utroque latere maior perpendiculari eadem; id est, si acci-  
 piatur  $GH$ , lateri  $AB$ , &  $HI$ , lateri  $AC$ , æqualis, ut tota  $GI$ , summæ late-  
 rum  $AB, AC$ , æqualis sit, diuidaturque  $GI$ , bifariam in  $K$ , semissis  $GK$ , ma-  
 ior erit perpendiculari  $DE$ . Si igitur ex  $D$ , medio puncto basis  $BC$ , ad inter-



uallum  $GK$ , arcus circuli describatur, secabit is rectam  $AM$ , in aliquo pun-  
 cto, ut in  $L$ . Sumpta autem  $LM$ , ipsi  $BD$ , æquali, ducantur rectæ  $DL, BM$ ,  
 b quæ parallelæ inter se erunt; ideoque parallelogrammum erit  $DM$ , & triā-  
 gulo  $ABC$ , æquale. Dico hoc idem triangulo esse isoperimetrum, quod  
 c schol. 41.  
 primi  
 perspicuum est ex constructione: quippe cum  $DL, BM$ , utraque æqualis sit  
 ipsi  $GK$ , hoc est, semissi laterum  $AB, AC$ , ac proinde ambæ  $DL, BM$ , simul  
 æquales ambobus lateribus  $AB, AC$ , simul; rectæ autem  $BD, LM$ , simul æqua-  
 les basi  $BC$ . Constructum ergo est parallelogrammum  $DM$ , non rectangulum  
 æquale, & isoperimetrum triangulo  $ABC$ .

QVOD si optes rectangulum eidem triangulo  $ABC$ , æquale, & isope-  
 rimetrum, ita agendum erit. Erectis perpendicularibus  $BF, DE$ , d erit re-  
 ctangulum  $BE$ , triangulo æquale, sed non isoperimetrum; quod  $BF, DE$ , mino-  
 res sint lateribus  $AB, AC$ , sed  $BD, EF$ , basi  $BC$ , æquales: ac proinde ambi-  
 tus rectanguli  $BE$ , ambitu trianguli  $ABC$ , minor; ideoque si producantur  
 d schol. 41.  
 primi  
 e coroll. 19.  
 primi

Yy BF,





Y, ) erit adhuc rectangulum sub QX, XO, isoperimetrum triangulo ABC, sed maius. Quadratum denique rectæ QV, isoperimetrum quoque est triangulo ABC, & maius, quæ omnia ita demonstrabimus. Prædicta rectangula, & quadratum rectæ QY, isoperimetra esse triangulo ABC, hoc est, rectangulo QS, patet: cum bina latera circa angulum rectum æqualia semper sint rectæ QO, hoc est, binis lateribus rectanguli QS. Eadem vero esse inæqualia triangulo ABC, sic ostendo. *a* Quoniam quadrata QV, VO, maiora sunt quadratis QR, RO, simul: *b* Sunt autem tam illa duo, vna cum rectangulo sub QV, VO, bis, quam hæc duo, vna cum rectangulo sub QR, RO, bis, quadrato QO, æqualia; erit rectangulum sub QV, VO, bis minus rectangulo sub QR, RO, bis; ideoque & rectangulum sub QV, VO, semel, rectangulo sub QR, RO, semel minus erit. Non aliter ostendemus, rectangulum sub QR, RO, minus esse rectangulo sub QX, XO, hoc est, rectangulum sub QX, XO, maius esse rectangulo sub QR, RO. Denique *c* quoniam rectangulū sub QX, XO, vna cum quadrato XY, æquale est quadrato YO, vel QY; erit quadratū QY, maius rectangulo sub QX, XO, ideoq. multo maius rectangulo sub QR, RO, id est, triangulo ABC, quæ omnia demonstranda erant.

EX quo constat, quadratum QY, ex semisse rectæ QO, descriptum maximum esse omnium rectangulorum sub quibuscunque segmentis rectæ QO, comprehensorum, quod etiam ex propof. 12. huius lib, liquet.

*lemma 42  
decimi.*

*b 4. secūdi.*

*c 6. secūdi.*

## PROBL. 5. PROPOS. 22.

DATO rectilineo parallelogrammum rectangulum æquale, & Isoperimetrum constituere. Oportet autem latus quadrati rectilineo æqualis, maius non esse semisse dimidiati ambitus dati rectilinei.

Rectangulū  
datæ figuræ  
isoperime-  
trū & æqua-  
le constituere.

SIT hexagonum datum A, æquilaterum quidem, sed non equiangulum, ita ut B, ad latus quadrati illi æqualis *a* inuentum maius non sit semisse, dimidiati ambitus hexagoni. Sumpta ergo recta CD, æquali semissi ambitus hexagoni; erit B, recta non maior semisse ipsius CD, sed vel æqualis, vel minor. *c* Secta autem CD, in E, ita ut B, sit media proportionalis inter segmenta DE, EC, fiat rectangulum EG, contentum sub segmentis DE, EC. Dico rectangulum EG, æquale esse, & isoperimetrum hexagono A. Quoniam enim tres DE, B, EC, continue proportionales sunt; ferit rectangulum EG, quadrato B, id est, hexagono A, æquale. Et quia duo latera DE, EF, æqualia sunt rectæ CD, hoc est, semissi ambitus hexagoni A, ideoque reliquæ duæ FG, GD, alteri semissi: erit totum rectangulum EG, hexagono A, isoperimetrum. Dato ergo rectilineo parallelogrammum rectangulum æquale, & isoperimetrum constituimus: quod erat faciendum.

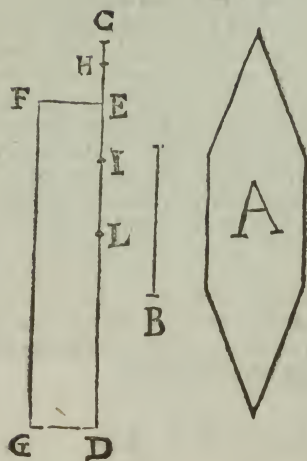
*d 14. secūdi*

*e schol. 13.  
sexti.*

*f 17. sexti.*



## S C H O L I V M.



QVOD si B, latus quadrati foret maius semisse dimidij ambitus rectilinei A, hoc est, maius recta CD, non posset CD, ita secari, ut B, esset medio loco proportionalis inter segmenta, ut liquido constat.

I A M vero si sumatur punctum H, inter C, & E, utcumque; erit rectangulum sub D H, H C, adhuc isoperimetrum figuræ A, sed tamen minus. Si vero accipiat punctum I, utcumque inter E, & L, punctum medium rectæ CD; erit adhuc rectangulum sub D I, I C, figuræ A, isoperimetrum, maius tamen. Sic etiam quadratum semissis DL, erit isoperimetrum eidem figuræ & maius; quæ omnia demonstrantur, ut in scholio præcedentis problematis dictum est.

## A P P E N D I X.

## D E circulo per lineas quadrando.

Quo pacto  
reperiatur  
per numeros  
quadratum  
circulo æ-  
quale, & cō-  
tra ex doctri-  
na Archime-  
dis.

I LOCVS hic me admonet, ut quoniam hoc libro demonstratum est, circulum figurarum omnium sibi isoperimetrarum esse maximum, breuiter doceam, qua ratione dato circulo quadratum constitui possit æquale, & vicissim dato quadrato circulus æqualis; atque id per lineas: cum lib. 4. cap. 7. copiose traditum sit, quo pacto ex inuentis ab Archimede, per numeros circulus quadrandus sit, hoc est, qua ratione area circuli, siue capacitatem ex diametro, tum ex circumferentia cognita sit inuenienda: Huius enim areæ radix quadrata, latus est quadrati, quod circulo æquale est. Sic è contrario cap. 8. eiusdem lib. regula 1. Num. 1. docuimus, qua via ex data circuli area indaganda sit tam circumferentia, quam diameter illius circuli: hoc est, proposito quadrato, instar areæ circuli alicuius, quomodo circulus describendus sit illi quadrato æqualis. Inuenta enim diametro per prædictam regulam 1. Num. 1. cap. 8. lib. 7. circulus illius diametri erit is, qui quaeritur. Visum est autem appendicem hanc libro hunc septimo adiungere, quod tractatio de circuli Tetragonismo, siue quadratura, non parum affinis sit de isoperimetris figuris disputationi.

QVADRATURA autem circuli per numeros, quam Arabes tradiderunt, & quam Iosephus Scaliger in suis Cyclometricis elementis veram esse credit.

credit, omnino reiicienda est, cum sit extra limites Archimedis, per quos constat, proportionem circumferentiæ ad diametrum minorem debere esse tripla sesquiseptima, maiorem vero tripla superdecupartiente septuagesimas primas. quod in numeris Arabum non cernitur. Dicunt enim, proportionem circumferentiæ ad diametrum esse potentia decuplam; adeo ut si quadratum circumferentiæ ponatur 10. quadratum diametrum sit 1. quod falsum est. Nam cum radix quadrata numeri 10. sit maior quam  $3\frac{1}{7}$ . quod huius radices quadratum sit tantum  $9\frac{4}{49}$ . Radix autem unitatis sit 1. esset maior proportio circumferentiæ ad diametrum, quam tripla sesquiseptima; cum tamen secundum Archimedem sit minor. Item quia posita diametro 7. circumferentia minor est, quam 22. ex Archimede; erit quadratum circumferentiæ minus, quam 484. quod ad 49. quadratum diametri minorem, proportionem habet, quam decuplam; quippe cum 490. ad 49. proportionem habeant decuplam. Minor igitur est proportio quadrati circumferentiæ ad quadratum diametri, quam decupla.

SIMILI modo reiicienda est ratio quadrandi circuli per numeros Alberti Dureri, qui existimat, diuisa diametro circuli in octo partes æquales, diametrum quadrati circulo æqualis esse 10. adeo ut diameter quadrati circulo æqualis ad diametrum circuli proportionem habeat, quam 10. ad 8. quod etiam falsum est. Nam cum quadratum diametri 10. sit 100. & duplumque quadrati, cuius diameter est 10. & quod circulo diametri 8. dicitur æquale: erit quadratum circulo æquale 50. Sed ex diametro 8. reperitur area circuli maior, quam vera,  $50\frac{2}{7}$ . ut cap. 7. lib. 4. Num. 4. tradidimus. Vera ergo circuli area maior erit, quam  $50\frac{2}{7}$ . atque adeo multo maior, quam 50. Est igitur quadratum Alberti minus area circuli, non autem æquale.

2 IAM vero, ut ad quadraturam circuli per lineas aggrediamur, pudet me refellere illam, quæ imperitis vera esse videtur, & quam sciolus, nescio quis, Campano Mathematico non indocto affinxit, typisque mandauit. Est autem talis. Linea recta circumferentiæ circuli æqualis (quo pacto autem eiusmodi linea inueniatur, non docet) secetur in 4. partes æquales, ex quibus quadratum constituatur. quod sciolus ille circulo dicit esse æquale. quæ res omnino Geometra indigna est, & plane ridicula. Si enim quadratum illud circulo est Isoperimetrum; b circulus autem omnium figurarum rectilinearum sibi isoperimetrarum capacissimus est, quis non videt, quadratum illud circulo minus esse?

3 DE Tetragonismo etiam Hippocratis Chij nihil dicerem, nisi in eius demonstratione acumen ingenij lateret, quamuis metam propositam non attingat. Ita enim progreditur. Sit quadratus circulus AFBE, cuius diameter AB, ex qua describatur quadratum ABCD, e circa quod circulus describatur ABCD, cuius diameter BD, datum circulum AFBE, secet in E. Ducta ergo recta AE, d erit angulus AEB, in semicirculo rectus, e ideoque perpendicularis AE, diuidet basem BD, trianguli Isoscelis ABD, bifariam: ac proinde E, centrum erit circuli ABCD. f Et quia quadratum diametri BD, duplum est quadrati diametri AB; g estque ut quadratum BD, ad quadratum AB, ita circulus ABCD, ad circulum AFBE: erit quoque circulus circuli duplus; & semicirculus BAD, semicirculi AEB; ideoque semif. s semicirculi BAD: id est, quadrans ABE, h (est enim ABE, quadrans,

Circuli quadratura per numeros secundum Arabes falsa.

Quadratura circuli per numeros ex Alberto Durero falsa. a schol. 47. primi.

Falsa quadratura circuli per lineas Campano ascripta.

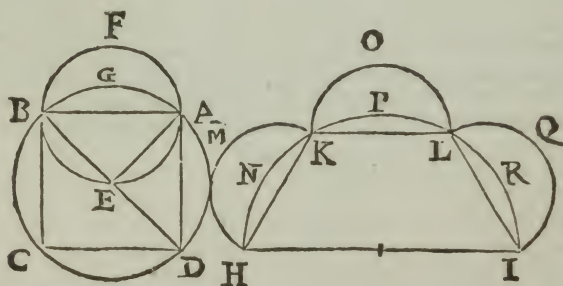
b 13. huius.

Quadratura Hippocratis Chij. c 9. quinti d 31. tertij. e schol. 26. primi. f schol. 27. primi. g 2. duodec.

ob



ob angulum rectum in centro E, ) semicirculo AFB, æqualis: Dempto igitur communi segmento AGB, reliquum triangulum AEB, reliquæ Lunulæ AFBGA, æquale erit: ac proinde si triangulo fiat quadratum æquale, erit idem hoc quadratum Lunulæ AFBGA, æquale. Atque ita quadrata est Lunula AFBGA.



DEINDE sit recta HI, diametri AB, dupla, circa quam semicirculo descripto, aptentur in eo tres rectæ semidiametro huius circuli, hoc est, diametro AB, æquales HK, KL, LI, continentes semissim hexagoni: a cum latus hexagoni sit semidiametro æquale. Descriptis autem circa illas tres rectas semicirculis HMK, KOL, LQI, qui semicirculo AFB, æquales sunt, propter diametros æquales; b quoniam quadratum rectæ HI, quadrati rectæ HK, quadruplum est. quod latus lateris sit duplum: c erit quoque circulus diametri HI, circuli diametri HK, quadruplus, & semicirculus HKLI, semicirculus HMK, KOL, LQI, AFB, æqualis erit: demptisque segmentis communibus HNK, KPL, LRI, reliquum trapezium HKLI, æquale erit tribus Lunulis HNK, KPL, LRI, una cum semicirculo AFB. Si igitur tres, illæ Lunulæ quadrentur, ut traditum est, & tribus illis quadratis auferatur ex trapezio rectilineum æquale, hoc est, d inquiratur excessus trapezij super tria illa quadrata; erit excessus hic rectilinea figura semicirculo AFB, æqualis. e Si igitur huic figuræ quadratum fiat æquale, erit idem hoc quadratum semicirculo AFB, æquale; & quadratum ex illius quadrati diametro descriptum toti circulo AFB, æquale. f quod tam quadratum quadrati duplum sit, quam circulus semicirculi. Quadratus ergo circulus est.

HAEC est quadratura Hippocratis, acuta quidem, quod Lunulam AGBF, vere quadraverit, vitiosa autem, quod tres Lunulas HNK, KPL, LRI, quadratas à se esse arbitratur, quod verum non est. Solum enim ex eius demonstratione Lunula ea quadratur, cuius inferior peripheria est quarta pars peripheriæ alicuius circuli, superior autem semicirculus alterius circuli, qualis fuit Lunula AGBF. Nam AGB, quarta pars est circumferentiæ ABCD, & AFB, semissis peripheriæ AFB. At eiusmodi non sunt

tres

eres aliæ Lunulæ, quippe cū earū peripheriæ inferiores  $HNK, KPL, LRI$ , sint sextæ partes totius circūferentiæ, quāvis peripheriæ superiores sint semicirculi, vt in illa: quæ nondum sunt quadratæ. Quod si inuenta esset ars quadrandi huiusmodi Lunulas, verissime quoque quadraretur circulus, sine inuentione lineæ rectæ circuli peripheriæ æqualis, quæ sine res foret præclara.

COLLIGITVR ergo ex hac ratione Hippocratis, quadraturam circuli esse possibilem, cum sicut Lunula  $AGBF$ , quadrata est, ita quoque Lunulam  $HNKM$ , quadrari posse, nihil obstat, quamuis adhuc non sit à quouam quadrata. Et certe, vt quidam recte affirmat, quod hic ostenditur ab Hippocrate de Lunula  $AGBF$ , quæ pars est circuli  $AFBE$ , nihil idem prohibet de circulo toto sciri posse, etiam non inuestigata quantitate peripheriæ circuli, cum solum desit ars quadrandi Lunulam  $HNKM$ . Immo plus aliquanto dubitationis inferret inuentio quadraturæ Lunulæ  $AGBF$ , non cognita, quam circuli.

4 **MVLTA** quoque hic dicenda essent de falsis aliorum quadraturis, sed quia hæc vel se ipsas produnt, cum in progressu earum facile appareat, aliquid deesse ad constituendum circulo æquale quadratum, cuiusmodi est quadratura Iacobi Falconis Equitis Hispani, qui sine inuentione lineæ rectæ, quæ peripheriæ sit æqualis, circulum quadrare conatur: vel ab alijs iam dudum sunt confutatæ, nimirum Nicolai Cusani Cardinalis quadratura à Ioanne Regiomontano, ac Ioanne Buteone, & Orontij Finæi Tetragnonismus tum ab eo dem Buteone, tum à Petro Nonio Lusitano in libello de Erratis Orontij: quorum vterque varijs uijs lineam rectam circumferentiæ æqualem se inuenisse putauit, nihil omnino dicendum mihi esse statuo, ne frustra tempus terere inutiliter videar. Quamobrem solum hoc loco eam quadraturam subiiciam, & plenius aliquanto exponam, quam ad finem lib. 6. Euclid. conscripsi, quæ videlicet per lineam Quadratricem (sic enim eam appellare lubet) lineam rectam inuenit circuli æqualem. Hæc enim via licet ad Geometrice inueniendum punctum quoddam, nonnihil in ea desideretur, accuratior tamen est omnibus alijs, quas hactenus videre potui; ita vt prædixi à scopo aberrare non possimus. Vt autem clare atque ordinate procedam, absoluiam totum negotium paucis quibusdam propositionibus.

Quid desideretur in Hippocratis quadratura.

Cur de falsis aliorum quadraturis hic nihil dicatur.

Quæ non quadratura per lineas hic explicetur.

## I.

## QVADRATRICEM lineam describere.

**DINOSTRATVS**, & Nicomedes, vt auctor est Pappus Alexandrinus in 4. lib. Mathematicarum collectionum, lineam quandam inflexam excogitarunt ad circuli quadraturam, ideoque ab officio  $\pi\epsilon\pi\alpha\rho\epsilon\nu\iota\varsigma\tau\alpha$  ab eisdem est appellata: à nobis vero eadem de causa quadratrix dicitur. Quamquam autem prædicti auctores conentur huiusmodi lineam describere per duos motus imaginarios duarum rectarum se se interfecantium, qua in re principium (vt philosophi loquuntur) petunt, vt propterea à Pappo reiiciatur, tanquam inutilis, & quæ describi non possit: nos ta-

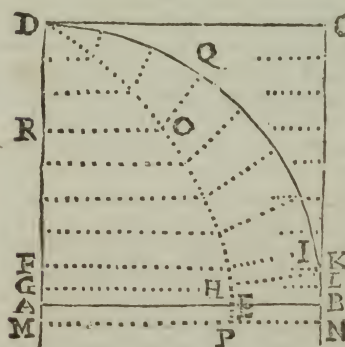
men



men eam sine illis moribus Geometricè delineabimus per inuentionem quorū uis punctorum, per quæ duci debeat; quemadmodum in descriptionibus conicarum sectionum fieri solet.

Quadratrix  
descri-  
ptio.

5 SIT ergo in quadrato ABCD, descriptus Quadrans B D. Si igitur, ut volunt inuectores lineæ Quadratricis, tam semidiameter A D, æquabiliter ferri intelligatur circa centrū A, quā latus quadrati supremū CD, deorsum uersus æquabiliter quoque: ita ut, quo tēpore punctū D, circumferentiam DB, uniformi semper motu percurrit, eodē recta DC, uniformi etiā motu descendēs ad latus AB, perueniat, sic ut, ut perpetuo sit lateri AB, parallela, & cū lateribus AD, BC, angulos rectos efficiat, secabunt se mutuo cōtinue semidiameter in circumferentia DB, circumacta, & recta DC, deorsum lata, in punctis, quæ lineam Quadratricem describent: hoc est, per quæ lineæ Quadratrix transibit, cuiusmodi est lineæ inflexa DE. Sed quia duo isti motus uniformes, quorum unus per circumferentiam DB, fit, & alter per lineas rectas



DA, CB, effici non possunt, nisi proportio habeatur circularis lineæ ad rectam, merito à Pappo descriptio hæc reprehenditur: quippe cum ignota adhuc sit ea proportio, & quæ per hanc lineam inuestiganda proponatur. Quare nos Geometricè eandem lineam Quadratricem describemus hoc modo. Arcus BD, in quouis partes æquales diuidatur, & latus utrumque AD, BC, in totidem æquales partes. Facillima diuisio erit, si & arcus DB, & utrūq. latus AD, BC, secetur primū bifariam, deinde utraque semissis iterum bifariam, atque ita deinceps, quantum libuerit. Quo

autem plures extiterint diuisiones, eo accuratius Quadratrix lineæ describitur. Nos ad confusionem uitandam secumimus tam arcum DB, quam duo latera AD, BC, in octo tantum partes æquales.

DEINDE bina puncta laterum AD, BC, æqualiter distantia à latere DC, vel AB, coniungantur lineis rectis occultis, atque ex centro A, aliæ rectæ occultæ ad singula diuisionum puncta Quadrantis DB, extendantur. Vbi enim hæ rectæ priores rectas interfecabunt, prima primam, secundam, secundam, &c. per ea puncta Quadratrix lineæ congruenter ducenda est, ita ut non sit sinuosa, sed æquabiliter semper progrediatur nullum efficiens gibbum, aut angulum alicubi: quæ est lineæ inflexa DE, secans semidiameter AB, in E.

6 SED quia punctum E, in latere AB, inueniri Geometricè non potest, cum ibi omnis sectio rectarum cesset: ut illud sine notabili errore, qui scilicet sub sensum cadat, reperiamus: utemur hoc artificio: Infimam partem AF, lateris AD, si satis exigua non sit, secabimus bifariam continue, donec infima particula sit perexigua: Eodemque modo infimam partem BI, arcus DB, bifariam continue secabimus, donec tot fiant subdivisiones, quæ in parte AF, factæ sunt, ut particula BK, talis pars sit totius arcus DB, qualis

lis pars est AG, totius lateris AD. Particulæ deinde AG, æquales abscindemus BL, BN, AM, ducemusque rectas occultas GL, MN. Ducta vero ex A, centro recta occulta AK, quæ secet GL, in H, puncto, quod accuratissime notetur (adhibito videlicet Lemmate Probl. 1. lib. 2. ut concursus H, quam exquisitissime reperiatur) sumemus ipsi GH, æqualem MP. Si enim Quadratricem vsque ad H, descriptam continuabimus æquabili, atque vniformi extensione vsque ad P, secabit Quadratrix linea latus AB, in E. puncto, quod queritur. Nam propter paruum rectarum GH, AE, MP, inter se distantiam efficitur, vt ferme sint æquales, licet Geometricè loquendo recta AE, semper maior sit aliquanto, quantumuis parum ex rectæ inter se distent: sed excessus ille circino deprehendi non potest: adeo vt arcus circuli ex A, per H, P, descriptus verum punctum E, quod ad sensum attinet, indicare videatur. Id quod etiam in circumferentia circuli contingit. Rectæ namque GL, AB, MN, si parum inter se distent, in circulo omnino æquales iudicabuntur, quamuis verè AB, aliquanto maior sit. Itaque si tres illæ rectæ GH, AE, MP, perexiguam habeant distantiam inter se, dubitari non potest, punctum E, in quo quadratrix linea semidiametrum AB, secat, ab eo, quod vere in Quadratrice ibi existit, non differre notabiliter: dummodo puncta H, P, exquisite & summa adhibita diligentia, inuenta sint.

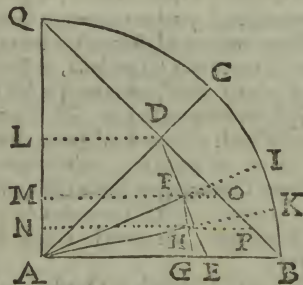
RECTAM porro AD, vocabimus latus Quadratricis: & rectam AE, eiusdem basem: ac denique punctum A, centrum eiusdem.

7 VERVM puncta Quadratricis prope basem certius inueniemus: (si ne intersectionibus linearum, quæ ibi valde obliquæ sunt) per lineas perpendiculares: hoc modo. Ducta chorda Quadrantis BQ, secetur in D; bifariam: quod fiet, si ex A ad C, punctum medium Quadrantis recta ducatur. Hæc enim rectam BQ, secabit bifariam. Deinde rectæ AD, sumatur æqualis AE; iunctaque recta DE, secetur bifariam in F. quod etiam fiet, si ex A, ad I, punctum medium arcus BC, ducatur AI. Hæc enim chorda BC, (si duceretur) secaret bifariam: ac proinde & rectam DE, quæ chordæ BC, est parallela: propterea quod latera AB, AC, in triangulo ABC, proportionaliter secantur in D, E: quippe cum tam AB, AC, quam AE, AD, æquales sint. Rursus rectæ AE, capiatur æqualis AG, iunctaque FG, secetur bifariam in H. quod etiā fiet per rectam AK, ductam ad K, punctum medium arcus BI. Atque hoc modo, si rectæ AH, æqualis accipiat, & reliqua fiant, vt prius, inuenietur aliud punctum inter H, & G. Et sic deinceps quotuis alia puncta reperiemus viciniore ipsi AB, per lineas perpendiculares, non autem per obliquas sectiones, vt in priori figura. Est enim AD, ad DB, perpendicularis f& A E, ad DE, & DH, ad FG, &c.

OMNIA vero hæc puncta inuenta D, F, H, &c. esse in Quadratrice, ita

Z z

osten-



Latus basis  
& centrum  
Quadratri-  
cis.

a schol. 27  
tertij.

b schol. 27.  
tertij.

c schol. 4. se  
xii.

d 2. sexti.

e 3. tertij.

f schol. 26.

primi.



a 2. *sexti.*b 2. *sexti.*c 2. *sexti.*

ostendo. Ductis DL, FM, HN, ipsi A B, parallelis secantibus BD, in O, P; erit ut BD, ad DQ, ita AL, ad LQ, ideoque & AQ, secta erit in L, bifariam. Sectus autem est & arcus BQ, in C, bifariam. Igitur, ut ostensum est, punctum D, est in Quadratrice. Rursus quia DE, secta est bifariam in F, b erit quoque DB, secta bifariam in O, c ideoque erit ut EF, ad FD, ita BO, ad OD. Sed ut BO, ad OD; ita est AM, ad ML, & ut EF, ad FD, ita arcus BI, ad IC. Ergo ut ostendimus, secabunt se se AI, MO, in puncto Quadratricis. Eademque ratio est de alijs punctis hac arte inuentis.

8 E S S E porro lineam hanc inflexam DE, à nobis Geometricè descriptam, eandem, quam Dinostratus, & Nicomedes per duos illos motus imaginarios describi concipiebant, perspicuum est. Nam si semidiameter AD, in priori figura circa centrum A, per arcum DB, eodem tempore moueatur motu vniformi, quo latus DC, deorsum fertur motu quoque vniformi: sit ut quando semidiameter AD, pertransiuit quamcunque partem arcus DB, tunc latus DC, similem partem laterum DA, CB, percurrerit. Alias aut duo illi motus non essent vniformes, aut non eodem tempore ad latus AB, tam semidiameter AD, quam latus DC, perueniret. Cum ergo rectæ ex centro A, per partes arcus DB, emissæ, & lineæ parallelæ per partes laterum DA, CB, ductæ abscindant semper ex arcu DB, & ex lateribus DA, CB, partes similes, ex constructione: liquido constat, puncta lineæ inflexæ DE, à nobis Geometricè inuenta, à punctis, quæ à duobus illis motibus reperiuntur, non differre.

H A E C igitur est descriptio lineæ Quadratricis Geometricæ quodammodo, quemadmodum & conicarum sectionum descriptiones, quæ per puncta etiam sunt, ut ab Appollonio traditur, Geometricæ dicuntur, cum tamen errori magis sint obnoxie, quam nostra descriptio, propter inuentionem plurimarum linearum mediarum proportionalium, quæ ad earum descriptiones sunt necessariae, quibus in Quadratricis descriptione opus non est. Quare nisi quis totam conicarum sectionum doctrinam, quam tanto ingenij acumine Appollonius Pergæus persecutus est, ut propterea Magnus Geometra appellatus sit, reijcere velit, tanquam inutilem, & non Geometricam, (quod neminem in Geometria peritum facturum existimo, cum sectiones conicas ad demonstrationes adhibuerint præstantissimi Geometre. Nam Menechmus Hyperbola, ac Parabola vsus est in duarum linearum mediarum proportionalium inter quasuis duas rectas inuentione; Et Archimedes ipse multa præclare de iisdem sectionibus conicis demonstrauit: ac denique eiusmodi sectiones insignem vsum habent in re Gnomonica, ut ex nostra Gnomonica apparet) admittere omnino cogetur, hanc descriptionem nostram Quadratricis lineæ esse quodammodo Geometricam. Adde quod linea conchilis, qua Nicomedes duas medias lineas proportionales acutissime inuestigat, per puncta etiam describitur, ut lib. 6. propof. 15. diximus.

H A B E T linea hæc Quadratrix multas, & insignes utilitates, quarum nonnullas ad finem lib. 6. Euclid. demonstrauimus, quas hoc loco repetere superuacaneum est. Solum igitur eius vsum in quadrandis circulis hic exponemus. Qua in re indigemus tantummodo ultimo puncto E, in priori figura, etiamsi nullum aliud Quadratricis punctum inuentum esset quod quidem ultimum punctum licet Geometricè, ac præcise non reperiatur: tamen

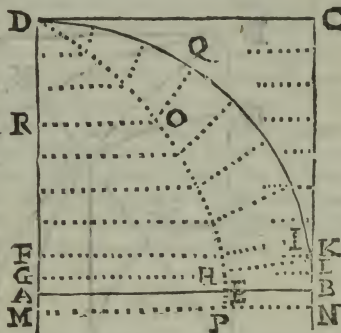
6 ar-

fi artificium posterioris figuræ adhibeatur, non aberrabimus à vero puncto notabiliter, ut supra diximus. Quando namque deprehensum fuerit, ultimam perpendicularem AH, æqualem esse precedenti ultimæ lineæ translatae AG, ita ut nulla differentia inter illas per circinum discernatur: sumi poterit citra errorem notabilem ultimum illud punctum G, pro puncto extremo Quadratricis: Sin minus, ducendæ erunt aliæ perpendiculares eo artificio, quo AF, AH, ductæ sunt, donec inter ultimam, & postremo loco inuentam rectam in semidiametro AB, nullum appareat discrimen. cuius quidem rei operatio ipsa optimus erit magister.

COROLLARIUM.

9 EX descriptione Quadraticis colligitur, si ex centro A, ducatur recta utcumque AQ, secans arcum Quadrantis in Q, & Quadratricem in O; ita esse arcum BD, ad arcum BQ, ut est semidiameter AD, ad rectam A R, ducta prius OR, ipsi AB, parallela: a ac proinde & ad rectam, quæ ex O, ad A B, demittitur perpendicularis. a 34. primi.

Quia enim eadem pars est arcus DQ, totius arcus DB, quæ pars est recta DR, totius semidiametri DA, quippe cum in descriptione Quadratricis arcus DQ, totius arcus DB, tot par tículas complectatur, quot partes recta DR, totius DA, continet: quandoquidem rectæ AQ, RO, se se intersecant in O, puncto Quadratricis. Neque hæc similitudo impeditur, etiamsi tam arcus DQ, toti arcui DB, quam recta DR, toti lateri DA, sit incommensurabilis, cum, perpetuo Quadratrix eadem vniformitate progrediatur per omnia sua



b 19.914:41

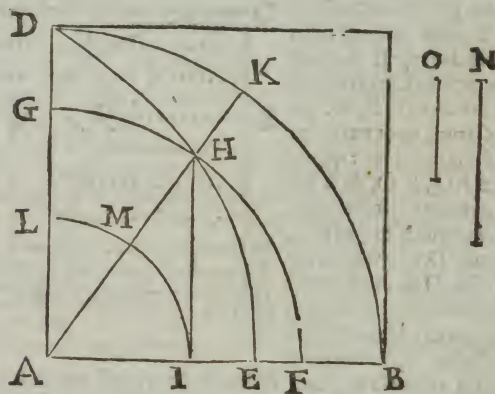
C 34 primi.



## I I.

SI Quadrantis, & Quadratricis idem centrum sit; erunt arcus Quadrantis, semidiameter, & basis quadratricis continuè proportionales.

H AE C est eximia, atque insignis proprietas Quadratricis. Sit Quadrans, & Quadratrix ex eo descripta, vt supra. Dico arcū BD, semidiametrum AD, & Quadratricis hassem AE, continuè esse proportionales, hoc est, ef se BD, ad AD, vt AD, ad AE. Sin minus, sit vt BD, ad AD, ita AD, ad AE.



a 15. quinti  
b 15. quinti  
c 11. quinti  
d 9. quinti.

maiorē ipsa AE, minorēue: sitq. primū AF, maior, quā AE. Descripto ex centro A, Quadrante FG, per F, secante quadratricē in H, ducatur per H, semidiameter AHK, demittaturque perpendicularis HI. Quoniam igitur ponitur arcus BD, ad rectā AD, vt AD, hoc est, vt AB, ad AF; estq. vt AB, semidiameter ad semidiametrum AF, ita arcus BD, ad arcū FG; (Cū enim sit, vt lib. 4. c. 7 propof. 1. demonstrauimus, diameter ad diametrum, vt circūferentia ad circūferentiam; a erit quoq. semidiameter AB, ad semidiametrum AF, vt eadem circūferētia ad eādē circūferentiā; b ac proinde etiam, vt quarta pars circūferētiæ ad quartā partē circūferētiæ, hoc est, vt arcus BD, ad arcū FG.) c Erit quoque arcus BD, ad rectam AD, vt idem arcus BD, ad arcum FG; d ac propterea æquales erunt recta AD, & arcus FG. Quia vero ex præcedenti coroll. e h, vt arcus BD, ad arcum BK, ita recta AD, ad rectam HI, & vt arcus BD, ad arcum

arcum

arcum BK, ita est arcus FG, ad arcum FH, & quod arcus BD, BK, arcus FG, FH, similes sint; *b* erit quoque recta AD, ad rectam HI, ut arcus FG, ad arcum FH. Cum ergo ostensa sit recta AD, arcui FG, æqualis: *c* erit quoque recta HI, arcui FH, æqualis. quod est absurdum. Est enim recta HI, minor arcu FH, cum ea sit semissis chordæ subtendentis arcum duplum arcus FH: *d* (Nam recta AF, secat eam chordam bifariam; *e* ac proinde & arcum) chorda autem semper suo arcu minor sit. Non ergo est arcus BD, ad semidiametrum AD, ut AD, ad rectam maiorem basē AE, Quadratricis.

SI *f* deinde, si fieri potest, ut arcus BD, ad AD, ita AD, ad A I, minorem basē AE. Descripto igitur ex centro A, per I, Quadrante I L, erigatur ex I, ad AE, perpendicularis I H, secans Quadratricem in H, puncto, per quod semidiameter ducatur AK, secans arcum IL, in M. Ostendemus ergo, ut prius, arcum I L, rectæ AD, æqualem esse. Item ita esse arcum BD, ad arcum BK, hoc est, arcum IL, ad arcum IM, ut est recta AD, ad rectam HI. Quare cum arcus IL, ostensus sit æqualis rectæ AD; ferit quoque arcus IM, æqualis rectæ HI. quod est absurdum. Est enim recta HI, maior arcu I M. Nam si ex H, duceretur versus G, alia recta tangens circulum IL, sicut HI, eundem tangit in I, *g* essent hæ duæ tangentes æquales, arcusque inter eas interceptus secaretur bifariam in M, *h* propterea quod angulus ab eis comprehensus bifariam diuiseretur à recta AH, *i* ac proinde & angulus in centro A, si ad alterum punctum contactus recta adiungeretur: *k* ideoque arcus, quibus insistant, æquales forent. Igitur cum, ut lib. 8. propos. 1. probabimus cum Archimede, duæ illæ tangentes simul maiores sint arcu ab eis comprehenso, erit & earum semissis HI, maior semisse IM, illius arcus. Non est ergo arcus BD, ad semidiametrum AD, ut AD, ad rectam minorem basē AE, Quadratricis; sed neque ut AD, ad maiorem, sicut ostensum est. Igitur ut AD, ad ipsam basē AE, quod demonstrandum erat.

## COROLLARIUM I.

HINC facile rectam reperiemus arcui Quadrantis, ex quo Quadratrix descripta est, ac proinde & semicircumferentiæ, immo & toti circumferentiæ æqualem.

QVONIAM est arcus BD, ad semidiametrum AD, ut AD, ad basem Quadratricis AE; erit conuertendo quoque AE, ad AD, ut AD, ad arcum BD. Si igitur duabus rectis AE, AD, inueniatur tertia proportionalis; *l* erit AD, ad eam tertiam, ut ad arcum BD, cum utraque proportio sit eadem, quæ AE. *m* Quare tertia illa proportionalis arcui Quadrantis BD, æqualis erit: Et si duplicetur, fiet recta æqualis semicircumferentiæ eiusdem circuli: Si vero quadruplicetur, fiet recta toti circumferentiæ æqualis.

*a schol. 33  
sexii.*

*b 11. quinti  
c 14. quinti.*

*d 3. tertij.  
e schol. 27.  
tertij.*

*f 14. quinti*

*g 2. coroll.  
36. tertij.*

*h schol. 27.  
tertij.*

*i 4. vel 8  
primi.*

*k 26. tertij.*

Rectam circumferentiæ circuli æqualem reperire.

*l 11. quinti.  
m 9. quinti.*

CO.





## COROLLARIUM III.

EX his quoque inferitur, si duę rectę N, O, in præcedenti figura eandem proportionem habeant, quam A D, A E, minor autem O, statuatur semidiameter circuli alicuius, maiorem N, æqualem esse arcui Quadrantis illius circuli.

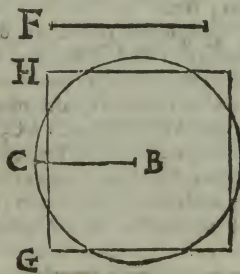
C V M enim sit A D, ad A E, vt N, ad O; erit permutando A D, ad N, vt A E, ad O. Vt autem A E, ad O, ita est Quadrans semidiametri A E, ad Quadrantē semidiametri O, vt lib. 4. cap. 7. propos. 1. demonstrauimus. *a 11. quinti*  
Igitur erit quoque A D, ad N, vt Quadrans semidiametri A E, ad Quadrantem semidiametri O. Cum ergo A D, æqualis sit ostensa Quadranti semidiametri A E; *b 14. quinti* erit quoque N, æqualis Quadranti semidiametri O. quod est propositum.

## III.

DATO circulo quadratum æquale constituere.

SIT quadrandus circulus ad interuallum semidiametri B C, descriptus. Tribus rectis A E, basi Quadratricis; A D, lateri eiusdem præcedentis figure, & rectę B C, inuenta quarta proportionali F; erit ex coroll. 3. antecedenti recta F, quadrati circuli dati æqualis, atque eius dupla semicircunferentię æqualis erit. Inuenta autem inter semidiametrum B C, & duplam ipsius F, media proportionali G H: Dico quadratum ex G H, descriptum æquale esse circulo ad interuallum B C, descripto. *c* Quoniam enim rectangulum sub B C, semidiametro, & sub semicircunferentię circuli, id est, sub dupla rectę F, inuentę, æquale est circulo: *d* Prædicto autē rectangulo æquale est quadratū lateris G H; erit quoque quadratum lateris G H, circulo semidiametri B C, æquale.

VERVM vt expedite linea recta inueniatur æqualis quartę parti circumferentię dati circuli, atque idcirco & semicircunferentię, vel toti circumferentię, construenda erit figura eiusmodi. Fiat angulus rectus D A E, rectęque A D, æqualis sit semidiametro Quadrantis, ex quo Quadratrix descripta



Quadratū circulo æquale exhibere.

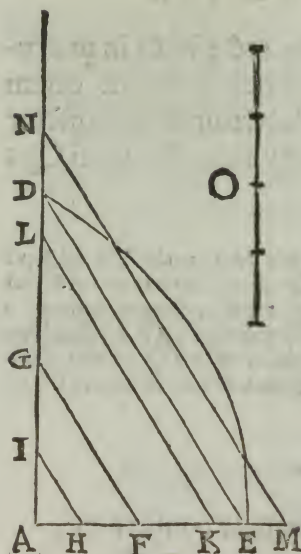
*c 4. Isoperimetrorum.*

*d 17. sexti.*

Facilis inuentio rectę æqualis circūferentię.



a 4. sexti.



parti circumferentiæ cuiusvis circuli, si eius semidiametro ex recta A E, æqualem lineam abscindemus, ab eiusque extremo rectæ D E, parallelam ducemus, &c.

Facilis in-  
uentio qua-  
drati circulo  
æqualis.

b 1. quinti.

c coroll. 8.  
sexti.

V T quoque sine vlllo labore dato cuicunque circulo quadratum æquale exhibeamus, vtendum erit hoc artificio. Inuento semel latere quadrati alicui circulo æqualis, vt paulo ante docuimus, construemus figuram ad quadrandos alios circulos quoscunque accommodatissimam, hoc modo. Datur circulus ABC, diametri AC, sitque AB, media proportionalis inter semidiametrum, & rectam semicircumferentiæ æqualem inuentam ex præcedenti figura, ita vt quadratum rectæ AB, circulo diametri AC, sit æquale: b accommodetur AB, in circulo, quæ certius applicabitur, si forte circinus ex A, ad intervallum datæ AB, descriptus nimis oblique peripheriam ABC, secet in B, hoc modo. Duabus rectis, nimirum diametro AC, & lateri AB, quadrati inuento reperiatur tertia proportionalis AD. Perpendicularis namque DB, cadet in punctum B, in quod latus inuentum duci debet: c propterea quod tres rectæ AC, AB, AD, sunt continue proportionales: quemadmodum recta AC, latus quadrati inuentum, & AD, continuam servant proportionem, ex constructione. Liquet autem inter AC, AD, vnâ tantum posse esse mediam proportionalem. Hac figura extructa, dicto citius quemcunque circulum quadrabimus. Si namque diametro dati circuli rectam æqualem abscindemus AF, circa quam semicirculus describatur, ressecabit is ex recta AB, latus AE, cuius quadratum circulo da-

ro

scripta est; & A E, basi eiusdem Quadratricis æqualis. Vel certe ex centro A, noua Quadratrix describatur DE, cuius latus AD, & basis A E. Ducta namque recta DE, constructa erit figura aptissima ad rectam circumferentiæ dati circuli æqualem inueniendam. Si enim circuli quadrandi semidiametro abscindatur æqualis A F, ducaturque FG, ipsi D E, parallela; erit ex coroll. 3. antecedenti AG, æqualis quartæ parti circumferentiæ dati circuli, cuius semidiameter nimirum est AF, (quemadmodum A D, quartæ parti circumferentiæ circuli semidiametri A E, æqualis est, vt ex coroll. 2. præcedenti constat) & propterea quod A F, A G, eandem habent proportionem, quam A E, A D. Eadem ratione, ductis HI, KL, MN, eidem DE, parallelis, erunt AI, AL, AN, æquales quartis partibus circumferentiarum circulorum ex semidiametris A H, A K, A M, descriptorum. Hæ autem rectæ duplicatæ semicircumferentijs æquales erunt, &c. Atque hac arte inuenietur recta æqualis quartæ

est æquale. Quia enim angulus exter-  
nus AEF, interno ABC, æqualis est: *a*  
quod uterque in semicirculo rectus sit; *b*  
erunt EF, BC, parallelæ; ideoque trian-  
gula AEF, ABC, æquiangula. *c* Igitur  
erit CA, ad AB, ut FA, ad AE; Et per-  
mutando CA, ad FA, ut AB, ad AE. *d*  
Ideoque erit quoque quadratum ex AC,  
ad quadratum ex AF: *e* hoc est, ut circulus  
diametri AC, ad circulum diametri  
AF, ut quadratum ex AB, ad quadratum  
ex AE. Est autem circulus diametri  
AC, quadrato ex AB, per constructio-  
nem æquale. *f* Igitur & circulus diame-  
tri AF, quadrato ex AE, æquale erit. Ita  
quoque quadratum rectæ AG, circulo dia-  
metri AH, erit æquale. Et sic de cæteris.

I AM vero quoniam lib. 4. cap. 6.  
propof. 3, ex Archimede demonstravi-  
mus, quadratum diametri ad circulum  
habere ferme proportionem, quam 14.  
ad 11. si quis volet secundum hanc pro-  
portionem reperire quadratum circulo  
æquale; diuidenda erit recta AC, in 14.  
partes æquales, & ex vndecima parte  
D, (ita ut AD, contineat partes 11. &  
DC, 3.) excitanda perpendicularis DB, vsque ad circumferentiam circuli  
AC, descriptam. Recta enim ducta AB, latus erit quadrati circulo diame-  
tri AC, æqualis. *g* Cum enim tres rectæ AC, AB, AD, sint continue  
proportionales; *h* erit quadratum ex AC, ad quadratum ex AB,  
ut AC, ad AD, videlicet ut 14. ad 11. Cum ergo etiam sit, ut di-  
ximus, quadratum diametri ad circulum, ut 14. ad 11. ferme: *i* erit  
quadratum ex AC, ad quadratum ex AB, ut ad circulum diametri AC. *k*  
Igitur quadratum ex AB, circulo diametri AC, æquale erit. Quod si se-  
cundum varias diametros describantur circuli per A, transientes, abscin-  
dent quoque ij circuli ex recta AB, latera quadratorum illis circulis æqua-  
lium. Habes ergo viam facilem inueniendi quadratum circulo dato æqua-  
le, siue quadratricem nostram adhibeas, siue demonstrata ab Archimede  
sequaris.

## III.

DATO quadrato circulum æqualem describere.

SIT datum quadratum lateris AE, cui circulus æqualis est describendus.  
In proxima figura ex recta AB, abscindatur recta AE, dato lateri quadrati  
æqualis: Et ex E, ducatur ad AB, perpendicularis EF, secans AC, in F. Erig-

A a a

que

*a* 31. tertij.  
*b* 28 primi.

*c* 4. sexti.

*d* 22. sexti.

*e* 2. duodecim.

*f* 14. quinti.

Facilis in-  
uentio qua-  
drati circulo  
æqualis ex  
Archimede

*g* coroll. 2.

*h* sexti.

*i* coroll. 20.

*k* sexti.

*i* 11. quinti

*k* 9. quinti.



que circulus diametri A F, quadrato lateris A E, æqualis, vt ex proxime demonstratis liquet.

## COROLLARIUM.

EX his, quæ demonstrata sunt, construemus circulum cuiusque figuræ rectilineæ æqualem. Et contra cuiusque circulo figuram rectilineam æqualem constituemus, quæ alteri datæ figuræ rectilineæ cuiusque similis sit. Nam si datæ figuræ rectilineæ *a* describamus quadratum æquale, & huic quadrato circulum æqualem per hanc 4. propos. constituamus; erit idē hic circulus datæ figuræ rectilineæ æqualis.

RURSUS si per propositionem 3. dato circulo quadratum æquale construamus, huic autem quadrato *b* constituamus figuram rectilineam æqualem, & similem alteri datæ figuræ rectilineæ; erit eadem hæc figura rectilinea constituta, dato circulo æqualis. quod est propositum.

## V.

DATÆ rectæ lineæ circumferentiam circuli reperire æqualem.

IN secunda figura propos. 3. sit rectæ O, exhibenda æqualis circumferentia. Eius quartæ parti capiatur in latere Quadratricis A D, recta æqualis A I, ac per I, ipsi DE, agatur parallela I H. Eritq. circumferentia circuli ex diametro A H, descripti æqualis datæ rectæ O, propterea quod quarta pars eius circumferentiæ æqualis est rectæ A I, vt ostensum est; ac proinde tota circumferentia æqualis erit quadruplæ rectæ A I, hoc est, æqualis rectæ O, cuius quarta pars posita est recta A I. Datæ ergo rectæ circumferentiam æqualem reperimus. Quod faciendum erat.

## FINIS LIBRI SEPTIMI.

GEOMETRIAE  
PRACTICAE

LIBER OCTAVVS.



Varia Theoremata, ac problemata Geometrica  
demonstrans.



*T* extremam manum Geometriae  
huic nostrae practicae imponamus,  
concludemus eam varijs nonnullis  
Theorematis, atque problematibus  
Geometricis, tum collectis ex Geo-  
metris alijs, tum proprio, ut aiunt,  
Marte excogitatis, ac demonstra-  
tis. Qua in re exemplum illustre  
habemus in Pappo Alexandrino, qui  
octo totos libros conscripsit de Mathematicis collectionibus.  
Neque vero hoc praeter institutum nostrum existimare quis  
debet: cum per eiusmodi demonstrationes Geometricas stu-  
dioso Lectori via multiplex aperiatur ad inuestigandas simi-  
les speculationes in rebus Geometricis: quippe cum in ijs ad ex-  
ercendum ingenium amplissimum campum habeat. Est &  
alia causa, quae me ad hunc librum octauum conscribendum  
permouit, ne videlicet tot Theoremata, ac problemata non sine  
magno labore peruestigata pereant, cum ad nullam Geome-

Aaa 2

triae



*triæ partem magis proprie pertineant, quam ad hanc Geometriam practicam: præsertim quod pleraque eorum praxes Geometricas pertractent. Adde quod non pauci viri docti & graues ad hunc librum perscribendum auctores mihi, atque suosores fuerunt.*

## THEOR. I. PROPOS. I.

FIGVRA regularis circulo circumscripta maiorem ambitum habet, quam circulus.

H A E C est prima propositio Archimedis in lib. 1. de sphaera & Cylindro: quam demonstrat, hoc assumpto principio.

*Si duæ lineæ in plano eisdem habeant terminos, & in easdem partes curue sint, comprehendens comprehensa maior est.* quod quidem principium esse verum, ex eo euidenter intelligi potest, quod ex eo non solum Archimedes, verum etiam plurimi alij Geometrarum veteres, tum recentiores, innumera propemodum, atque admiranda Theoremata, problemataque demonstrarint, quæ ut verissima, ab omnibus recepta sunt; neque vnquam ex illo absurdi aliquid consecutum est, aut contra id quisquam hætenus à duobus ferme millibus annorum, noui quid commentus est. Hoc ergo posito principio, facilis est demonstratio Archimedis. Sit namque figura regularis A B C D E F, descripta circa circulum, cuius centrum N, tangens eum in punctis G, H, I, K, L, M. Quoniam igitur per præmissum principium rectæ A G, A M, maiores sunt arcu G M: Item B G, B H, maiores arcu G H, & sic de reliquis; erunt omnes rectæ simul conficientes totum ambitum figuræ, maiores omnibus arcubus simul conficientibus totam circuli peripheriam, quod erat demonstrandum.

## S C H O L I V M

C A R D A N V S in libro quinto de proportionibus propof. 201. conatur demonstrare, duas rectas circulum contingentes, cuiusmodi sunt A G, A M, maiores esse arcu intercepto G M, (quod Archimedes ex suo assumpto principio deduxit) præmissis tribus Lemmatibus, & vno principio, quorum primum est hoc.

## L E M M A I.

SI fuerint quatuor quantitates, & minor sit excessus inter

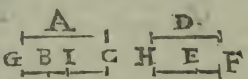
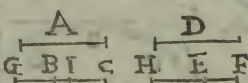
inter primam & secundam, quam inter tertiam & quartam; sitque prima non minor, quam tertia, maior vero quam secunda, Item tertia maior quam quarta: Erit minor proportio primæ ad secundam, quam tertiæ ad quartam.

SINTE quatuor quantitates A, B, C, D, E, F; sitque GB, excessus inter primam A, & secundam B, C, minor excessu

HE, inter tertiam D, & quartam E, F; Item prima A, non sit minor, quam tertia D: maior vero quam secunda B, C: Ac denique tertia D; maior sit quam quarta E, F;

Dico minorem esse proportionem primæ A, ad secundam B, C, quam tertiæ D, ad quartam E, F. Cum enim A, non minor sit, quam D:

at GB, minor, quam HE, & erit maior proportio A, ad GB, quam ad HE: Est autem A, (si est æqualis ipsi D) ad HE, ut D, ad HE; vel maior est proportio A, (si maior est, quam D,) ad HE, quam D, ad HE. Igitur maior erit proportio A, ad G B, quam D, ad H E. Si igitur fiat ut D, ad HE, ita A, ad GI, habebit quoque A, ad G B, maiorem proportionem, quam ad GI; & ac proinde erit GI, maior quam GB; ideoque IC, minor, quam B, C. & Maior ergo erit proportio A, ad I C, quam ad B, C. Et quoniam G C, ipsi A, æqualis, est ad G I, ut H F, ipsi D, æqualis, ad H E; Erit quoque per conuersionem rationis G C, hoc est, A, ad I C, ut H F, hoc est, ut D, & ad E F. Cum ergo ostensum sit, maiorem esse proportionem A, ad I C, quam ad B, C; erit quoque maior proportio D, ad E F, quam A, ad B, C, hoc est, A, ad B, C, minorem proportionem habebit, quam D, ad E F, quod est propositum.



a 3. quinti

b 10. quinti  
c 8. quinti

## LEMMA II.

SI circuli arcum duæ rectæ tangent in vno puncto coeuntes; & in eodem arcu aptentur quotlibet rectæ æquales diuidentes ipsum in partes totidem æquales. Erunt duæ illæ tangentes omnibus hisce chordis simul maiores,

TANGANT arcum AB, duæ rectæ A K, B K, coeuntes in K, aptenturque quotlibet rectæ in eo æquales A C, C D, D E, E F, F G, G B, diuidentes arcum in totidem partes æquales. Dico rectas A K, B K, simul maiores esse omnibus illis rectis subtenis simul. Productis enim rectis A C, B G, donec coeant in H; Item productis rectis C D, G F, donec concurrant in I,

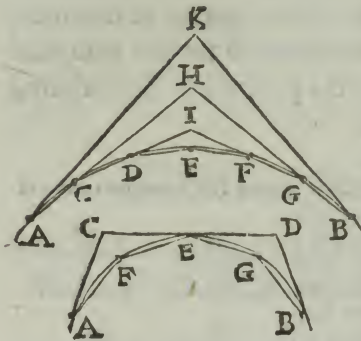
& sic



a 21. primi. & sic deinceps, si plures rectæ fuerint: a Erunt rectæ D I, F I, maiores re-

b 21. primi.

c 21. primi.



ctis DE, FE. Additis ergo æqualibus DC, FG; erunt etiam rectæ CI, GI; maiores rectis CD, DE, EF, FG, simul. b Sed C H, G H, maiores sunt rectis CI, GI. Igitur multo maiores erunt CH, GH, rectis C D, D E, E F, F G; additisque æqualibus AC, BG, maiores erunt A H, B H, simul quam AC, CD, DE, EF, FG, G B, simul. c Sunt autem & A K, B K, maiores, quam A H, B H. Igitur multo maiores erunt A K, B K, simul, quam AC, CD, DE, E F, FG, G B, simul. quod erat demonstrandum.

### LEMMA III.

SI circuli arcum tres rectæ tangant in duobus punctis coeuntes, ita ut contactu punctum medium diuidat arcum bifariam: In eodem autem arcu accomodentur quotlibet rectæ numero pares, & inter se æquales, Erunt tres illæ tangentes omnibus his simul sumptis maiores.

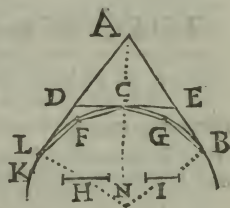
IN antecedente figura arcum AB, tangant tres rectæ A C, C D, D B, conuenientes in duobus punctis C, D, secantes ipsum bifariam in E. Accommodenturque in eodem arcu quotlibet rectæ æquales, & numero pares A F, F E, E G, G B. Dico tres AC, C D, D B, simul sumptas esse maiores rectis AF, FE, EG, GB, simul sumptis. Quoniam enim per Lemma præcedens AC, CE, maiores sunt rectis AF, FE: Item BD, DE, maiores rectis BG, G E; Erunt quoque A C, C D, D B, simul maiores rectis AF, FE, EG, GB, simul, quod ostendendum erat.

Principium  
Cardani.

H A E C ergo sunt tria lemmata, quæ Cardanus præmittit: quibus adiungit hoc postulatum, siue principium. Cum arcus quilibet maior sit quotcunque rectis in eo subtensis simul sumptis, & quo plures subtensæ fuerint, eo minori excessu arcus illas superet: fieri potest, ut tot subtensæ duci possint, ita ut excessus, quo arcus illas superet, minor sit quauis recta proposita. Hoc principium videtur esse manifestum, cum tam paruus arcus possit accipi, ut eius chorda illi fere æqualis sit; adeo ut sensus nullam percipere possit inter arcum, & chordam differentiam. A posteriori tamen illud confirmari

firmari potest per numeros. Posita enim proportione circumferentiæ ad diametrum ferme 31415926. ad 10000000. vt lib. 4. cap. 7. Num. 5. ex probatis auctoribus retulimus, deprehendemus, si arcus propositus continue secetur bifariâ per rectas subtensas, semper à præcedenti excessu plus dimidio auferri; & ac proinde tandem relinqui excessum omni quantitate minorem. *a 1. decimi.* Nam arcus verbi gratia graduum 4. erit 698131. & eius chorda ex tabula sinuum eruta 697990. ita vt arcus chordam superet hoc numero 141. Summa deinde duarum chordarum graduum 2. erit 698096. quæ superatur ab eodem arcu grad. 4. numero hoc 35. qui minor est semisse præcedentis excessus 141. ac proinde plus dimidio ab eo ablatum erit. Rursus summa quatuor chordarum gradus 1. erit 698120. quam idem arcus 4. graduum superat hoc numero 11. qui etiam minor est semisse proximi excessus 35. Item, summa 8. chordarum, quarum quælibet 30. minutis debetur, erit 698128. excessus autem inter eâ, & eundem arcum 4. graduum, numerus 3. qui minor quoque est, quam semissis proximi excessus 11. & sic deinceps. Scio confirmationem hanc propositi principij non esse demonstratiuam, cum proportio circumferentiæ ad diametrum colligatur ex eo, quod demonstrare conamur, nimirum figuram circulo circumscriptam habere maiorem ambitum ambitu circuli: eam tamen probabilem esse, nemo dubitabit, cum vix credibile videatur, (si illa proportio longe à vero abesset) excessus illos paulatim ita minui, vt semper minor numerus semisse præcedentis excessus relinquatur; adeo vt tandem nulla fore differentia inter arcum, & summam chordarum subtensarum reperiatur.

HIS præmissis, tangant duæ rectæ AB, AL, arcum BCL. Dico eas esse maiores arcu. Sint enim, si fieri potest, non maiores, ac proinde arcus BCL, sit vel æqualis rectis AB, AL, vel maior. Secto ergo arcu bifariam in C, ducatur DCE, tangens arcum in C. Diuisis quoque arcibus CB, CL, bifariam in G, F, iungantur rectæ BG, GC, CF, FL. *b 20. primi.* Et quia AD, AE, maiores sunt quam DE; additis DL, EB, communibus, quæ æquales sunt; (Nam iunctis rectis NA, NB, NL, ex centro N; quoniâ tria latera trianguli ABN, tribus lateribus trianguli ALN, æqualia sunt; *c 8. primi,* erunt tam anguli ad N, quam ad A, æquales; *d 26. tertij.* ideoque arcus CB, CL, æquales erunt; ac proinde recta NA, per contactum C, transibit, *e 18. tertij.* eritque ad DE, perpendicularis. Cum igitur duo anguli DAC, DCA, duobus angulis EAC, ECA, æquales sint, & latus adiacens AC, commune; *f 26. primi:* erunt latera AD, AE, æqualia: proptereaque, & reliquæ DL, EB, æquales erunt, cum tangentes AL, AB, æquales sint) erunt AL, AB, maiores tribus LD, DE, EB. Sit ergo excessus H. Rursus quia arcus BL, maior est rectis BG, GC, CF, FL, sit excessus I, qui minor sit excessu H. Si namque minor non est, diuidemus arcus LF, FC, CG, GB, bifariam, & hos rursus bifariam, &c. connectemusque rectas, donec fiat excessus minor excessu H, per superius principium Cardani. Quoniam igitur arcus LB, prima quantitas superat secundam, videlicet rectas LF, FC, CG, GB, simul excessu I; Et tertia quantitas, nimirum summa rectarum AL, AB, superat.





rat quartam, id est, summam rectarum LD, DE, EB, excessu H: Estque excessus I, minor excessu H; Et prima quantitas, hoc est, arcus BL, ponitur non minor, quam tertia ex AB, AL, conflata; item tertia AB, AL, maior, quam quarta LD, DE, EB; erit per 1. Lemma, minor proportio arcus BL, primæ quantitatis ad secundam LF, FC, CG, GB, quam tertiæ quantitatis AL, AB, ad quartam LD, DE, EB; a Et permutando minor erit proportio arcus L B, ad AL, AB, simul, quam rectarum LF, FC, CG, GB, simul ad rectas LD, DE, EB, simul. Sit ergo ut composita ex LF, FC, CG, GB, ad compositam ex LD, DE, EB, ita arcus BK, ad rectas AL, AB, simul: Eritque propterea minor etiam proportio arcus BL, ad AL, AB, simul, quam arcus BL, ad arcum BK; b ideoque arcus BK, maior erit arcu BL. Cum ergo eadem sit proportio rectarum LF, FC, CG, GB, simul ad LD, DE, EB, simul, quæ arcus BK, ad AL, AB, simul: sintque per 3. Lemma, rectæ LF, FC, CG, GB, simul minores, quam LD, DE, EB, simul; erit quoque arcus BK, minor, quam AL, AB, simul. Multo ergo minor erit arcus BL, duabus AL, AB, simul. Quare rectæ tangentibus AL, AB, simul maiores sunt arcu BL, quod erat ostendendum.

a schol. 27. quinti.

b 10. quin.

EST autem hæc demonstratio Cardani admirabilis, & non ab similibus illi, qua Euclid. in propof. 12. lib. 9. vitur. In utraque enim infertur conclusio demonstratione affirmatiua ex eius opposito, ut patet.

ATTULI hanc demonstrationem Cardani, non quòd vere Geometrica sit, nisi principium illud suum admittatur, sed quod ingeniosa sit & acuta. Sine tamen hac demonstratione concedendum erit, ambitum figuræ circumscriptæ esse maiorem peripheria circuli propter demonstrationem Archimedis, cum nihil unquam in contrarium à quoquam sit allatum, ut supra diximus.

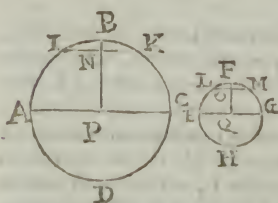
## THEOREMA 2. PROPOSITIO 2.

CIRCULORVM diametri inter se sunt, ut circumferentiæ.

HOC demonstrauimus nos in lib. 4. cap. 7. num. 3. propof. 1. idem; autem hic aliter demonstrabimus ex Pappo, hoc modo. Sint duo circuli

c 3. duodec.

d 15. quin.



AC, & recta, quæ circumferentiæ ABCD, sit æqualis, comprehensum, quadruplum est circuli ABCD; & rectangulum sub diametro EG, & circumfe-

circumferentia EFGH, quadruplum circuli EFGH, ex coroll. propos. 2. cap. 5. Num. 1. lib. 5. Igitur erit rectangulum sub diametro AC, & circumferentia ABCD, contentum, ad rectangulum sub diametro EG, & circumferentia EFGH, comprehensum, ut quadratum ex AC, ad quadratum ex EG; Et permutando erit rectangulum sub diametro AC, & circumferentia ABCD, ad quadratum ex AC, ut rectangulum sub diametro EG, & circumferentia EFGH, ad quadratum ex EG. *a 1. sexta* Est autem rectangulum sub AC, & recta, quæ circumferentiæ ABCD, sit æqualis, ad quadratum ex AC, ut recta circumferentiæ æqualis ad AC: propterea quod rectangulum, & quadratum eandem habent altitudinem AC. Eodemque modo est rectangulum sub EG, & recta, quæ circumferentiæ EFGH, sit æqualis, ad quadratum ex EG, ut recta circumferentiæ æqualis ad EG. Igitur erit, ut circumferentia ABCD, ad diametrum AC, ita circumferentia EFGH, ad diametrum EG: Et permutando circumferentia ad circumferentiā, ut diameter ad diametrum, quod denotandum erat.

## S C H O L I V M.

SVNT qui putent, frustra à Pappo hoc theorema demonstrari, cum videatur esse per se notum, ita esse circumferentiam cuiusvis circuli ad suam diametrum, ut est circumferentia alterius circuli ad suam diametrum: ac proinde permutando esse circumferentiam ad circumferentiam, ut est diameter ad diametrum. Qua in re mirum in modum decipiuntur. Cum enim à Ptolemaeo (quod & à nobis propos. 10. Sinuum factū est) demonstretur, maiorem esse proportionem maioris arcus ad minorem eiusdem circuli, quam chordæ ad chordam, (quod etiam de arcibus, & chordis in circulis inæqualibus verum est, nisi arcus illi similes sint, ut in sequenti Theoremate ostendemus) quis sine demonstratione concederet, eandem esse proportionem circumferentiæ ad circumferentiā, quæ est diametri ad diametrum? Quod si demonstratū esset, ita esse arcum cuiusvis circuli ad similem arcum alterius circuli, ut est chorda ad chordā, tū denique constaret ita esse circumferentiā ad circumferentiā, *b 15. quinti* ac proinde & semicircumferentiā ad semicircumferentiā, ut est diameter ad diametrum: propterea quod arcus semicirculorum similes sunt, quorum chordæ sunt diametri. Verum hoc demonstrari non potest, nisi prius demonstretur, ita esse circumferentiā ad circumferentiā, ut est diameter ad diametrum, ut in Theoremate sequenti constabit. Merito ergo, & non sine causa, theorema præcedens à Pappo fuit demonstratum.

## THEOR. 3. PROPOS. 3.

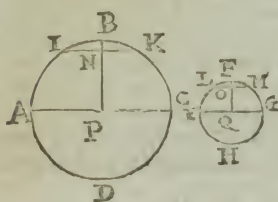
ARCUS cuiusvis circuli ad arcum similem alterius circuli eandem habet proportionem, quam chorda ad chordam. Et contra arcus eandem habentes proportionem, quam chordæ, similes sunt.

IN figura præcedentis propos. ducantur ad diametros perpendiculares  
B b b PB,



PB, QF, ex centrīs P, Q, diuidentes semicirculos in binos quadrantes: sint-  
 que arcus BI, BK, æquales, quibus similes capiuntur FL, FM; adeo vt toti  
 arcus IK, LM, similes sint, quorum chordæ IK, LM, bisariam sectæ sint  
 à semidiamentris in N, O. Dico eandem esse proportionem arcus IBK, ad  
 arcum LFM, quæ est chordæ IK, ad chordam LM, &c. Quoniam enim  
 est circumferentia AED, ad circumferentiam EFH, hoc est, quadrans AB,  
 ad quadrantem EF, vt diameter AC, ad  
 diametrum EG; hoc est, vt semidiamete-  
 ter PB, ad semidiametrum QF. Est  
 autem, vt quadrans AB, ad quadrantem  
 EF, ita arcus IB, ad arcum LF, cum si-  
 miles ponantur. Igitur erit quoque ar-  
 cus IB, ad arcum LF, vt semidiameter  
 PB, ad semidiametrum QF. Cum ergo  
 ex Lemmate propof. 1. lib. 1. nostri Gno-  
 monicæ, vel ex Lemmate 5. lib. 1. nostri  
 Astrolabij, ita se habeat P B, sinus totus

c 15. quinti



d 15. quinti

ad QF, sinum totum, quemadmodum sinus IN, ad sinum LO, erit quoque  
 arcus IB, ad arcum LF, vt sinus IN, ad sinum LO, & id est, duplus arcus IK,  
 ad duplum arcum LM, vt chorda IK, ipsius IN, dupla, ad chordam LM, ip-  
 sius LO, duplam, quod est propositum.

e 15. quinti

V B R V M sit iam arcus IK, ad arcum LM, vt chorda IK, ad chordam  
 LM. Dico arcus similes esse. Facta enim eadem constructione, erit quo-  
 que arcus IB, ad arcum LF, semissis ad semissem, vt IN, ad LO, semissis ad  
 semissem. f Vt autem IB, ad LF, ita est quadrans AB, ad quadrantem EF;  
 g Et vt quadrans ad quadrantem, ita est semidiameter PB, ad semidiamete-  
 trum QF. Igitur erit quoque sinus IN, ad sinum LO, vt sinus totus P B, ad  
 sinum totum QF: Atque idcirco ex Lemmate propof. 1. lib. 1. nostri Gno-  
 monicæ, vel ex Lemmate 5. lib. 1. nostri Astrolabij, arcus IB, LF, similes  
 erunt; ac proinde & eorum dupli IBK, LFM, similes erunt. quod erat de-  
 monstrandum.

g 2. huius.

f schol. 33.  
sexti.

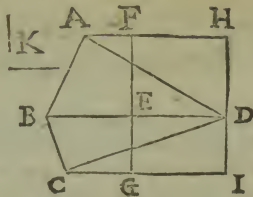
#### COROLLARIUM

SEQUITVR hinc, si arcus IBK, LFM, non sint similes, eos non habere  
 eandem cum chordis proportionem. Si namque eandem haberent, ipsi si-  
 miles essent, vt in secunda parte huius propof. fuit ostensum, quod est absur-  
 dum, cum ponantur non similes.

#### PROBL. 1. PROPOS. 4.

DATO quadrilatero æquale parallelogrammum in  
 dato angulo facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Eu-  
 clid. constitutere.

SIT quadrilaterum quodcunque  $ABCD$ , & datus angulus  $K$ . Ducta diametro  $BD$ , eaq. diuisa bifariam in  $E$ , ducatur per  $E$ , recta  $FG$ , faciens in  $E$ , angulum  $FED$ , dato angulo  $K$ , æqualem. Deinde ducta per  $D$ , ipsi  $FG$ , parallela  $HI$ , & per  $A, C$ , duabus  $AH, CI$ , ipsi  $BD$ , parallelis secantibus  $FG, HI$ , in  $F, H, G, I$ , constitutum erit parallelogrammum  $FI$ , in dato angulo  $G$ , & qui æqualis est angulo  $FED$ , internus externo, hoc est, angulo  $K$ . Dico idem parallelogrammum quadrilatero dato  $ABCD$ , æquale esse. *b* Quia enim parallelogrammum  $FD$ , triangulo  $ABD$ , & parallelogrammum  $EI$ , triangulo  $CBD$ , æquale est; erit totum parallelogrammum  $FI$ , totum quadrilatero  $ABCD$ , æquale, quod est propositum.

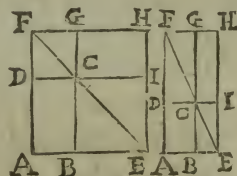


29. primi.

## PROBL. 2. PROPOS. 5.

DATO rectangulo supra datam rectam æquale rectangulum facilius, quam per propof. 45. lib. 1. Euclid. constituere.

SIT rectangulum  $ABCD$ , cui supra datam rectam constituendum est rectangulum æquale. Producto quolibet latere, nimirum  $AB$ , capiatur  $BE$ , æqualis datæ rectæ, siue ea sit maior latere  $AB$ , siue minor: atque ex  $E$ , per  $C$ , recta ducatur secans  $AD$ , productam in  $F$ , compleaturque rectangulum  $AH$ , & rectæ  $BC, DC$  producantur vsque ad  $G, I$ . *c* Erit igitur complementum  $CH$ , complemento  $CA$ , æquale. Cum igitur latus  $CI$ , sit lateri  $BE$ , id est, datæ rectæ æquale: factum erit, quod proponitur.



c 43 primi.

## A L I T E R.

Datæ rectæ  $BE$ , & duobus lateribus  $AB, BC$ , dati rectanguli, *d* inueniatur quarta proportionalis  $CG$ . *e* Nam rectangulum sub  $BE$ , prima, &  $CG$ , quarta comprehensum, rectangulum videlicet  $CH$ , æquale erit dato rectangulo  $AC$ , sub secunda  $AB$ , & tertia  $BC$ , comprehenso. quod est propositum.

d 17 sexti.  
e 10. sexti.



DATO rectilineo æquale rectangulum facilius, quā per propof. 45. lib. 1. Euclid. constituere.

HOC per duas præcedentes propof. facile expeditur. Nam si figura rectilinea in triangula resoluitur, constituent quælibet duo commune latius habentia trapezium, cuius latus commune est diameter. *a* Igitur si singulis trapezijs singula rectangula fiant æqualia, atque etiam ultimo triangulo, si forte numerus triangulorum est impar. Deinde, si, ut in præcedenti propof. dictum est, uni lateri primi rectanguli, & duobus lateribus secundi, *b* inueniatur quarta proportionalis; *c* erit rectangulum sub assumpto latere in primo rectangulo, & quarta proportionali, secundo rectangulo æquale. Quocirca si alterum latus prope assumptum in primo rectangulo producat, & ex producto abscindatur recta æqualis quartæ proportionali, compleaturque totum rectangulum, habebitur rectangulum ex duobus compositum æquale duobus primis trapezijs. Et si eidem lateri, ac duobus tertij rectanguli reperiat, rursus quarta proportionalis, & huic quartæ sumatur in priori latere producto recta æqualis, conficietur eodem pacto rectangulum ex tribus conflatum æquale tribus trapezijs, &c.

*d* *schol.* 41.  
*primi.*

*d* VLTIMO porro triangulo, si quod fuerit, constituetur rectangulum æquale supra semissem basis, in eadem altitudine cum triangulo.

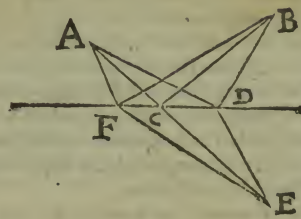
## THEOR. 4. PROPOS. 7.

SI ex duobus punctis ad vnum punctum cuiusvis lineæ rectæ, quæ communis sectio sit plani per duo illa puncta ducti cum alio quopiam plano, duæ rectæ ducantur, facientes cum illa duos angulos æquales: Erunt duæ hæ rectæ breuiores quibuscunq. alijs duabus rectis, quæ ex eisdem duobus punctis ad aliud punctum eiusdem lineæ rectæ ducuntur.

EX duobus punctis A, B, ad C, punctum in recta CD, ita ut planum per CD, ductum transeat reuolutum per A, B, ducantur duæ rectæ AC, BC, facientes angulos ACF, BCD, æquales: & ex eisdem punctis A, B, ducantur primum ad aliud punctum D, ad dextram ipsius C, aliæ duæ rectæ AD, BD. Dico AC, BC, esse breuiores, quam AD, BD. Producta enim AC, versus C, fiat CE, ipsi CB, æqualis, iungaturque DE. Et quia angulus ACF, angulo BCD, ponitur æqualis, *e* estque angulus ACF, angulo ECD, ad verticem æqualis, erit quoque angulus BCD, angulo ECD, æqualis. Cum er-

60

go & duo latera BC, CD, duobus lateribus EC, CD, æqualia sint; *a* erit ba- *a 4. primi.*  
 sis DB, basi DE, æqualis; ac proin-  
 de AD, DB, simul ipsi A D, DE,  
 simul æquales erunt. *b* Sunt autem  
 AD, DE, maiores quam A E, hoc  
 est, quam AC, CB; quod CB, CE,  
 positæ sint æquales. Igitur & AD,  
 BD, maiores erunt, quam AC, BC.  
 quod est propositum.



*b 20. primi.*

DVCANTVR deinde ex  
 punctis A, B, ad aliud punctum F,  
 ad sinistram ipsius C, aliæ duæ re-  
 ctæ AF, BF. Dico rursus AC,  
 BC, breuiores esse, quam AF, BF.  
 Producta enim rursus A C, sum-  
 praque C E, ipsi C B, æquali, iungatur E F. Et quoniam anguli ACF,  
 BCD, æquales ponuntur; *c* estq. ACF, angulo E C D, ad verticem æqualis;  
 erunt quoq. anguli BCD, ECD, æquales: ac proinde & ex duobus rectis reli- *c 15. primi.*  
 qui BCF, ECF, æquales erunt. Cū ergo & duo latera BC, CF, duobus lateri-  
 bus EC, CF, æqualia sint; *d* erit quoq. basis BF, basi EF, æqualis: ac proinde *d 4. primi.*  
 AF, FE, ipsi AF, BF, æquales erunt. *e* Sunt autem AF, FE, maiores, quam *e 20. primi.*  
 AE, hoc est, quam AC, BC, quod B C, C E, positæ sint æquales. Igitur &  
 AF, BF, maiores erunt, quam AC, CB. quod est propositum.

## S C H O L I V M.

QVIA ergo Natura non impedita agit per lineas breuissimas; sit, vt  
 radius Solis, vel visualis cadens ex A, in planum tersum DF, ita vt reflecta-  
 tur ad punctum B, cadat necessario in punctum C, vbi angulus ACF, (quem  
 Perspectiui angulum incidentiæ dicunt.) æqualis efficitur angulo B C D,  
 quem reflexionis appellant. Nam si radius caderet in D, vel E, reflecteretur  
 que ad B, non ageret Natura per lineas breuissimas; cum tam A D, B D,  
 quam AF, B F, longiores sint, quam AC, B C, vt demonstrauimus. quod  
 est absurdum. Atque ita demonstratum est, quod Perspectiui assument, an-  
 gulum scilicet incidentiæ æqualem esse angulo reflexionis.

## PROBL. 4. PROPOS. 8.

SI quis numerum mente conceperit, quot ei vnita-  
 tes post tres operationes imperatas reliquæ sint,  
 coniungere.

IVBE conceptum numerum per quemcumque numerum, vt per 2. vel  
 3. vel 4. vel 10. &c. multiplicari, & producto adde tu quemlibet numerum  
 a numero multiplicante numeratum. Deinde iube ex parte aliquota sum-  
 mæ totius à multiplicante numero denominata auferri similem partem ali-  
 quotam



quotam numeri producti ex multiplicante in numerum conceptum, hoc est, ipsum numerum conceptum. Ita enim reliquus numerus erit similis pars aliquota numeri, quem adiunxisti. Cum ergo numerus adiunctus tibi notus sit, habeatque partem aliquotam à numero multiplicante denominatam, ac proinde tibi cognitam: dices reliquas unitates illam partem aliquotam conficere. Exempli gratia. Concipiat aliquis numerum 4. iube multiplicari per 6. sunt 24. iube addi numerum 30. à multiplicante 6. numeratum, sunt 54. Ex sexta parte huius summe denominata à multiplicante numero 6. id est, ex 9. fac detrahi partem quoque sextam prioris numeri producti 24. nimirum 4. videlicet ipsum numerum conceptum. Ita namque remanet sexta pars numeri adiuncti 30. nimirum 5. quod in hunc modum demonstratur.

SI T conceptus numerus A, quo ducto verbi gratia in 6. gignatur B, & addito F, fiat summa C. Ex E, parte aliquota summe C, denominata, à 6 detrahatur D, pars aliquota prioris producti B, denominata quoque à 6. hoc est, ipsemet numerus conceptus A, reliquusque fiat numerus G, quem dico partem esse aliquotam numeri adiuncti F, à numero quoque 6. denominatam. Quoniam enim ita est multiplex totus C, totius E, ut ab-

A	B	C	F
4	24	54	30
	D	E	G
	4.	9.	5.

2 schol. 7.  
septimi.

latus B, ex C, ipsius D, ex E, ablati, quippe cum ponatur E, talis pars ipsius C, qualis D, ipsius B, denominata videlicet à 6. a. Igitur erit quoque reliquus F, ( detracto nimirum producto B, ex summa C, ) ita multiplex reliqui G, ( dempto scilicet D, ex E, ) ut totus C, totius E, quod erat demonstrandum.

EST autem iucundum, hoc idem conijci posse inter plures. Nam si plures concipiant mente numeros, singuli videlicet singulos, nullo eorum conscio, quem quisque numerum conceperit; & iubeas quemlibet suum numerum multiplicare per quemvis numerum à te electum; deinde addere numerum à tuo electo numeratum, quicumque ille sit; ac postremo ex parte aliquota summe, cuius denominator est numerus à te electus, auferre similem partem ex productis singulorum, hoc est ipsos conceptos numeros; reliquus numerus cuiusque erit similis pars numeri adiecti.

QVOD si malueris diuersos numeros, dic ut secundus suum residuum duplicet, & tertius triplicet, &c. Ita enim conijcies, primi residuum esse illam partem aliquotam numeri adiecti: secundum vero habere duplum illius, & tertium tripulum, &c. Vbi vides eos residuum illud per quoscunque numeros posse multiplicare, dumodo memor sis in conijciendis numeris, per quos numeros factæ sunt multiplicationes.

### PROBLEMA 5. PROPOS. 9.

DATVM numerum quadratum in quotuis quadrat-

dra-

QVA M V I S problema hoc videatur fere impoffibile : ( qui enim fieri potest, dicet aliquis , vt quilibet numerus quadratus diuidi poffit in quotlibet numeros , qui omnes fint quadrati ? ) folutio tamen eius non eft difficilis . Sic igitur quadratus numerus datus 36. diuidendus in 5. numeros quadratos . Per ea , quæ ad propof. 47. lib. 1. Euclid. fcripfimus , reperiuntur tres numeri , quorum maioris quadratus reliquorum quadratis fit æqualis , nimirum 5. 4. 3. Deinde dic : fi 5. dant 4. quid dabunt 6. quadrata videlicet radix dati quadrati ? Item fi 5. dant 3. quid dabunt 6 ? Inueniesque  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ . &  $\frac{1}{\sqrt{5}}$ . hoc eft,  $4\frac{4}{5}$ . &  $3\frac{1}{5}$ . radices duorum quadratorum quadrato 36. dato æqualium . Nam cum ita fe habeat radix 6. ad ingentos duos numeros , vt 5. ad 4. & 3. ex constructione : fiet ex lateribus 6.  $4\frac{4}{5}$ .  $3\frac{1}{5}$ . triangulum rectangulum , fimile nimirum triangulo rectangulo ex lateribus 5. 4. 3. constructo . a Igitur quadrati ex  $4\frac{4}{5}$ . &  $3\frac{1}{5}$  æquales erunt quadrato radicis 6. dato . Rurfus fi fiat , vt 5. ad 4. & ad 3. ita  $3\frac{1}{5}$ . ad aliud ; ( fumendo minorem radicem inuentam , ne coincidamus cum aliqua præcedente radice iam inuenta ) inuenientur alij duo numeri , quorum quadrati æquales fint quadrato radicis  $3\frac{1}{5}$ . nimirum  $2\frac{2}{5}$ . &  $2\frac{4}{5}$ . Atque ita iam ( relicta radice  $3\frac{1}{5}$ . ) inuentæ erunt tres radices  $4\frac{4}{5}$ .  $2\frac{2}{5}$ .  $2\frac{4}{5}$ . quarum quadrati æquales erunt quadrato 36. propofito . Eodem modo fi fiat , vt 5. ad 4. & ad 3. ita  $2\frac{4}{5}$ . ad aliud , reperiuntur duæ aliæ radices  $1 + \frac{9}{2}\frac{1}{5}$ . &  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ . Quare ( relicta radice  $2\frac{4}{5}$ . cuius loco duas inuenimus ) inuentæ iam erunt quatuor radices  $4\frac{4}{5}$ .  $2\frac{2}{5}$ .  $2\frac{4}{5}$ .  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ . &  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$  quarum numeri quadrati quadrato 36. æquales erunt . Venique fi rurfus fiat vt 5. ad 4. & ad 3. ita  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ . minor radix inuenta ad aliud , reperiuntur duæ aliæ radices  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ . &  $\frac{4}{6}\frac{2}{5}$ . Quocirca ( relicta radice  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ . pro qua duas proximās inuenimus ) inuentæ erunt quinque radices  $4\frac{4}{5}$ .  $2\frac{2}{5}$ .  $2\frac{4}{5}$ .  $1 - \frac{1}{2}\frac{1}{5}$ . &  $\frac{4}{6}\frac{2}{5}$  . quarum quadrati numeri  $23\frac{2}{5}$ .  $8\frac{4}{6}\frac{2}{5}$ .  $2\frac{1}{5}$ .  $0\frac{6}{2}\frac{5}$ .  $1\frac{3}{9}\frac{0}{0}\frac{6}{2}\frac{5}$ . &  $\frac{7}{3}\frac{6}{1}\frac{9}{6}\frac{6}{2}\frac{5}$ . conficiunt datum quadratum 36. Atque in hunc modum plures quadrati inueniri poterunt æquales numero 36. si nimirum fiat , vt 5. ad 4. & ad 3. ita vltima radix inuenta  $\frac{4}{6}\frac{2}{5}$ . quæ minima eft , ad aliud , &c.

**PROPOSITIS** duabus minutijs inæqualibus; mi-  
nutia, cuius numerator ex illarum numeratoribus,  
denominator autem ex denominatoribus conflatur,  
maior quidem est minore, minor vero maiore.

SINT duæ minutie inæquales, maior  $\frac{1}{3}$ . & minor  $\frac{4}{7}$ . ungantur tam nume-  
radores, quam denominatores, ut fiat minutia  $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2}$ . Dico hanc maiorem esse,  
quam  $\frac{4}{7}$ . & minorem quam  $\frac{2}{3}$ . Quoniam enim maior est minutia  $\frac{7}{2}$  quam  
 $\frac{4}{2}$  erit



- a* 27. quinti  $\frac{4}{7}$ . erit per propof. 8. Minutiarum lib. 9. Eucl. maior proportio 3. ad 5. quam  
*b* 28. quinti  $\frac{3}{5}$ .  $\frac{4}{7}$ .  $\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ . 4. ad 7. *a* Et permutando, maior 3. ad 4.  
 quam 5. ad 7. *b* Igitur & componendo, ma-  
 ior 3. 4. simul, hoc est, 7. ad 4. quam 5. 7. li-  
*c* 27. quinti mul, id est, quam 12. ad 7. *c* Et permutando, maior 7. ad 12. quam 4. ad 7. *Ac*.  
 proinde per propof. 8. Minutiarum lib. 9. Euclid. maior erit minutia  $\frac{1}{1\frac{1}{2}}$   
 quam  $\frac{4}{7}$  quod est primum.  
*d* 27. quinti DEINDE quia minor est  $\frac{4}{7}$ . quam  $\frac{3}{5}$ . erit per propof. 8. Minutiarum  
*e* 28. quinti lib. 9. Euclid. minor proportio 4. ad 7. quam 3. ad 5. *d* & permutando, mi-  
*f* 27. quinti nor 4. ad 3. quam 7. ad 5. *e* Igitur & componendo minor 4. 3. simul, id est,  
 7. ad 3. quam 7. 5. simul, hoc est, quam 12. ad 5. *f* Et permutando, minor  
 7. ad 12. quam 3. ad 5. *Ac* proinde per propof. 8. Minutiarum lib. 9. Eucl.  
 minor erit minutia  $\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ . quam  $\frac{3}{5}$ . quod est secundum.

## THEOR. 6. PROPOS. II.

SI duo numeri inter se primi non sint ambo quadra-  
 ti, aut cubi; neque eorum æquè multiplices vlli,  
 quadrati erunt, aut cubi. Et si eorum æquè multi-  
 plices aliqui sint ambo quadrati, aut cubi, etiam ipsi  
 erunt quadrati, aut cubi.

SINT enim A, B, numeri inter se primi, & non ambo quadrati, vel  
 cubi, quamvis vnus eorum quadratus sit, vel cubus.  
 sintque eorum æquè multiplices C, D. Dico neque  
 hos esse ambo quadratos, aut cubos. Sint enim, si fie-  
 ri potest, ambo quadrati, vel cubi. Et quoniam idem  
 numerus multiplicans A, & B, fecit C, & D, quod hi  
 illorum sint æque multiplices: *g* erit A, ad B, vt C, ad  
 D. *h* Cadit autem inter C, & D, vnus medius propor-  
 tionalis, aut duo. *i* Igitur & inter A, B, vnus cadet  
 medius proportionalis, aut duo. Cum ergo extremi  
 A, B, ponantur inter se primi; *k* erunt omnes tres, vel

*g* 17. septimi  
*h* 11. & 12.  
*i* octani.  
*k* 8. octani.

*l* coroll. 2.  
*m* octani.

quatuor proportionales, minimi in sua proportionē: *l* *Ac* proinde A, B,  
 ambo quadrati erūt, vel cubi. quod est contra hypothesim. Non ergo C, D,  
 ambo quadrati sunt, aut cubi. quod erat ostendendum.

SE D sint iam C, D, ipsorum A, B, inter se primorum æquè multipli-  
 ces, & ambo quadrati, vel cubi. Dico etiam A, B, ambo esse quadratos,  
 vel cubos. Si enim non sunt; neque ipsi C, D, erunt ambo quadrati, vel cu-  
 bi, vt demonstratum est. quod cum hypothesi pugnat.

## COROLLARIUM.

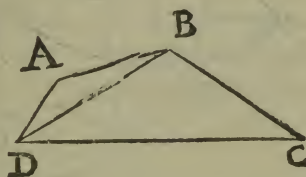
HINC fit, si tam Numerator, quam Denominator alicuius minutie fue-  
 rit

sit quadratus, aut cubus: tam Numeratorem quoque, quam Denominatorem eiusdem minutiae ad minimos reductæ terminos, esse quadratum, vel cubum; cum minimi termini sint numeri inter se primi, habeantque eandem proportionem, quam Numerator, ac Denominator prioris minutiae: quippe cum minutiae sint æquales. Item si uterque numerus minutiae cuiuspiam in minimis terminis non sit quadratus, aut cubus, neque vtrumque numerum alterius minutiae æquivalentis esse quadratum, aut cubum.

## THEOR. 7. PROPOS. 12.

IN omni quadrilatera figura rectilinea, tria latera, vt libet, assumpta, maiora sunt reliquo latere.

SIT quadrilaterum ABCD. Dico quælibet tria latera, nimirum DA, AB, BC, simul sumpta esse maiora reliquo latere DC. Ducta enim diametro BD; *a* erunt rectæ BD, BC, maiores quam DC; Sed eadem ratione AB, AD, maiores sunt quam BD. Maiores erunt ergo tres AD, AB, BC, quam duæ BD, BC; ac proinde multo maiores, quàm DC. Idemque demonstrabitur simili modo de quibuscunque alijs tribus lateribus, vt constat. In omni ergo quadrilatera figura rectilinea, tria latera, vt libet, assumpta, maiora sunt reliquo latere. quod erat demonstrandum.



## PROBL. 6. PROPOS. 13.

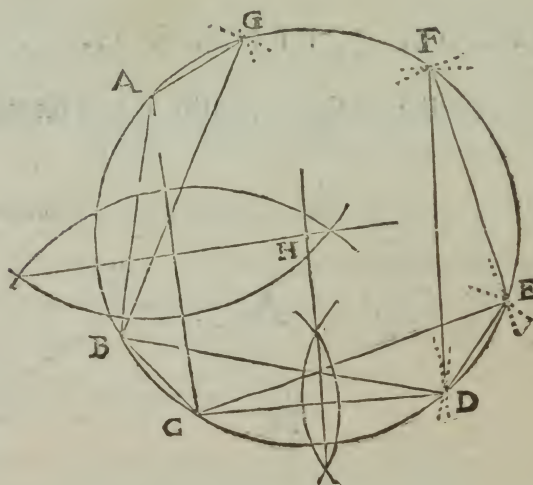
DATIS tribus punctis, per quæ circulus describendus sit, inuenire alia puncta, per quæ idem circulus transire debeat.

SOLENT interdum tria data puncta tam parum inter se distare, aut fere in recta linea iacere, vt non facile eorum centrum inueniri possit, propterea quod rectæ secantes lineas illa puncta connectentes bifariam, & ad angulos rectos, nimis oblique se in centro interfecant. Vt igitur magis exquisitè centrum reperiatur, inuestiganda erunt alia duo puncta, vel plura, per quæ idem circulus incidere debeat, hoc modo. Sint data tria puncta A, B, C. Iunctis rectis AB, AC, BC, constituatur super basem BC, triangu-

Ccc / lum



lum BCD, triangulo ABC, æquilaterum, ita ut angulus D, vergat in eam partem, versus quam circumferentia describenda transire debet, lateraque æqualia non ab eodem puncto exeant, hoc est, latus CD, lateri BA, & latus BD, lateri CA, sit æquale. Quod quidem fiet, si ex C, arcus delincetur ad inter-



a 8. primi.  
b schol. 21.  
tertij.

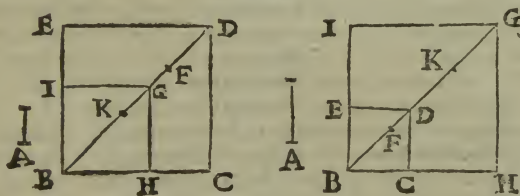
uallum BA, quem alius arcus ex B, ad intervallum CA, delineatus secet in D. a Erit enim angulus D, angulo A, æqualis: b ac proinde circulus per tria puncta A, B, C, descriptus transibit quoque per quartum punctum D. Eadem ratione, si super basem CD, triangulum construatur CDE, triangulo BCD, æquilaterum ordine prædicto, ita ut latus DE, lateri CB, & latus CE, lateri BD, æquale sit, inuentum erit aliud punctum E, per quod circumferentia incedat. Atque eadem arte reperietur aliud punctum F, per triangulum DEF, triangulo EDC, æquilaterum, &c. Eodem modo ex altera parte reperietur aliud punctum G, per triangulum ABG, triangulo BAC, æquilaterum, & sic deinceps. Si igitur eligantur tria puncta, ita ut rectæ ea connectentes constituent quasi angulum rectum, qualia sunt tria puncta A, C, D, & ex proximis A, C, ad quodcumque idem intervallum bini arcus describantur, & ex proximis C, D, bini alij; ac per intersectiones horum arcuum rectæ lineæ emittantur, secabunt se se in centro H, &c. Aptissima quoque essent tria puncta G, B, D, quamvis angulus DBG, acutus sit. Item tria puncta G, B, E, & C, E, F, &c.

PROBL.

## PROBL. 7. PROPOS. 14.

DATO excessu diametri Quadrati supra latus: Item dato excessu diametri Rhombi supra latus, vel lateris supra diametrum (quando illud maius est) vna cum vno Rhombi angulo: Dato prætera excessu diametri Rectanguli supra vtrumlibet laterum inæqualium, vna cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel vna cum proportione eorundem inæqualium laterum: Dato denique excessu diametri Rhomboidis supra vtrumuis laterum inæqualium, vel vtriusuis inæqualium laterum supra diametrum (quando illud maius est) vna cum vno angulo Rhomboidis, & insuper cum angulo, quem diameter cum eo latere facit, vel insuper cum proportione duorum laterum inæqualium; Quadratum ipsum, Rhombum, Rectangulum, & Rhomboides constituere.

HOC problema, quod ad quadratum attinet, alio modo ad finem lib. 2. Euclid. absoluius. Sit A, datus excessus diametri quadrati cuiuspiam supra latus. Fiat quodcunque quadratum BCDE, cuius diameter BD, excedat



latus excessu DF; qui si æqualis fuerit dato excessui A, factum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, fiat vt DF, ad datum excessum A, ita diameter BD, ad BG, perficiaturque quadratum HI; quod dico esse id, quod quaeritur. Sumpta enim recta GK, ipsi A, æquali, quoniam est per constructionem, vt tota BD, ad totam BG, ita DF, ablata ad A, hoc est, ad GK, ablatam; erit quoque vt tota BD, ad totam BG, ita reliqua BF, ad reliquam BK. Et permutando, vt BD, ad BF, ita BG, ad BK. Est autem vt BD, ad BF, Ccc 2 BF,

a 12. sexti.

b 19. quinti

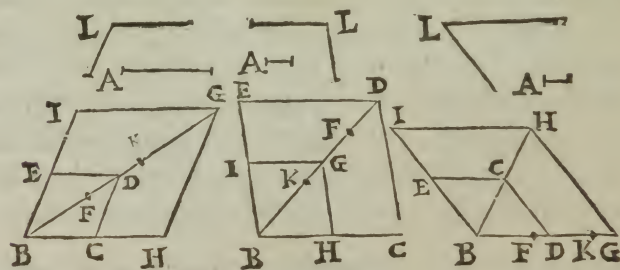
c 7. quinti



a 4. *sexti.*  
b 9. *quinti*

BF, ita BD, ad BC, (quod BF, BC, æquales sint; cum DE, ponatur excessus diametri BD, supra latus BC.) *a* Et ut BD, ad BC, ita IG, ad BH. Igitur erit quoq. ut BG, ad BK, ita BG, ad BH; *b* Ac proinde BK, BH, æquales erunt. Diameter ergo BG, superat latus BH, hoc est, BK, recta GK, quæ dato excessui A, æqualis est. Quod est propositum.

SI T deinde A, excessus diametri in Rhombo aliquo supra latus, una cum angulo L, datus. Fiat Rhombus quicumque BCDE, habens angulum C, æqualem dato angulo L, ut in primo Rhombo, vel angulum B, ut in secundo. Siue ergo diameter opponi debeat dato angulo C, ut in primo Rhombo, siue datum angulum B, secare, ut in secundo, ducatur diameter BD, excedens latus BC, recta DE, quæ si æqualis fuerit dato excessui A, fa-



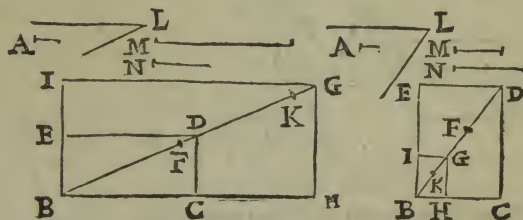
a 12. *sexti.* Atum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, fiat ut DE, ad excessum datum A, ita diameter BD, ad BG, compleaturque Rhombus HI, quem dico esse, eum, qui quaeritur. Abscissa enim recta GK, excessui dato A, æquali, adhibenda est eadem omnino demonstratio, quæ in quadrato facta est.

QVOD si diameter latere Rhombi minor fuerit, sit datus excessus A, lateris in aliquo Rhombo supra diametrum, una cum angulo L. Construat Rhombus quicumque BCDE, habens angulum D, æqualem dato angulo L, ut in tertio Rhombo. Et quia ut latus superet diametrum, ducenda est diameter per angulos obtusos, d (quod diameter per acutos angulos ducta semper maior est Rhombi latere) ducatur diameter BC, quam latus BD, excedat recta DF, quæ si æqualis fuerit excessui dato A, factum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, fiat ut DE, ad excessum A, ita BD, latus ad BG, compleaturque Rhombus GI, circa eandem diametrum, quem dico esse quaeritum. Abscissa namque recta GK, æquali excessui A: fiet demonstratio, ut in quadrato, ut perspicuum est, si loco diametrorum BD, BG, in quadrato, sumantur hic latera BD, BG.

T V N C autem latus Rhombi maius erit diametro (ut hoc etiam obiter moneamus) cum semissis anguli obtusi maior fuerit angulo acuto eiusdem Rhombi. Nam si in tertio Rhombo angulus CBD, qui semissis est anguli obtusi B, ut in schol. propof. 34. lib. 1. Euclid. ostendimus, maior sit angulo

gulo acuto D; ærit latus BD, hoc est, CD, maius diametro BC, in triangulo BCD. Quando autem semissis anguli obtusi fuerit minor angulo acuto, vt in Rhombo secundo, b erit diameter latere maior in triangulo BCD. a 19. primi.  
b 19. primi.

TERTIO sit datus excessus A, diametri rectanguli alicuius supra alterum laterum inæqualium, vna cum angulo L, quem diameter cum eo latere constituit, vel vna cum proportione M, ad N, quam illud latus ad alterum habet. Si ergo angulus L, est semirecto minor, vel certè proportio M, ad N, maioris inæqualitatis, vt in priori rectangulo, erit A, excessus diametri supra maius latus: Si vero angulus L, est maior semirecto, vel



proportio M, ad N, minoris inæqualitatis, erit A, excessus diametri supra minus latus. Constituitur ergo angulus CBD, angulo L, æqualis, fiatque rectangulum BCDE, circa assumptam diametrum BD. Vel fiat BC, quantacunque ad CD, perpendicularem, vt M, ad N: completoque rectangulo CE, ducatur diameter BD, excedens latus BC, recta DF, quæ si fuerit æqualis dato excessui A, constructum erit rectangulum CE, quod quæritur: Si vero inæqualis, fiat vt DF, ad excessum datum A, ita BD, ad BG, compleaturque rectangulum HI, quod erit quæsitum. Abscissa enim recta GK, æquali excessui A, demonstrabitur propositum, vt in quadrato.

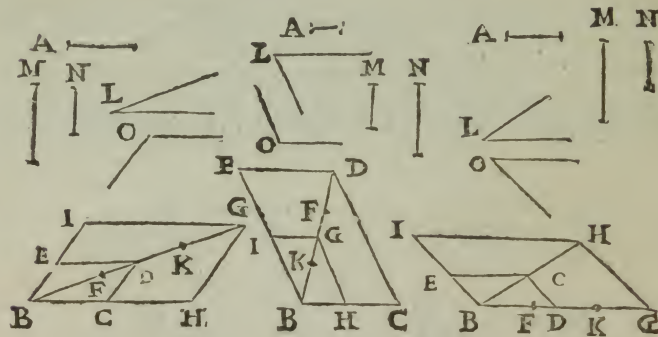
QUARTO & vltimo sit in aliquo Rhomboide datus excessus A, diametri supra vtrumvis inæqualium laterum, vna cum angulo Rhomboidis O, & insuper cum angulo L, quæ diameter cū latere; cuius excessus sumptus est, efficit, vel insuper cū proportione M, ad N, quæ latus illud ad alterum latus habet. Constituitur angulus BCD, in prima figura, vel CBE, in secunda, dato angulo O, æqualis. Deinde siue diameter dato angulo C, opponi debeat, vt in prima figura, siue datum angulum CBE, secare, vt in secunda, fiat ad B, angulus CBD, angulo L, dato æqualis, secetque CD, rectam BD, in D: vel fiat vt M, ad N, ita BC, ad CD; ac Rhomboides compleatur CE, cuius diameter latus BC, excedat recta DF. quæ si æqualis fuerit dato excessui A, factum erit, quod iubetur. Si vero inæqualis, fiat vt DF, ad excessum A, ita BD, ad BG, compleaturque Rhomboides HI, circa eandem diametrum BD, quod dico esse quæsitum. Nam si refecetur GK, excessui A, æqualis, adhucenda est eadem demonstratio, quæ in præcedentibus.

QVOD si diameter Rhomboidis cuiuspiam minor fuerit latere maiore,

vt



vt in tertia figura. Sit datus excessus A, lateris maioris in aliquo Rhomboides supra diametrum, vna cum angulo O, Rhomboidis, & insuper cum



angulo L, quem diameter cum illo latere maiore efficere debet, vel insuper cum proportione M, ad N, quam maius latus ad minus habet. Constituatur angulus BDC, dato angulo O, æqualis: Et si est acutus, fiat in B, angulus DBC, angulo L, æqualis, (si datus angulus Rhomboidis foret obtusus, nimirum DBE, constituendus esset angulus DBC, in ipso angulo dato) secetque recta BC, rectam DC, in C; vel fiat vt M, ad N, ita BD, ad DC; ac Rhomboides compleatur DE, cuius latus BD, diametrum BC, superet recta DE, quæ si æqualis fuerit dato excessui, factum erit, quod iubetur: Si vero inæqualis, fiat vt DE, ad A, ita BD, ad BG, perficiaturque Rhomboides G I, quod dico esse quæsitum. Nam si capiatur GK, æqualis ipsi A, demonstrabitur propositum, vt supra in quadrato, si loco diametrorum BD, BG, quadrati, accipiantur hic latera BD, BG, vt perspicuum est.

TVNC autem latus maius diametrum excedet, quando angulus, quem diameter cum minore latere efficit, maior est acuto angulo Rhomboidis. Nam si in tertia figura angulus B C D, maior est angulo D; & erit recta BD, maior, quam BC.

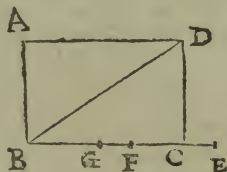
### THEOR. 8. PROPOS. 15.

IN rectangulo parallelogrammo, sumptis excessibus, quibus diameter duo latera superat; Rectangulum sub differentia excessuum, & minore excessu bis sumptum, vna cum quadrato minoris excessus bis sum-

sumpto, æquale est quadrato rectæ, qua minus latus  
minorem excessum superat.

SIT rectangulum AC, cuius diametro BD, æqualis sit recta BE, vt excessus minor, quo diameter maius latus BC, superat, sit CE; Sumpta autem BF, æquali minori lateri CD, vt EF, excessus sit, quo diameter BD, vel illi æqualis BE, minus latus CD, vel illi æqualem BF, superat: ac proinde CF, sit differentia excessuum EC, EF. Et quia latera BC, CD, maiora

a 20. primi.



et CE, minore  
excessu

sunt latere BD, hoc est, recta BE, dempta communi BC, erit reliqua CD, maior, quam reliqua CE; ideoque & BF, æqualis ipsi CD, maior erit, quam CE. Abscissa ergo FG, ipsi CE, æquali, erit BG, excessus, quo minus latus BF, minorem excessum FG, superat. Dico rectangulum bis sumptum sub FC, differentia excessuum, vna cum quadrato minoris excessus CE, bis sumpto, æquale esse quadrato rectæ BG, qua minus latus BF, minorem excessum FG, superat. Quoniam enim quadratum rectæ BE, æquale est quadratis rectarum BC, CE, vna cum rectangulo bis sub BC, CE, hoc est, rectangulo semel sumpto sub BC, & recta ipsius CE, dupla: Est autem rectangulum sub BC, & dupla ipsius CE, æquale rectangulis sub BF, & dupla ipsius CE, & sub FC, & dupla ipsius CE; hoc est, rectangulo sub BF, & CE, bis vna cum rectangulo sub FC, & CE, bis; Erit quadratum rectæ BE, siue rectæ BD, æquale quoque quadratis rectarum BC, CE, vna cum rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis; Ac proinde & quadrata rectarum BC, CD, quæ quadrato rectæ BD, æqualia sunt, æqualia erunt quadratis rectarum BC, CE, vna cum rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis. Ablato ergo communi quadrato rectæ BC, erit reliquum quadratum rectæ CD, hoc est, rectæ BF, æquale reliquis rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis, vna cum quadrato rectæ CE. Addito igitur communi quadrato rectæ FG, erunt quadrata rectarum BF, FG, æqualia rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis, vna cum quadratis rectarum CE, FG. Sed quadrata rectarum BF, FG, æqualia sunt rectangulo sub BF, FG, bis, vna cum quadrato rectæ BG. Igitur rectangulum quod sub BF, FG, hoc est, sub BF, CE, bis, vna cum quadrato rectæ BG, æquale erit rectangulis sub BF, CE, bis, & sub FC, CE, bis, vna cum quadratis rectarum CE, FG. Ablato ergo communi rectangulo sub BF, CE, bis sumpto; erit reliquum quadratum BG, æquale reliquo rectangulo sub FC, CE, bis, vna cum quadratis rectarum CE, FG; hoc est, rectangulum sub FC, differentia excessuum, & CE, minore excessu bis sumptum, vna cum quadrato minoris excessus CE, bis sumpto, æquale est quadrato rectæ BG, qua minus latus BF, minorem excessum FG, superat. quod erat demonstrandum.

b 4. secundi

c 1. secundi

d 47. primi.

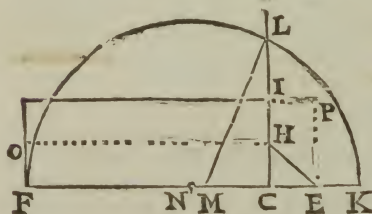
e 7. secundi

PRO



DATIS duobus excessibus, quibus diameter re-  
ctanguli vtrumque latus superat, vtrumque latus,  
& diametrum inuenire.

SIT datus excessus FE, diametri supra latus minus, & CE, supra ma-  
ius; ita vt differentia excessuum sit FC. Ex C, educatur ad FE, per-  
pendicularis CL, capianturque CH, HI, EK, minori excessui CE, æquales,  
ita vt totæ CL, CK, æquales sint, vt pote ipsius CE, duplæ, perficiaturque  
parallelogrammum FI. Diuisa deinde EK, bifariam in N, describatur ex  
N, per F, & K, semicirculus FLK, secans CL, in L. Ducta denique HE, suma-  
tur illi æqualis CM, iungaturq. recta LM. Dico LM, differentiam esse inter  
minus latus quæsitum, & minorem excessum datum CE, ita vt CE, addita  
ad LM, efficiat minus latus; cui si addatur FC, differentia datorum exces-  
sum, fiat maius latus. (Est enim



differentia excessuum diametri supra vtrumque latus re-  
ctanguli æqualis excessui mai-  
oris lateris supra minus: vt  
in figura præcedentis propos.  
patet; vbi diameter est BD,  
vel BE; excessus maior FE,  
quo diameter minus latus BF,  
superat; excessus minor CE,  
quo eadem diameter maius la-  
tus BC, superat: estque FC,  
differentia excessuum, exces-  
sus, quo maius latus BC, superat minus BF.) Ac tandem maiori lateri in-  
uenito adijciatur minor excessus CE, vt diameter habeatur. quæ omnia ita  
demonstrabuntur. Per præcedentem, rectangulum sub FC, differentia ex-  
cessuum, & CE, minori excessui bis sumptum, hoc est, rectangulum FI,  
vna cum quadrato rectæ CE, bis etiam sumpto, hoc est, vna cum qua-  
drato rectæ HE, vel CM, æquale est quadrato rectæ, qua minus latus  
quæsitum, minorem excessum CE, superat. Cum ergo quadratum rectæ  
CL, æquale sit rectangulo FI, vt ex demonstratione ultimæ propos. lib. 2.  
Eucl. constat; erunt quoque quadrata rectarum CL, CM, æqualia quadrato  
eiusdem rectæ, qua minus latus quæsitum superat minorem excessum CE,  
Ac proinde cum quadratis rectarum CL, CM, sit æquale quadratum rec-  
tæ LM: erit quoque quadratum rectæ LM, æquale quadrato rectæ, qua mi-  
nus latus quæsitum minorem excessum CE, superat. Est ergo LM, exces-  
sus minoris lateris quæsitum supra minorem excessum CE. Ideoque recta ex  
LM, CE, conflata erit minus latus quæsitum: cui si addatur FC, differen-  
tia excessuum, fiet maius latus quæsitum: cui si tandem minor excessus CE,  
adijciatur, conflabitur diameter quæsitæ. quæ omnia demonstranda erant.

CO-

247 primi.

ITAQVE recta LM, cuius quadratum æquale est rectangulo FI, sub FC, differentia excessuum, & dupla minoris excessus CE, comprehenso, vna cum duplo quadrati excessus minoris CE, addita minori excessui CE, efficit minus latus quæsitum, &c.

IMMO quia quadratum rectæ CL, rectangulo FI, sub FC, differentia excessuum, & CK, duplo minoris excessus CE, comprehenso æquale est, vt in demonstratione dictum est; & rectangulum CP, duplum est quadrati excessus minoris CE, hoc est, quadrato rectæ CM, æquale: erit quadratum rectæ LM, toti rectangulo FP, sub maiori excessu FE, & EP, dupla minoris excessus CE, contento æquale; a 17. sent. ideoque LM, media proportionalis erit inter maiorem excessum, ac duplum minoris excessus. Quocirca si inter maiorem excessum, & duplum minoris excessus sumatur media proportionalis LM, habebitur rursus differentia inter minus latus, & minoré excessum, &c.

## S C H O L I V M

HOC problema, vna cum antecedente Theoremate in Gallia, vnde mihi transmissum est, ab ingenioso quodam Geometra demonstratum fuit, cuius nomen, si mihi esset cognitum, hic libenter ascriberem. Idem tamen problema ad finem lib. 2. Euclid. ex Marino Ghetaldo Patritio Ragusino aliter quoque demonstrauimus non infelicitè.

## PROBL. 9. PROPOS. 17.

DATO excessu diametri rectanguli supra maius latus, & excessu maioris lateris supra minus: vtrumque latus, ac diametrum inuenire.

QVONIAM, vt in præcedenti problem. dictum est, excessus maioris lateris supra minus, equalis est differentia inter excessus diametri supra vtrūque latus: sit vt excessus diametri supra maius latus, additus ad excessum maioris lateris supra minus, conficiat excessum diametri supra minus latus. Quare cum cogniti sint excessus diametri supra vtrumque latus, reliqua cognoscuntur, vt in præmissis problemate traditum est.

## PROBL. 10. PROPOS. 18.

SECTA linea recta vtcunque, adiungere ei versus vtramuis partem lineam rectam, ita vt quadratum totius rectæ compositæ æquale sit quadrato rectæ

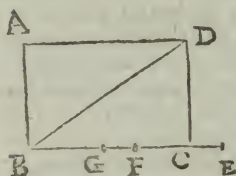
D d d

adiun-



adiunctæ; vna cum quadrato rectæ, quæ ex adiuncta, & proximo segmento prioris lineæ conflatur.

IN figura propof. 15. fit recta EF, fefta in C, vtcunque, oporteatque ei verſus F, adiungere rectam, ita vt quadratum totius compositæ fit æquale quadrato adiunctæ, vna cum quadrato rectæ ex segmento FC, & adiuncta



compositæ. Statuantur EF, EC, excessus, quibus diameter alicuius rectanguli vtum que latus superat. Atque ex propof. 16. inueniatur minus latus BF. Dico rectam BF, ipsi EF, adiunctam efficere, quod proponitur. Fiat enim rectangulum AC, sub BC, & CD, ipsi BF, æquali comprehensum. Et quia FC, differentia excessuum addita minori lateri inuento BF, facit maius latus, vt propof. 16. dictum est, erit BE, diametro

BD, æqualis, quandoquidem excedit minus latus BF, vel CD, recta EF, & maius recta EC. Quoniam vero quadratum rectæ BE, hoc est, diametri BD, æquale est quadrato rectæ CD, id est, adiunctæ BF, vna cum quadrato rectæ BC, compositæ ex adiuncta BF, & proximo segmento FC, liquido constat id, quod proponitur.

a 47. primi.

### PROBL. 11. PROPOS. 19.

DATIS duabus rectis inæqualibus, quarum maior diametrum quadrati ex minore descripti non superet: maiorem ita secare in duas partes inæquales, vt earum quadrata simul sumpta quadrato minoris lineæ sint æqualia.

SINT datæ duæ rectæ AB, maior, & AC, minor, ita vt AB, non sit maior diametro quadrati ex AC, descripti. Erigatur perpendicularis AD, maiori AB, æqualis: Et ducta recta BD, secetur bifariam in E, iungaturque recta AE, b quæ ad BD, perpendicularis erit: diuidetque angulum rectum A, bifariam in duos semirectos: c Sunt autem & B, D, semirecti. d Igitur latera EA, EB, æqualia sunt; ac proinde AB, diameter erit quadrati rectæ AE. Et quoniam AB, ponitur non maior diametro quadrati minoris AC, non erit AC, minor quam AE, sed vel maior, vel æqualis. Si namque minor esset AC, quam AE, sumpta ipsi æquali AL, ductæque LM, ipsi EB, parallela, esset AM, diameter quadrati minoris AL, ideoque maior AB, superaret diametrum quadrati ex minore descripti. quod non ponitur. Sit ergo primum AC, maior quam AE, productæque AE, vt AE, ipsi AC, sit æqualia,

de-

b schol. 26.  
primi  
c 2. coroll.  
32. primi.  
d 6. primi.

c 47. primio

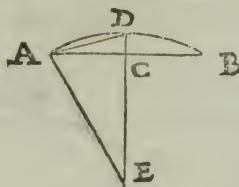
f 2. sexti.  
g 3. terrij.

SIT data chorda AB, palmarum 74. & perpendicularis CD, ex medio puncto C, educta palmarum 10. Iuncta recta AD; quoniam in triangulo rectangulo ACD, latera AC, CD, nota sunt, quod CD, sit 10. & AC,

D d d 3 37.fe-



a 8. triang.  
rectil.



b 5. primi.

hoc est, ex gr. 180. reliquus fiet tertius angulus E, in centro gr. 30. min. 14. fere, ac totidem grad. erit arcus AD; ideoque eius duplus ADB, grad. 60. min. 28. ferme.

c 35. tertij.

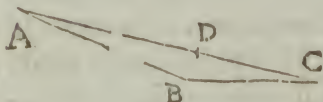
Q V I A vero quadratum ex AC, æquale est rectangulo sub CD, & reliqua parte diametri: si AC, 37. palm. ducatur in se, & productus numerus 1369 diuidatur per CD, palm. 10. prodibit reliqua pars diametri palm.  $136\frac{9}{10}$ , ac proinde addita CD, palm. 10. tota diameter erit palm.  $146\frac{9}{10}$ , & semidiameter palm.  $73\frac{9}{20}$ . Si igitur fiat vt 7. ad 22. ita  $146\frac{9}{10}$  palmi ad aliud; reperietur per 1. regulam Num. 2. cap. 7. lib. 4. huius, circumferentia circuli palm.  $430\frac{9}{10}$ . Ergo si rursus fiat, vt tota circumferentia gr. 360. ad palmos  $430\frac{9}{10}$ . ita arcus ADB, gr. 60. min. 28. ad aliud, inuenietur hic arcus pal.  $72\frac{1}{2}\frac{9}{10}$ . hoc est,  $72\frac{1}{2}\frac{9}{10}$ . paulo amplius.

### THEOR. 9. PROPOS. 21.

IN omni triangulo quadratum maximi lateris minus est, quam duplum summæ quadratorum ex reliquis duobus lateribus descriptorum.

IN triangulo ABC, maximum latus sit AC, & angulus oppositus B, obtusus. Si namque rectus esset, vel acutus; d esset quadratum rectæ AC, vel æquale duobus quadratis rectarum AB, BC; e vel minus: ac proinde multo minus duplo summæ quadratorum AB, BC. Ex maiore latere AC, dematur AD, recta æqualis lateri AB. / Et quia duo latera AB, BC, maiora sunt latere AC; erit reliqua CD, minor latere BC; ac proinde duo quadrata AD, DC, minora duobus quadratis AB, BC. Est autem quadratum AC, minus duplo quadratorum AD, DC; g propterea, quod æquale est duobus quadratis AD, DC, vna cum rectangulo bis sub AD, DC;

e 13. sec d



f 20. primi.

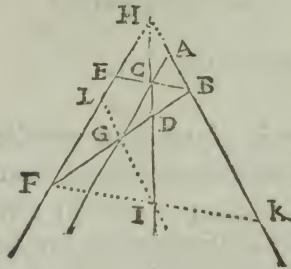
g 4. secundi.

ac proinde duo quadrata AD, DC, minora duobus quadratis AB, BC. Est autem quadratum AC, minus duplo quadratorum AD, DC; g propterea, quod æquale est duobus quadratis AD, DC, vna cum rectangulo bis sub AD, DC;





parallela vtri libet extremarum. Si vero vni extremarum æquidistet, ducenda erit per G, alteri parallela.



*a* 2. sexti.

*b* 2. sexti.

*c* 2. sexti.

*d* 2. sexti.

AH, &c. Sic etiam si detur punctum I, in media; ducta per I, alterutri extremarum, vt ipsi HB, parallela LI, sumptaque ipsi HL, æquali LF, secabitur ducta FIK, in I, bifariam; *b* propterea quod est FI, ad IK, vt FL, ad LH, &c.

EADEM ratione ducemus lineam, quæ à media secetur in duas partes datam habentes proportionem. Si namque ducta BF, vtcunque secetur in datam proportionem in G, & reliqua fiant, vt supra; *c* erit rursus vt FG, ad GB, ita EC, ad CB; Vel vt BG, ad GF, ita BC, ad CE, prout videlicet proportio data est FG, ad GB, vel BG, ad GF. Sic etiã si tres rectæ datæ coeant in H; ducta GA, ipsi EF, parallela, fiatque HA, ad AB, vt antecedens datæ proportionis ad consequens: si ducatur BCE, *d* erit EC, ad CB, vt HA, ad AB. Et si fiat HA, ad AB, vt consequens datæ proportionis ad antecedens, erit rursus BC, ad CE, vt BA, antecedens ad consequens AH.

#### PROBL. 14. PROPOS. 23.

CVIVSLIBET lineæ, quamvis minimæ, exhibere multiplicem quamcumque, etiam si circino ipsa non accipiat.

SIT sumenda verbi gratia lineolæ AB, tripla. Extenso circino quan-



tumlibet ex A, ad C, sumantur ipsi AC, duæ æquales CF, FD, vt tota AD, ipsius AC, sit tripla. Item ipsi CB, sumantur tres æquales DG, GH, HE. Dico AE, esse ipsius AB, triplam. Quoniam enim tam multiplex est tota AD, totius AC, quam multiplex est ablata DE, ablata CB, nimirum tripla: erit quoque ita multiplex reliqua EA, reliquæ AB, vt tota totius, videlicet tripla. quod est propositum.

PROBL.

## PROBL. 15. PROPOS. 24.

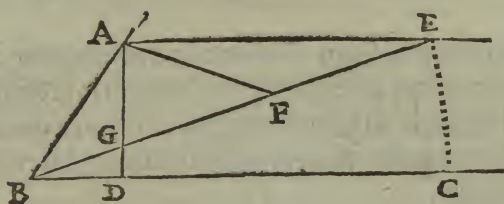
EX qualibet lineola, quamvis minima, auferre partem,  
vel partes imperatas.

IN figura præcedentis propof. fit ex lineola AB, detrahenda tertia pars. Per præcedentem fumatur ipſius AB, tripla AE, quæ, ſi videbitur nimis exigua, multiplicetur, vt libet. In exemplo quadruplicata eſt vſque ad D, ita vt AD, fit ipſius AB, duodecupla: (quod ſcietur, ſi numerus partium AE, nimirum 3. ducatur in numerum partium ipſius AD, ipſi AE, æqualium, nimirum in 4.) ac proinde ſi AB, diuiſa eſſe intelligatur in 3. partes, tota AD, continebit tales partes 36. Quocirca ſi in inſtrumento partium lib. i. cap. i. conſtructo, intervallum AD, ſtatuatur inter partes 36. 36. Deinde intervallum, inter 35. 35. (nimirum tota AD, vna parte minus) transferatur ex D, ad I, erit AI, tertia pars ipſius AB, hoc eſt, pars trigefima ſexta totius A D. Cum ergo AB, contineat tres trigefimas ſextas partes totius AD, erit A G, ipſius AB, pars tertia, quod eſt propoſitum.

PROBL. 16. PROPOS. 25.

ANCVLVM datum rectilineum in tres æquales  
partes partiri.

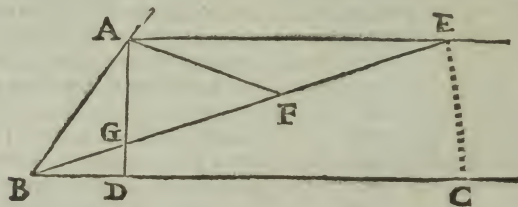
PROBLEMA hoc veteres Geometras diu, multumque exagitavit, ne-  
que ab illo ad hanc usque diem Geometricè est solutum. Pappus Alexan-  
drinus inter alios illud solvere conatus est per descriptionem hyperboles.



Nos idem abfoluemus per lineam Conchoideos, quam lib. 6. propof. 15. huius ex Nicomede defcripfimus, hoc modo. Sit datus angulus acutus ABC; Demiffa autem ex quouis puncto A, ad BC, perpendiculari AD, fumatur ipfius AB, dupla DC; Et polo B, interuallo autem DC, defcribatur linea



Conchoideos CE, secans rectam AE, ipsi BC, ductam parallelam in E, ducta  
turque recta BE. Dico angulum CBE, esse tertiam partem dati anguli  
ABC; hoc est, angulum ABE, duplum esse anguli CBE, adeo ut diuiso an-  
gulo ABE, bifariam, totus angulus ABC, sectus sit in tres partes æquales.  
Quoniam enim ex descriptione Conchoideos, recta GE, ipsi DC, æqualis est;  
ac proinde ipsius AB, dupla; si secetur bifariam in F, erit vtraque semissis



a schol. 31. ipsi AB, æqualis. a Quia vero circulus ex F, circa GE, descriptus tranſit  
tertij per angulum rectum GAE, erit quoque ducta FA, vtrique semissi FE, FG,  
b 5. primi. ideoque & ipsi AB, æqualis. b Igitur tam anguli FAE, FE A, quam AFB,  
c 32 primi. ABF, æquales erunt. c Est autem externus AFB, duobus internis FAE,  
d 29. primi FEA, æqualis: ideoque ipsius FEA, duplus. Igitur & ABE, eiusdem FEA, d  
hoc est, alterni CBE, duplus erit.

SI angulus datus rectus est, diuidetur in tres æquales angulos, ut in scho-  
lio propos. 32. lib. 1. Euclid. tradidimus.

SI vero est obtusus, secabimus eum bifariam, & semissem alterutram in-  
tres partes æquales, ut docuimus hoc loco. Nam duæ partes tertiæ illius se-  
missis efficiunt propositi anguli obtusi tertiam partem, ut perspicuum est.

vid: Viell.  
geic. lib. 1.  
prop. 28.

### PROBL. 17. PROPOS. 26.

SI per idem punctum diametri in rectangulo duæ li-  
neæ ducantur lateribus parallelæ: Erit rectangulum  
sub segmētis diametri comprehensum æquale duo-  
bus rectangulis sub segmentis duorum laterum com-  
prehensis.

IN rectangulo BD, per E, punctum diametri AC, ductæ sint FG, HI, la-  
teribus parallelæ. Dico rectangulum sub AE, EC, æquale esse rectangulis  
sub AF, FB, & sub BI, IC. e Quoniam enim quadratum ex AC, æquale est  
quadratis ex AE, EC, una cum rectangulo bis sub AE, EC. f Sunt autem  
quadrata ex AB, BC, quadrato ex AC, æqualia; erunt quoque duo quadrata  
ex AE,

e 4. secundi  
f 47. primi.







quæ per intersectionem diametri cum prædicta chorda perpendiculari ducitur, bifariam.

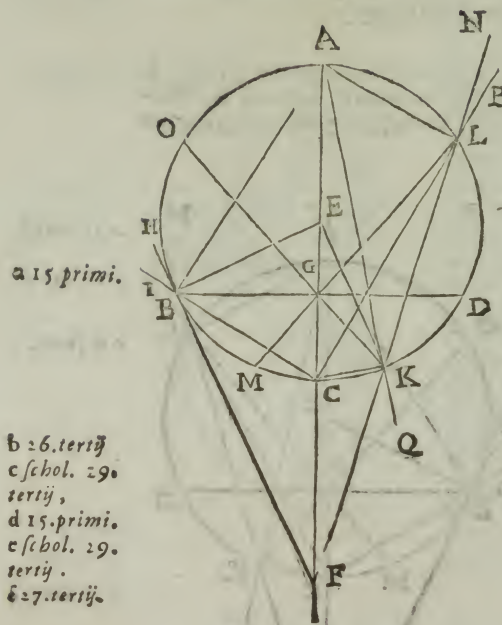
IN circulo ABCD, cuius centrum E, producta sit diameter AC, ad F, & ex F, ducatur primum recta FH, tangens circulum in B, atque ex B, ducatur chorda BD, secans diametrum in G, ad rectos angulos, iunganturque ad extrema diametri rectæ BC, BA. Dico tam angulos CBF, CBG, quam (producta FB, ad H,) angulos ABH, ABG, esse æquales. *a* Quoniam enim, angulus CBF, angulo BAC, in alterno segmento æqualis est. *b* & angulus CBD, eidem angulo BAC, æqualis, ob arcus æquales CB, CD; *c* (vel etiam angulus CBG, angulo BAC, æqualis est; quod BG, in triangulo rectangulo ABC, ad basem AC, perpendicularis sit) erunt anguli CBF, CBG, inter se quoque æquales. Producta autem CB, ad I, si ex rectis angulis ABC, ABI, tollantur æquales CBG, HBI, (ad cum enim, CBF, æqualis sit angulo HBI, ad verticem: & angulus CBG, angulo CBF, ostensus æqualis; erit quoque angulus CBG, angulo HBI, æqualis.) erunt quoque reliqui anguli ABG, ABH, inter se æquales. quod est primum.

DEINDE ducatur recta FN, secans circulum in K, L, ductisque rectis KGO, LGM, per G, iungantur tam rectæ KC, KA, quam LC, LA, ad extrema diametri. Dico rursus, tam angulos CLF, CLG, quam ALG, ALN: Item tam CKF, CKG, quam AKG, AKL, esse æquales. Ductis enim ex centro rectis EB, EK; *e* erit angulus EBF, rectus: Igitur erit FB, media proportionalis inter EF, FG: *g* Ideoque rectangulum sub EF, FG, quadrato ex FB, æquale erit; *h* Est autem eidem quadrato equale quoque rectangulum sub LF, FK. Igitur rectangulum sub EF, FG, rectangulo sub LF, FK, æquale erit: Ac proinde erit ut EF, prima ad FK, secundam, ita LF, tertia ad FG, quartam. Quare cum trianguula EFK, LFG, habeant latera circa communem angulum F, proportionalia; *k* erunt anguli FEK, FLG, homologis lateribus FK, LG, oppositi æquales. Est autem angulus FEK, in centro anguli CLK, ad circumfer-



Ecc 2 ren-





a 15. primi.

b 26. tertij  
c schol. 29.  
tertij,  
d 15. primi.  
e schol. 29.  
tertij.  
f 27. tertij.

g 15. primi.

æquales  $AKG, FKQ$ , (Cum enim angulus  $AKG$ , angulo  $AKL$ , ostensus sit æqualis: g hic autem angulo  $FKQ$ , ad verticem sit æqualis; erit quoque angulus  $AKG$ , angulo  $FKQ$ , æqualis.) erunt etiam reliqui anguli  $CKG, CKF$ , inter se æquales. Quæ omnia demonstranda erant.

rentiam, (cum habeant eandem basem  $CK$ ), duplus. Igitur & angulus  $FLG$ , eiusdem anguli  $CLK$ , duplus erit; Ac proinde angulus  $FLG$ , sectus erit bifariam à recta  $LC$ , hoc est, anguli  $CLF, CLG$ , æquales erunt. Producta autem  $CL$ , ad  $P$ , si ex rectis angulis  $ALC, ALP$ , demantur æquales anguli  $CLG, PLN$ , (Cum enim  $CLF$ , ostensus sit æqualis angulo  $CLG$ , a &  $CLF$ , æqualis sit angulo  $PLN$ , ad verticem, erit quoque  $CLG$ , eidem angulo  $PLN$ , æqualis.) erunt quoque reliqui anguli  $ALG, ALN$ , æquales. Rursus quia anguli  $CLK, CLM$ , ostensi sunt æquales; b erunt arcus  $CK, CM$ , æquales. c Igitur anguli  $CGK, CGM$ : d Ideoque & anguli  $AGO, AGL$ , ad verticem æquales erunt: e Ac proinde arcus etiam  $AO, AL$ , æquales erunt: f Ideoque & anguli  $AKO, AKL$ , erunt æquales. Producta autem  $AK$ , ad  $Q$ , si ex rectis angulis  $CKA, CKQ$ , auferantur

## S C H O L I U M.

HOC Theorema valde utile est ad descriptionem paralleli cuiusvis circuli maximi per datum punctum in Astrolabio, ut ex propo s. 18. lib. 2. Astrolabij perspicuum est: cum multa ibi demonstrari possint per hoc Theorema, sine ijs, quæ ex Astrolabij descriptione pendent.

## THEOR. 11. PROPOS. 29.

DESCRIPTIONEM Pentagoni æquilateri, & æquianguli supra datam rectā ab Alberto Durero tra-

traditam, & quam omnes fere Archirecti, atque artifices approbant, falsam esse, demonstrare.

PRAXIS hæc est. Sit data recta AB. Ex centris A, B, & intervallo eodem AB, describantur duo circuli se se inter secantes in C, D. Ducta, autem CD, quantacunque, describatur eodem intervallo AB, ex C, per A, B, circulus rectam CD, in E, & priores circulos secans in F, G. Item ducantur ex F, G, per E, rectæ secantes priores circulos in H, I. Denique eodem intervallo ex H, I, duo arcus descripti se se intersecant in K, iunganturque rectæ AI, IK, KH, HB. Putat ergo Durerus, pentagonum ABHKI, esse æquilaterum, & æquiangulum. quod falsum est. Nam æquilaterum quidem est, ex descriptione, non autem æquiangulum. quod ut manifestum fiat, demonstranda sunt prius nonnulla.

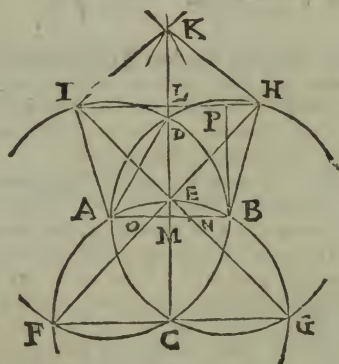
I ARCVS tres FA, AB, BG, sextæ partes circuli sunt, quod rectæ eos subtendentes semidiametri sint circuli FABG, ex constructione. Igitur FA-

BG, semicirculus est, cuius diameter FG; a ideoque angulus FEG, in semicirculo rectus: b Et diameter FG, rectæ AB, parallela, ob arcus AF, BG, æquales. Et quoniam, ut constat ex demonstratione praxis scholij propos. 10. & 11. lib. 1. Euclid. recta CD, secat rectam AB, bifariam in M, & ad angulos rectos; c secabit eadem parallela quoque FG, ad angulos rectos in C. d Eadem quoque CD, secabit arcum AB, bifariam in E, ac propterea toti arcus EF, EG, æquales erunt, videlicet quadrantes; e ideoque rectæ EF, EG, latera sunt qua-

drati in circulo FABG, descripti, eiusque diameter FG. f Igitur anguli F, G, semirecti erunt: ac proinde cum anguli ad C, recti sint, g erunt quoque OEM, NEM, semirecti; ideoque & EOM, ENM, semirecti. h Ac proinde tam latera EM, MO, quam EM, MN, æqualia: atque idcirco & OM, NM, inter se æqualia erunt; nec non & totæ OB, NA, æquales erunt. i Immo & EO, EN, erunt æquales, quod latera EM, MO, lateribus EM, MN, æqualia sint, comprehendantque angulos æquales, utpote rectos.

2 DEINDE quia latera AN, AI, lateribus BO, BH, æqualia sunt; suntque anguli N, O, semirecti æquales, & uterque reliquorum angulorum I, H, minor recto; k quod uterque minor sit semirecto ad O, & N; propterea quod tam latus AN, minus est latere AI, quam latus BO, latere BH: erunt per ea, quæ ad finem lib. 1. Euclid. demonstravimus, tam bases NI, OH, quam anguli A, B, & I, H, æquales. Igitur duo anguli A, B, in pentago-

no æquales inter se sunt.



a 31. tertij.  
b schol. 27.  
tertij.

c 29. primi  
d schol. 27.  
tertij.

e 6. quarti  
f schol. 34.  
primi.  
g 32. primi  
h 6. primi.

i 4. primi.

k 19. primi.

3 RVR.

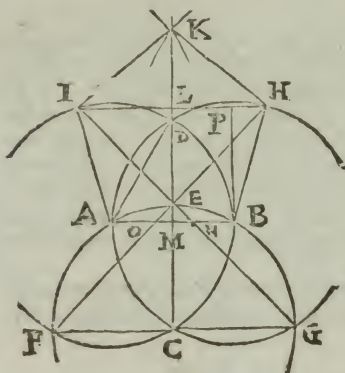


3 RVRSVS demptis OE, NE, æqualibus ex æqualibus OH, NI, reli-  
 a 5. primi. quæ rectæ EH, EI, æquales sunt: æ erunt anguli EIH, EHI, æquales, ac  
 b 5. primi. proinde semirecti, cū HEI, sit  
 rectus: b Sunt autem & angu-  
 li H, I, in Iſoſcele KIH, æqua-  
 les. Igitur toti anguli H, I, in  
 pentagono æquales sunt.

c 4. primi.

d 2. primi.

e 27. primi.



4 POSTREMO cum la-  
 tera EL, EI, lateribus EL, EH,  
 sint æqualia, contineantque  
 angulos æquales semirectos; æ  
 erunt & bases LI, LH, æquales,  
 & anguli ad L, ideoque recti.  
 Ex quo efficitur, d rectas AB,  
 HI, esse parallelas: e quod etiā  
 constat ex eo, quod alterni an-  
 guli INA, N I H, æquales sint;  
 nimirum semirecti. Hinc etiam  
 sequitur, rectam CDL, produ-

f schol. 26.  
 primi.

g 8. primi.

h schol. 32.  
 primi.

ctam cadere in angulum K, dividereque eum bifariam. Si enim dicatur non  
 cadere in K, f divider perpendicularis ex K, ad HI, demissa basem Iſoſcelis  
 KIH, bifariam in alio puncto, quam in L, quod est absurdum. Quia ergo late-  
 ra KI, KL, lateribus KH, KL, æqualia sunt, & basis IL, basi HL, ostensa æqua-  
 lis: g erunt anguli ad K, æquales.

HIS ita præmissis, demonstrabimus iam pentagonum ABHKI, non esse  
 æquiangulum, hoc modo. h Omnes 5. anguli in pentagono quolibet, siue  
 sit æquilaterum, & æquiangulum, siue non, æquales sunt 6. rectis, hoc est,  
 gr. 540. quibus diuisis per 5. efficitur vnus angulus pētagoni æquilateri, & æ-  
 quianguli grad. 108. At vterlibet duorum angulorum A, B, in pentagono Du-  
 reri maior est, quam grad. 108. & vterlibet duorum H, I, minor, & angulus  
 K, maior quolibet reliquorum quatuor. vt ostendemus. Igitur pentagonum  
 Dureri non est æquiangulum. Hoc autem ita fiet perspicuum.

QVONIAM posito sinu toto AB, 10000000. eius semissis BM, sinus vi-  
 delicet grad. 30. est 5000000. cui si addatur MO, id est, ME, sinus versus grad.  
 30. nimirum 1339746. fiet tota B O, 6339746. Quia ergo in triangulo  
 BHO, duo latera dantur BH, 10000000. & B O, 6339746. vna cum angulo  
 O, grad. 45. nec non cum specie anguli H, qui supra ostensus fuit recto minore:  
 i Si fiat,

i 15. triang.  
 rectil.

Vt latus BH,  
 10000000.

ad 7071063. sinum an-  
 guli O, grad. 45.

Ita latus BO,  
 6339746.

ad aliud,

inuenietur sinus anguli BHO, 4482877  $\frac{1}{2}$ . ferme, qui in tabula sinuum offe-  
 ret ipsum angulum grad 26. min. 38 cui si addatur angulus BOH, grad. 45.  
 fiet summa angulorum H, O, grad. 71. min. 38 quæ summa dempta ex duo-  
 bus rectis, id est, ex grad. 180. relinquet angulum OBH, grad. 108 min. 22.

Igitur

Igitur vterque angulus A, B, in pentagono maior est vero angulo pentagoni grad. 108.

DEINDE ducta BP, ad H I, perpendiculari, si iterum statuatur BH, sinus totus 1000000. erit HP, 3150970. anguli HBP, grad. 18. min. 22. qui relinquitur, si rectus angulus ABP, grad. 90. detrahatur ex angulo A B H, *a 34. primi.* inuenito grad. 108. min. 22. Si igitur addatur PL, 5000000. *a* cum sit æqualis ipsi BM, semissi sinus totius, fiet tota HL, sinus anguli H K L, 8150970. Ac propterea angulus ipse erit grad. 54. min. 36. qui duplicatus dabit totum angulum H K I, grad. 109. min. 12. maiorem vero angulo pentagoni grad. 108.

I A M vero si summa trium angulorum A, B, K, inuentorum, nimirum, grad. 325. min. 56. auferatur ex grad. 540. summa omnium 5. angulorum pentagoni, reliqua fiet summa angulorum H, I, grad. 214. min. 4. Ac proinde vterque erit grad. 107. min. 2. minor vero angulo pentagoni grad. 180. Non ergo æquiangulum est Dureri pentagonum, sed solum æquilaterum. Omnes tamen 5. anguli conficiunt summam grad. 540. sicut in pentagono æquilatero, atque æquiangulo, vt hæc formula indicat.

Angulus	A	Grad. 108	min. 22
	B	Grad. 108	min. 22
	H	Grad. 107	min. 2
	I	Grad. 107	min. 2
	K	Grad. 109	min. 12
Summa		540	min. 0

## S C H O L I V M.

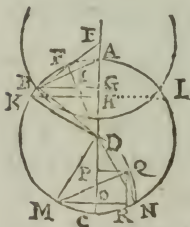
SVNT alij nonnulli, qui ad interuallū cuiusvis rectæ AB, descriptis ex centris A, B, duobus circulis se interfecantibus in C, D, vt in superiori figura, ducunt rectam AD, affirmantq. AD, latus esse pentagoni in circulo, cuius semidiameter DM, inscripti. sed toto coelo aberrant. Est enim AD, minus latere pentagoni circuli prædicti. *b 10. tertij-decimi.* Nam quia latus pentagoni potest & latus hexagoni, & latus decagoni circuli eiusdem: *c 47. primi.* Potest autem AD, rectas DM, MA; *d coroll. 15.* & DM, latus est hexagoni in circulo, cuius semidiameter DM, esset AM, latus decagoni in eodem circulo. quod falsum est. Quoniam enim latus decagoni maius est semisse lateris pentagoni, quod duo latera decagoni supra latus Pentagoni constituent Isosceles *e in quo duo latera* maiora sunt latere pentagoni: Erit AM, semissi ipsius A B, vel A D, minor latere decagoni. Igitur A D, minor est latere pentagoni; *f quando,* quidem latus pentagoni potest & latus hexagoni D M, & latus decagoni quod maius est, quam AM, semissi ipsius AD, vt diximus. *decimi.*

THEOR. 12. PROPOS. 30.  
INVENTIONEM lateris heptagoni in dato circulo



culo non rectè à quibusdam tradi, demonstrare.

CAROLVS Marianus Cremonensis totum vnum libellum edidit de inuentione lateris heptagoni in circulo dato, in quo probare conatur, latus heptagoni reperiri hac ratione. Sit circulus ABC, cuius centrum D, diameter CA, in qua producta capiatur AE, æqualis quartæ parti semidiametri AD, ita vt AE, quinta pars sit rectæ DE. Descripto autem ex E, ad interuallum semidiametri AD, circulo secante datum circulum in B, iungatur recta AB, quam dicit esse latus heptagoni, quod falsum esse, ita ostendimus. Si AB, esset verum latus heptagoni, & ducta BE, æquali semidiametro DB, (quod fieri, si ex B, ad interuallum semidiametri recta DE, secetur in E,) secante arcum AB, in F, diuideretur arcus AB, in F, vel angulus ADB, bifariam. quod tamen in eius descriptione non contingit, vt demonstrabitur. Non ergo eius linea AB, verum latus est heptagoni. Ductis enim rectis DB, DF, si AB, est septima pars circumferentiæ, continebit tam angulus ADB, quam DEB, (æ qui æquales sunt)  $\frac{2}{7}$ .



a 5. primi.

b 32. primi.

c 32. primi.

d 20. tertij

e 3. sexti.

f. corol. 36  
tertij.

vel  $\frac{1}{4}$ . duorum rectorum. b Ergo reliqui DAB, DBA, simul continebunt  $\frac{5}{7}$ . vel  $\frac{1}{4}$ . duorum rectorum. Ac proinde uterque ipsorum continebit  $\frac{5}{14}$ . duorum rectorum. c Cum ergo DAB, æqualis sit duobus E, & ABE, continebunt etiam hi simul  $\frac{5}{14}$ . duorum rectorum. Continet autem E, solus  $\frac{1}{4}$ . duorum rectorum. Igitur ABE, continebit  $\frac{1}{14}$ . duorum rectorum. d Et quia ADF, duplus est ipsius ABE, propter eandem basem AF, continebit angulus ADF,  $\frac{2}{14}$ . id est,  $\frac{1}{7}$ . duorum rectorum. Cum ergo totus ADB, complectatur  $\frac{2}{7}$ . vt dictum est, continebit quoque BDF,  $\frac{1}{7}$ . duorum rectorum, ideoque æquales erunt ADF, BDF.

SED iam AB, sit inuenta per constructionem prædicti auctoris; eritque EB, æqualis ipsi DB. Si ergo AB, esset verum latus heptagoni, caderet DI, perpendicularis, diuidens nimirum angulum ADB, bifariam, in F, quod verum non est. Posita enim BE, 4. erit tota CE, 9. & DE, 5. Cum ergo sit, vt BD, ad DE, ita BE, ad FE; (quod angulus ADB, sectus sit bifariam) erit componendo, summa ex BD, DE, nimirum 9. ad DE, 5. vt BE, ad FE. Si igitur fiat, vt 9. ad 5. ita BE, 4. ad aliud, inuenietur FE,  $2\frac{2}{5}$ . ac propterea rectangulam sub B E, 4 & EF,  $2\frac{2}{5}$ . erit  $8\frac{8}{5}$ . & rectangulam sub CE, 9. & EA, 1. erit 9. quod est absurdum; cum hæc rectangula sint æqualia. Non ergo recta DI, cadit in punctum F, intersectionis rectæ BE, cum arcu AB, quandoquidem rectangulam sub BE, EF, æquale non est rectangulo sub CE, & A, sed minus: Ac proinde non recte illa ratione latus heptagoni inuenitur.

ALBERTVS Durerus ad KL, latus trianguli æquilateri (sumptis vide. licet arcibus AK, AL, quorum uterque sextam partem circumferentiæ contineat) perpendicularitatem ducit AH, dicitque KH, semissem illius lateris esse latus heptagoni. quod similiter falsum est. Nam KH, omnino æqualis est

est recta AB, quam proxime demonstrauius non esse latus heptagoni. Si enim iungeretur recta AK, fieret triangulum æquilaterum AKD. <sup>a</sup> Igitur perpendicularis KH, diuidet AD, bifariam: Ac proinde posita DK, vel DA, 4, erit DH, 2. Quocirca si detrahemus 4. quadratum DH, ex 16. quadrato DK, <sup>b</sup> reliquum erit quadratum KH, 12. At tantum etiam deprehendemus esse quadratum AB. Quoniam enim quadratum BE, est 16. hoc est,  $\frac{6}{4}$ . & quadratum EG,  $\frac{2}{4}$ . (Nam perpendicularis BG, secat in Isoscele EBD, basem ED, bifariam. Cum ergo ED, sit 5. erit DG,  $2\frac{1}{2}$ , cuius quadratum est  $\frac{25}{4}$ ) erit quadratum BG,  $\frac{9}{4}$ . Sed quadratum AG, est  $\frac{9}{4}$ , quod recta AG, sit  $1\frac{1}{2}$ . <sup>d</sup> Igitur quadratum AB, erit  $\frac{4}{4}$ . id est, 12. quod est positum.

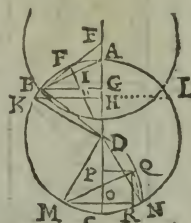
<sup>a</sup> schol. 26.  
primi.

<sup>b</sup> 47. primi.

<sup>c</sup> 47. primi.

<sup>d</sup> 47. primi.

FRANCISCVS Fluffas Candalla vir nobilissimus. ac doctissimus conatus est construere triangulum Isosceles habens vtrumvis angulorum æqualium ad basem triplum reliqui anguli, vt beneficio ipsius in dato circulo heptagonum inscribatur, vt in scholio propos. 16. lib. 4. Euclid. tradidimus. Ita ergo scribit. Sit triangulum æquilaterum DMN, in quo perpendicularis DO, ad basem secetur bifariam in P. Descripto deinde ex M, per N, D, circulo, quem secet perpendicularis PQ, in Q, iungantur rectæ QN, MQ. Dicit igitur, in Isoscele MNQ, vtrumlibet angulorum N, Q, triplum esse anguli M. quod falsum esse, hinc intelligi potest. Demissa perpendiculari QR, pro sinu arcus QN, vel anguli N, posito sinu toto MQ, vel MN, 10000000. Quoniam latus DN, potest tria sesquitercium est perpendicularis DO, si fiat vt 4. ad 3. ita 10000000000000. quadratum lateris DN, ad aliud, reperietur quadratum DO, 7500000000000. <sup>f</sup> quod cum sit quadruplum quadrati PO, vel QR, erit quadratum QK, 1875000000000. ipsumque latus QR, erit 4330127. vero minus, vel 4330128. vero maius, cui in tabula sinuum (adhibita parte proportionali) respondent grad. 25. min. 39. sec. 32. pro arcu QN, vel angulo NMQ, quo ablato ex duobus rectis, siue ex grad. 180. reliqua erit summa angulorum æqualium ad basem QN, grad. 154. min. 20. sec. 28. atque idcirco vterque complectetur grad. 77. min. 10. sec. 14. qui maior est, quam triplus anguli NMQ, grad. 25. min. 39. sec. 32. cum hic angulus triplicatus efficiat tantummodo grad. 76. min. 58. sec. 36. Falsum ergo est, quod Candalla nititur probare. Paralogismos tum Caroli Mariani, tum Candallæ, quos committunt, non est huius loci manifestare: satis nobis est, indicasse eos non rectè descripsisse heptagonum æquilaterum, & æquiangulum.



<sup>e</sup> 12. quarti  
decimi.

<sup>f</sup> schol. 4.  
secundi

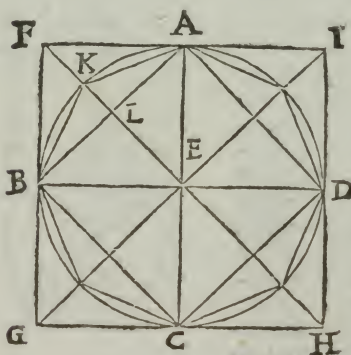
## THEOR. 13. PROPOS. 31.

OCTOGONVM æquilaterum & æquiangulum  
circulo inscriptum medio loco proportionale est in-  
Fff ter



ter quadratum eidem circulo circumscriptum, & quadratum inscriptum.

HOC Theorema est Orontij, quod facile ita demonstrabitur. Sit circulus ABCD, cuius centrum E; duæ diametri AC, BD, secantes se in E, ad angulos rectos. Iunctis ergo rectis AB, BC, CD, DA, erit quadratum circulo inscriptum ABCD, vt ex demonstratione propos. 6. lib. 4. Eucl. constat.



a 27. terij.

b schol. 34. primi.

c schol. 27. terij.

d 4. sexti.

e 6. primi.

f 1. sexti.

g 15. quinti

Ducantur quoque per A, B, C, D, perpendiculares ad diametros cocuntes in F, G, H, I, eritque quadratum circulo circumscriptum FGHI, vt patet ex demonstratione propos. 7. lib. 4. Euclid. Ductis autem diametris FH, GI, a secabuntur quadrantes AB, BC, CD, DA, bisariam; propterea quod anguli in centro sunt omnes æquales, b nimirum semirecti: c ac proinde & latera quadrati inscripti diuisa erunt bisariam, & ad angulos rectos. Et si iungantur rectæ, AK, KB, &c. descriptum erit octogonum intra

circulum. Dico ita esse quadratum exterius ad octogonum, vt octogonum ad quadratum interius. Quoniam enim triangula AEF, EAL, æquiangula sunt, quod rectos habeant angulos, & semirectos: d Erit EF, ad FA, hoc est, ad EK, (est nãq. EK, ipsi EA, hoc est, ipsi AF, æqualis) vt EA, hoc est, vt EK, ad AL, hoc est, ad EL, e q̃ AL, EL, sint equales, propter angulos semirectos A, E, in triângulo AEL. Sunt ergo tres rectæ EF, EK, EL, cõtinue proportionales. Igitur & triangula AEF, AEK, AEL, continue erunt proportionalia: f cum balibus EF, EK, EL, sint proportionalia: g Ac proinde & eorum octupla continue erunt proportionalia, quadratum videlicet FGHI, octogonum AKBCDA, & quadratum ABCD; quippe cum prædicta triangula sint harum figurarum octauæ partes, vt liquet. Octogonum igitur medioloco proportionale est inter quadrata FGHI, ABCD, quod demonstrandum erat.

### THEOR. 14. PROPOS. 32.

SI ex diametro quadrati detrahatur ipsius latus: Reliqua linea erit latus alterius quadrati, cuius diameter est linea, quæ relinquitur, si latus inuentum bis  
ex

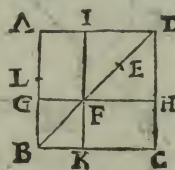
ex diametro prioris quadrati auferatur; vel si idem  
latus inuentum ex prioris quadrati latere tollatur.

EX diametro BD, quadrati ABCD, abscindatur recta BE, lateri AB, æ-  
qualis, & ex eadem diametro dematur reliqua DE, bis vsque ad F, ita vt EF,  
fit ipsi DE, æqualis; vel (quod idem est) reliqua DE, siue EF, illi æqualis  
ex latere AB, hoc est, ex BE, auferatur. Dico DE, vel EF, latus esse qua-  
drati, cuius diameter BF. Ductis enim per E, rectis GH, IK, parallelis ipsis  
AD, AB; æ erunt GK, HI, circa diametrum quadrata. Dico rectam EF, vel  
DE, æqualem esse lateri BG, quadrati GK, cuius dia-  
meter BF, reliqua fuit post detractionem DE, bis ex  
diametro BD. *b* Quoniam enim quadratum ex DF,  
duplum est quadrati ex IF, siue ex AG, *c* & quadru-  
plum quadrati ex EF; si quadratum ex DE, ponatur  
*4*, erit quadratum ex AG, *2*, & quadratum ex EF,  
*1*. Ac proinde quadratum ex AG, duplum erit qua-  
drati ex EF. *d* Est autem & quadratum ex BF, qua-  
drati ex BG, duplum. *e* Igitur erit vt recta AG, ad  
rectam EF, ita recta BF, ad rectam BG; quandoquidem quadrata earum pro-  
portionalia sunt, habentia nimirum proportionem duplam. Capiatur BL,  
ipsi BE, æqualis ita vt reliqua LA, reliqua FE, æqualis sit. Erit igitur quoque  
AG, ad AL, vt BF, siue BL, ad BG; Et diuidendo GL, ad LA, vt GL, ad BG. *f* *fg. quinti.*  
Quocirca AL, siue EF, & BG, æquales sunt, quod erat ostendendum.

*a coroll. 4.  
secundi.*

*b schol. 47.  
primi.  
c schol. 4.  
cundi.*

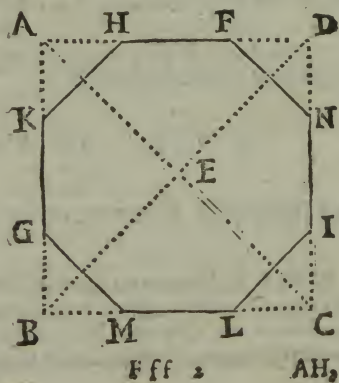
*d schol. 47.  
primi.  
e 22. sexti.*



### PROBL. 19. PROPOS. 33.

OCTOGONVM æquilaterum, & æquiangulum ad  
datam altitudinem, latitudinemve constituere.

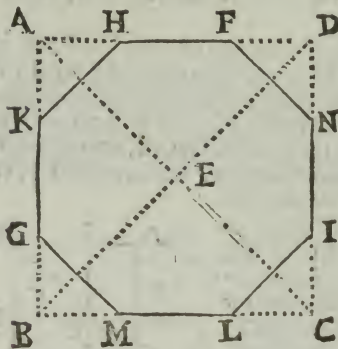
SIT ad altitudinem datam  
AB, construendum octogonum  
æquilaterum, & æquiangulum.  
Descripto ex AB, quadrato  
ABCD, ductisque diametris  
AC, BD, se in E, secantibus bi-  
fariam, & ad angulos rectos; ab-  
scindantur ad intervallum EA,  
ex quatuor angulis quadrati  
rectæ æquales AF, AG; DH,  
DI; BK, BL; CM, CN, iungan-  
turque rectæ HK, GM, LN, NF.  
Dico octogonum FHKGMLIN,  
esse æquilaterum, & æquiangu-  
lum. Quoniam enim rectæ





AH, AK; BG, BM; CL, CI; DE, DN, relinquuntur post detractionem rectæ AE,

e 47. primi.



b 32. huius.

e schol. 47. primi.

d 13. primi.

e 4. primi.

f schol. 34.

g primi.

ti ex KA: ac proinde quadrata ex KH, KG, æqualia inter se erunt; ideoq. & rectæ KH, KG, æquales erunt. Eadem ratione ostendemus, eandem GK, æqualem esse rectæ GM; & GM, æqualem rectæ ML, & sic de cæteris. Aequilaterum ergo est octogonum. d Quoniam autem bini anguli ad H, K, G, M, L, I, N, F, æquales sunt duobus rectis; e suntque anguli acuti versus angulos quadrati omnes inter se æquales: f immo semirecti, quod KH, GM, &c. sint diametri quadratorum ex lateribus AH, GB, &c. descriptorum: Erunt reliqui anguli obtusi in octogono æquales; ideoque octogonum æquiangulum etiam est. quod est propositum.

### SCHOLIUM.

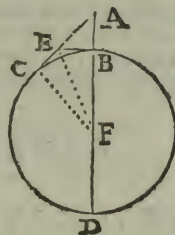
HÆC praxis, quam ante aliquot annos a quodam architecto sine demonstratione tamen accepi, pulcherrima est: quippe quæ non requirat diuisionem circuli in octo partes æquales, & describat octogonum ad datam altitudinem, latitudinemque, ut patet. Quam praxem ut demonstrarem, oportuit prius demonstrare præcedens theorema. Ex eo enim facile probema, propositum conficitur, ut patuit.

### PROBL. 20. PROPOS. 34.

AMBITVM terræ ex edito aliquo monte metiri.

CIRCA finem cap. 1. sphaeræ Ioan. de Sacro bosco proposui rationem, qua Franciscus Maurolycus ambitum terræ ex edito aliquo monte investigare docuit, quæ talis est. Sit circulus terræ BCD, in quo eligatur editissimus aliquis mons, (ipse in Sicilia montem Aetnam ad hoc negotium censuit

fuit eligendum)cuius altitudo  $AB$ , inquiratur vel per Quadrantē, vt lib. 2. problem. 2. 3. & 4. docuimus, vel per Quadratum Geometricum, vt lib. 3. problem. 6. 7. 8. & 9. Vel potius vt in ſcholio problem. 7. ac 9. tradidimus. Deinde ex  $A$ , vertice montis menſuretur totum illud ſpacium pelagi, ſeu terræ, ( vbi tamen montes non ſint ) quod inde conſpicitur, ita vt radius  $AC$ , maris vel terræ ſuperficiem contingat in  $C$ . Hoc autem fiet per ea, quæ in problematibus citatis tradita ſunt. Ex his poſtea explorat magnitudinem linæ tangentis  $AC$ ; & propterea quod eius quadrato æqualia ſunt quadrata  $AB, BC$ , ( ſumpto ſpacio  $BC$ , pro linea recta )  $b$  cuius quadratum æ quale eſt rectangulo ſub  $AD, AB$ , quo diuiſo per  $AB$ , altitudinem montis, prodibit in Quotiente recta  $AD$ ; ex qua ſi dematur altitudo montis  $AB$ , nota relinquetur diameter terræ  $BD$ . &  $Ac$  proinde circumferentia  $BCD$ , cognita fiet.



247. primi.

b 36. rectij.

c coroll. 2.  
de Dimens.  
ciculi lib. 4.  
huius.

S E D quia in hac ratione metiendi ambitus terrestris assumitur , arcum BC, à linea recta non differre. quod verum non est, quando mons tani altus est, vt spacium 200. vel 300. miliariorum cerni possit, quod tunc arcus B C, iuxta ambitum à Ptolemæo positum contineat grad. 3. min. 11. vel grad. 4. min. 48. A proinde non recte linea tangens AC, ex lateribus AB, BC, colligitur. Adde quod per problemata lib. 2. & 3. citata inuenitur perpendicularis BE, in plano , ad quod monset ad angulos rectos: Redigemus rationem hanc ad meliorem formam multis vijs, hoc modo. Deprehenso angulo A, per Quadrantem, vel Quadratum, quando radius visualis per dioptram circulum terræ tangit. Quod tum denique certissime fiet, cum per dioptram conspicietur Sol, aut alia stella, quando oritur, vel occidit. Deprehenso, inquam, angulo A, inuenienda erit perpendicularis BE, per problema paulo ante citata. *d* Et recta AE, ex duabus AB, BE. Si enim ad AE, adijciatur BE, hoc est, EC, e quæ ipsi BE, æqualis est, nota fiet tota tangens AC, ex qua, vt supra dictum est, & diameter terræ BD, & circumferentia inuelligabitur. Quin etiam cognito angulo A, ac proinde & eius complemento E, preperietur tam latus BE, g quam basis AE, sine problematibus ex lib. 2. & 3. citatis, &c.

d 47. primi.

e 2. coroll.  
36. terij.

f 4. triang.  
rectil.

g 5. triang.  
rectil.

# h 18. *terry*.

i 4. primi.

N 4. triang.  
rectil.

VEL sic agemus. Cognito per dioptram angulo A, cognitus etiam erit (ducta recta FC, h quæ ad AC, perpendicularis erit) angulus F, eius complementum in centro. Quia vero ducta recta FE, duo latera EC, CF, duobus lateribus EB, BF, æqualia sunt, comprehenduntque angulos æquales, nempe rectos: igitur anguli ad F, æquales. Cum ergo totus angulus BFC, cognitus sit, ut proxime diximus; cognitus etiam erit BFE, tamquam semissis ipsius: ac proinde & eius complementum BEF, notum erit. Igitur in triangulo ABE, ex angulis A, E, & latere AB, k reperiatur BE, in partibus altitudinis montis AB, nota. Atque eodem modo in triangulo BEF, ex angulis E, F, & latere BE, cognoscetur semidiameter BF, in partibus lateris BE, hoc est, in partibus altitudinis montis AB, idemque & tota diameter BD, nota fiet, & ex hac ambitus terræ quod est propositum.

**DENIQUE** hoc etiam modo idem assequemur. Cognito per dioptram



angulo A, quando radius visualis terram contingit, cognitus etiam erit angulus AFC, eius complementum. Ergo huius anguli secans AF, cognita erit in partibus sinus totius FC. Ex qua secante, si dematur sinus totus BF, nota relinquetur altitudo montis AB, in partibus sinus totius BF. Si igitur fiat ut altitudo montis AB, nota in partibus sinus totius ad eandem AB, notam in data mensura, ita sinus totus BF, ad aliud, proueniet semidiameter BF, nota in partibus altitudinis montis, &c.

## PROBLEMA 21. PROPOS. 35.

PRISMATI cuicunque Cylindrum æqualem, & Pyramidi Conum æqualem: Ac vicissim Cylindro Prisma æquale, & Cono æqualem Pyramidem constituere.

SI basi prismatis, vel pyramidis construatur circulus æqualis, per eam quæ ad finem lib. 7. scripsimus: Et super hunc circulum extruatur cylindrus vel conus eiusdem altitudinis cum prisma, vel pyramide; erit cylindrus prismati, & conus pyramidi æqualis. Cum enim tam bases, quam altitudines æquales sint: producat autem prisma, & Cylindrus ex base in altitudinem multiplicata, & pyramis, atque conus ex tertia parte basis in altitudinem multiplicata, ut lib. 5. cap. 1. declarauimus; manifestum est, cylindrum prismati, & conum pyramidi esse æqualem.

SI vicissim basi cylindri, vel conici constituatur quadratum, aut alia quæuis rectilinea figura æqualis, per eam, quæ ad finem lib. 7. diximus, & super hoc quadratum, aut figuram rectilineam fiat prisma, vel pyramis eiusdem altitudinis cum cylindro, vel cono, erit prisma cylindro, & pyramis cono æqualis, quod est propositum.

## PROBL. 22. PROPOS. 36.

DATO Cylindro, aut prismati æqualem conum, vel pyramidem sub eadem altitudine. Et vicissim dato cono vel pyramidi æqualem cylindrum, aut prisma eiusdem altitudinis constituere.

a 16. sex-  
huit.

b 10. duo-  
decimi.

c coroll. 7.  
duodec.

d 11. & 6.  
duodec.

a SI tam basis cylindri, quam prismatis tripletur, & super triplicatam extruatur conus, vel pyramis eiusdem altitudinis, factum erit, quod in prima parte proponitur. b Cum enim cylindrus triplus sit cono eandem cum illo basem, & altitudinem habentis: c Item prisma triplum pyramidis eandem cum illo basem, atque altitudinem habentis: d Sit autem & conus extructus

tractus eiusdem illius coni triplus; nec non & pyramis constructa eiusdem illius pyramidis tripla. *a* Erit tam conus extractus cylindro æqualis, *a 9. quinti.*  
quam pyramis constructa prismati, quod est propositum.

*b* Si vicissim bases coni, & pyramidis in tripla proportionem minuuntur, & super tertias has partes cylindrus erigatur, & prisma: Erit tam cylindrus dato cono, quam prisma datæ pyramidi æquale. *c* Quoniam enim tam conus datus, quam cylindrus extractus, triplus est coni eandem basem, altitudinemque habentis cum cylindro extracto. *d* Item tam data pyramis, quam prisma extractum, triplum est pyramidis eandem habentis basem, atque altitudinem cum prismate extracto. *e* Erit tam cylindrus extractus dato cono æqualis, quam prisma constructum datæ pyramidi æquale. quod est propositum.

*b 16. sexti  
huius.  
c 11. & 10.  
duodec.  
d 6. et 7. duo  
decimi.  
e 9. quinti.*

## COROLLARIUM I.

QVIA igitur forme prisma in cylindrum, & pyramis in conum convertitur: Et contra cylindrus in prisma, & conus in pyramidem: *g* Item cylindrus in conum, & prisma in pyramidem: Et contra conus in cylindrum, & pyramis in prisma converti potest; sit ut indifferenter tam cylindrus, quam prisma transmutari possit in pyramidem, aut conum, ac pyramis in cylindrum, aut prisma æquale.

*f 35. huius.  
g 36. huius.*

## COROLLARIUM II.

EX his etiam manifeste colligitur, omnem cylindrum, ac prisma; similiter & conum, ac pyramidem converti posse in parallelepipedum rectangulum, cuius basis sit quadrata. *h* Nam converso cylindro, aut cono, vel pyramide in prisma quaecunque, si basi prismatis fiat quadratum æquale, & supra illud erigatur parallelepipedum eiusdem altitudinis; erit hoc parallelepipedum priori æquale, ac proinde & proposito cylindro, vel cono, aut pyramidi.

*h 35. & 36.  
huius.  
i 2. coroll. 7.  
7. duodec.*

## PROBL. 23. PROPOS. 37.

DATVM cylindrum, vel prisma: Similiter datum, conum, vel pyramidem cuiuscunque altitudinis, in æqualem sub data qualibet alia altitudine, & supra basem quocunque angulorum, reuocare.

IN proportionem, quæ data altitudo ad altitudinem propositi solidi habet, *k* augeatur vel minuaturs basis eiusdem solidi dati. Nam solidum supra hanc basem auctam, vel diminutam secundum datam altitudinem constructum, erit id, quod quaeritur. *l* Erit enim æquale dato solido: quippe cum altitudines cum basibus reciprocae sint. Quod si basi constructi solidi fiat æqualis basis quocunque angulorum & supra eam constituatur solidum sub data altitudine; erit hoc etiam solidum solido proposito æquale.

*k 16. sexti  
huius.  
l 15. & 9.  
duodec.*

PRO-



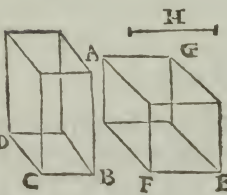
DATO parallelepipedo rectangulo cubum æqualem describere.

a 14. secūdi

b 2. coroll. 7.  
duodec.

lemma 18.  
sexti huius  
d 36. unde.

e 2. coroll.  
36. huius



SI parallelepipedum non habet basem quadratam, a fiat eius basi quadratum æquale B C D, supra quod erigatur parallelepipedum rectangulum eiusdem altitudinis A B, cum parallelepipedo dato, b quod æquale erit dato parallelepipedo. Huic ergo cubum æqualem construemus hac arte. Inter BC, latus quadrati BD, & AB, altitudinem parallelepipedi, inueniantur duæ mediæ proportionales EF, H: ita ut sit BC, ad EF, quemadmodum EF, ad H, & H, ad A B. Et super EF, propinquiorem lateri

BC, construatur cubus FFG. e qui parallelepipedo ABCD, æqualis erit. QVOD si forte accideret, tres dimensiones parallelepipedi dati, cuius basis quadrata non sit, esse continue proportionales; & erit cubus ex media descriptus parallelepipedo æqualis.

#### COROLLARIUM.

e CVM igitur omnis cylindrus, omne prisma, conus, ac pyramis in rectangulum parallelepipedum possit commutari, liquido constat, cuilibet solido eiusmodi, cubum posse constitui æqualem.

#### PROBL. 25. PROPOS. 39.

DATO cubo æquale parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel supra datam basem construere.

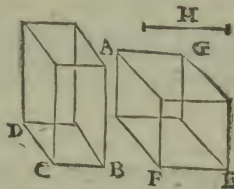
f 11. sexti.

g 36. unde.

SIT in præcedenti figura datus cubus EFG, & primum data altitudo AB, sub qua construendum sit parallelepipedum rectangulum cubo æquale. f Altitudini AB, & lateri cubi EF, reperiatur tertia proportionalis BC. Et fiat rectangulum BD, comprehensum sub tertia proportionali BC, & recta CD, lateri cubi EF, æquali; erigaturque supra BD, parallelepipedum rectangulum sub data altitudine AB, quod dico cubo esse æquale. Quoniam enim parallelepipedum rectangulum ABD, continetur sub tribus rectis AB, CD, BC, hoc est, sub AB, EF, BC, continue proportionalibus; g erit parallelepipedum æquale cubo ex media EF, descripto. quod est propositum.

SIT

SIT deinde data basis BD, quæ si non est parallelogrammum, & reuocetur ad parallelogrammum æquale. Et quam proportionem habeat basis data BD, ad basem cubi dati, eam habet latus cubi EF, ad rectam AE. (quod fiet, si supra latus cubi EF, fiat rectangulum æquale basi BD, & super alterum latus huius rectanguli aliud rectangulum æquale quadrato lateris cubi EF. *b* Nam tunc erit, ut primum rectangulum, id est, basis BD, ad secundum rectangulum, id est, ad quadratum, vel basem cubi, ita primi rectanguli basis, videlicet EF, ad basem secundi rectanguli.) Nam si supra basem BD, erigatur parallelepipedum in altitudine inuenta AB, & erunt parallelepipedum, & cubus æqualia: quippe cum bases, & altitudines sint reciproæ, ex constructione, quod est propositum.



*b* 1. *sexti.*

*c* 34. *unde.*

## COROLLARIUM.

QVONIAM igitur cuilibet cylindro, prismati, cono, ac pyramidi parallelepipedum rectangulum construi potest æquale: *e* si huic parallelepipedo fiat cubus æqualis; *f* & huic cubo parallelepipedum rectangulum sub data altitudine, vel base data æquale: commutatus erit cylindrus, prisma, conus, ac pyramis in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basis.

*d* coroll. 38.

*huius.*

*c* 38. *huius.*

*f* 39. *huius.*

## PROBL. 26. PROPOS. 40.

SPHAERAE datæ cubum æqualem: Et dato cubo æqualem sphaeram constituere.

QVONIAM per propof. 32. lib. 1. Archimedis de sphaera, & cylindro, Cylindrus rectus, cuius basis est maximus sphaeræ circulus, & altitudo diametro eiusdem sphaeræ æqualis, sesquialteram habet proportionem ad sphaeram: *g* Habet autem idem cylindrus ad cylindrum eiusdem basis, cuius altitudo contineat  $\frac{2}{3}$  diametri sphaeræ, proportionem quæque sesquialteram; *h* erit posterior hic cylindrus sphaeræ æqualis. Si igitur huic cylindro fiat cubus æqualis; erit idem hic cubus datæ sphaeræ æqualis, quod est propositum.

*g* 14. *unde.*

*h* 9. *quinti.*

*i* coroll. 38.

*huius.*

VEL quia per eandem propof. 32. Archimedis, sphaera quadrupla est coni, cuius basis est maximus sphaeræ circulus, & altitudo semidiametro sphaeræ æqualis: *k* Est autem eiusdem coni quadruplus etiam conus eiusdem altitudinis, basem habens circuli maximi in sphaera quadruplam, hoc est, basem habens circulum, cuius semidiameter æqualis diametro maximi circuli; *l* erit posterior hic conus sphaeræ æqualis. *m* Si igitur huic cono fiat cubus æqualis, erit hic idem cubus sphaeræ datæ æqualis, quod est propositum.

*k* 11. *duo-*

*decimi.*

*l* 9. *quinti.*

*m* coroll. 38.

*huius.*

G g g

SIT



- a 35. huius.** SIT vicissim dato cubo fabricanda sphaera aequalis. *a* Fiat cubo, tanquam prismati, cylindrus aequalis. Deinde sphaera fabricetur, habens diametrum sesquialteram altitudinis cylindri. *b* Haec enim sphaera cylindro, ac proinde cubo dato equalis erit: propterea quod cylindrus eiusdem basis altitudinem habens aequalem diametro sphaerae, *c* sesquialter est tam prioris cylindri, *d* quam datae sphaerae quod est propositum.

## COROLLARIUM I.

- e 25. sexti.** QVIA vero e si basi cubi fiat aequalis figura quocunque laterum, siue ea regularis sit, siue non; & supra hanc figuram erigatur solidum rectangulum ad altitudinem cubi, *f* solidum hoc cubo est aequale. sit ut sphaerae datae construi possit aequale solidum rectangulum supra basem quolibet angelorum; *g* si nimirum prius construator cubus aequalis: deinde huic cubo solidum rectangulum aequale, ut proxime dictum est. *h* Item quia quocunque prismati pyramis construi potest aequalis; si cubo, qui sphaerae est aequalis, tanquam prismati, fiat pyramis aequalis; erit quoque eadem pyramis sphaerae aequalis. Immo quoniam cuilibet cylindro conus fieri potest aequalis: si cylindrus extruatur sphaerae aequalis, supra basem videlicet maximo circulo in sphaera aequalem, & cuius altitudo contineat  $\frac{2}{3}$  diametri, ut ad initium huius propos. ostendimus: Deinde huic cylindro conus aequalis; constitutus erit conus quoque datae sphaerae aequalis.
- k 37. huius.** VICISSIM *k* quia cuilibet prismati construi potest cubus aequalis: *l* Si huic cubo fiat aequalis sphaera, erit eadem haec sphaera constituta aequalis dato prismati supra basem quocunque angelorum.

## COROLLARIUM II.

- m 2. coroll.** QVIN etiam colligitur, posse sphaeram construi aequalem cuilibet corpori regulari. Nam de cubo quidem ostensum est hac propos. 40. De Tetraedro vero, siue Pyramide regulari patet Nam si Pyramidi *m* fiat Parallelepipedum aequale: *n* Et huic parallelepipedo cubus aequalis; Ac tandem huic cubo fabricetur sphaera aequalis; erit eadem haec sphaera Tetraedro, siue pyramidi regulari aequalis. De Octaedro autem, Icosaedro, & Dodecaedro tales peragetur. Si omnis basibus corporis regularis fiat quadratum aequale, per ea, quae ad finem lib. 2. Euclid. vel potius per ea, quae lib. 4. huius Geometriae cap. 4. Num. 4. tradidimus; & super hoc quadratum fiat pyramis habens altitudinem aequalem perpendiculari e centro corporis ad quamlibet basem ductae, hoc est, altitudini vnus pyramidis ex istis, in quas corpus diuiditur e centro: *o* Et haec pyramis corpori regulari aequalis; *p* quippe cum ita se habeat cum pyramide haec quadrilatera ad vnam pyramidem corporis regularis, quam omnes pyramides corporis regularis ad vnam pyramidem, ut basis illius, vel bases omnium pyramidum corporis, ad vnam basem; propterea quod in Octaedro proportio est ut oblique octupla: In Icosaedro, vige cupla: Et in Dodecaedro, duodecupla. Quare si toti illi pyramidi cubus construat aequalis, ut paulo ante de Tetraedro dictum est; atque huic tandem cubo sphaera aequalis fabricetur; erit eadem sphaera illi pyramidi, hoc est, corpori regulari aequalis.

PROBL.

LIBER OCTAVVS. 419  
PROBL. 27. PROPOS. 41.

DVOBVS aut pluribus cubis vnum cubum æqua-  
lem efficere.

SI supra basem superiorem primi cubi, *a* construat parallelipedum *a* 39. huius.  
rectangulum secundo cubo æquale, vt fiat vnum parallelipedum duobus cu-  
bis æquale: Et supra huius parallelipedi basem supe- iorem aliud paralle-  
lepipedum æquale tertio cubo, & sic deinceps, si plures adsint cubi, constru-  
etum erit parallelipedum propositis cubis æquale. Huic ergo *b* si fiat cubus *b* 38. huius  
æqualis, factum erit, quod proponitur.

SCHOLIUM.

EADEM arte quotlibet figuris solidis non cubis, construetur cubus æ-  
qualis: *c* si nimirum reuocentur ad vnum parallelipedum, &c. *c* 37. huius,

PROBL. 28. PROPOS. 42.

DATO cubo, corpus regulare, quod ex quinque  
elegeris, æquale construere.

SIT datus cubus, cuius latus *A*, cui verbi gratia construendum sit æqua-  
le Dodecaedrum, *d* Fiat quodcunque Dodecae-  
dram, cuius latus *B*: cui per ea, quæ in 2. co- *C. A. B. D.* *d* 17. tertij.  
roll. præcedentis propos. dicta sunt, fiat æqualis *decimi.*  
cubus, cuius latus *C*. *e* Et tribus lateribus *C, A, B*, reperiatur quarta propor- *e* 12. sexti.  
tionalis *D*. Dico Dodecaedrum supra latus *D*, constructum, æquale esse  
dato cubo lateris *A*. Quoniã enim, vt ex demonstratione propos. 37. lib. 11.  
Euclid. patet, ita est cubus lateris *C*, ad cubum lateris *A*, vt Dodecaedrum  
lateris *B*, ad Dodecaedrum lateris *D*: Est autem per constructionem, cubus  
lateris *C*, æqualis Dodecaedro lateris *B*; ferit quoque cubus lateris *A*, Do *f* 14. quinti  
decaedro lateris *D*, æqualis, quod est propositum.

PROBL. 29. PROPOS. 43.

EX maiori cubo detrahare minorem, residuoque cu-  
bum æqualem exhibere.

SVpra basem maioris cubi *g* construat parallelipedum cubo mino *g* 39. huius.  
*Ggg* 2 *ri* g-



ri æquale. Et ex latere cubi maioris abscindatur recta æqualis altitudini constructi parallelepipedo. Si enim per punctum abscissionis ducatur planum basis cubi parallelum, detractum erit parallelepipedum parallelepipedo constructo æquale, cum habeat eandem basem & altitudinem cum illo, hoc est, minori cubo æquale. *a* Si igitur reliquo parallelepipedo fiat cubus æqualis, factum erit, quod proponitur.

## S C H O L I V M.

*b* 1. & 2. *co* IDEM fieri potest in alijs figuris solidis; *b* si prius reducantur ad parallelepipeda rectangula, quando non sunt parallelepipeda. *c* & deinde parallelepipeda ad cubos, &c.

## P R O B L. 30. P R O P O S. 44.

D A T I S duabus, aut pluribus sphaeris, sphaeram vnā æqualem constituere.

*d* 40. *huius*. SPHAERIS propositis *d* construuntur cubi æquales: *e* His deinde vnus *e* 41. *huius*. cubus æqualis fiat, qui etiam sphaeris datis erit æqualis. *f* Si igitur huic cubo extruatur sphaera æqualis, factum erit, quod iubetur.

## P R O B L. 31. P R O P O S. 45.

E X maiori sphaera minorem sphaeram detrahere, residuoque sphaeram æqualem exhibere.

*g* 40. *huius*. *g* VTRAQUE sphaera in cubum reuocetur. *h* Detracto deinde minore *h* 43. *huius*. ex maiore, si residuo sphaera fiat æqualis, factum erit, quod proponitur.

## P R O B L. 32. P R O P O S. 46.

D A T V M cubum, aut parallelepipedum, secundum proportionem datam secare.

*k* 32. *vnde*. S I namque vnum latus in base cubi, aut parallelepipedo secetur secundum datam proportionem, & per punctum sectionis ducatur planum duobus basibus erectis solidi parallelum, diuidens ipsum solidum in duo parallelepipeda: habebunt hæc parallelepipeda datam proportionem. *k* Habent enim proportionem inter se eandem, quam bases. *l* Cum ergo bases habeant eandem proportionem, quam segmenta lateris secundum datam proportionem.

portionem diuifi; conſtat id, quod propoſitum eſt.

## S C H O L I V M.

NON aliter priſma quodlibet, aut cylindrus ſecundum datam proportionem ſecabitur, ſi altitudo in datam ſecetur proportionem, & per punctum ſectionis planum ducatur baſibus parallelum. Hoc enim ſecabit *a* tam priſma, *b* quam cylindrum in datam proportionem.

a ſchol. 14.

duodec.

biq. duodec.

## PROBL. 33. PROPOS. 47.

FIGVRAM Ellipſi ſimilem, quam ouatam dicunt, circino deſcribere.

LIBET miſcellaneorum hunc librum peruulgato illo problemate concludere, quo artiſces ope circini deſcribere ſolent figuram ouatam Ellipſi ſimilem, ita vt nullibi anguli appareant: cum non raro cuiuſmodi figura à Geometris in ſuis delineationibus adhibeatur. Docui quidem in lib. 1. noſtre Gnomonicæ in ſcholio propoſ. 8. qua ratione vera Ellipſis, quæ conica ſectio eſt, deſcribenda ſit: Sed hic ſimilem figuram ex ſegmentis circularum conſtanti deſcribendam proponimus. Ita ergo, vt ex varijs ſcriptoris colligitur, agemus. Conſtruantur duo triangula æquilatera, vel Iſoſcelia ſupra baſem communem *AC*, in diuerſas partes *ABC*, *ADC*. (Æquilatera uenitior faciant figuram, vt experientia te docebit) productiſque lateribus, deſcribantur ex *A*, *C*, duo arcus *EFG*, *HIK*, uſque ad latera producta. Si namque ex *B*, *D*, per *E*, *K*, *G*, *H*, alij arcus deſcribantur, & tangent hi priores arcus in punctis *E*, *K*, *G*, *H*: Hac proinde illos non ſecabunt, conſtitutaque erit figura ouata.

d 15. primi.



c ſchol. 13. terij.

BENE autem uides, ex eiſdem centris *A*, *C*, *B*, *D*, deſcribi poſſe varias figuras, prout arcus *EFG*, *HIK*, maiores fuerint, aut minores, vt in figura apparet.

QVOD ſi triangula conſtituta ſunt Iſoſcelia, poterunt latera *AB*, *CB*, &c. vel maiora fieri baſe *AC*, vel minora. In figura noſtra ſunt minora.

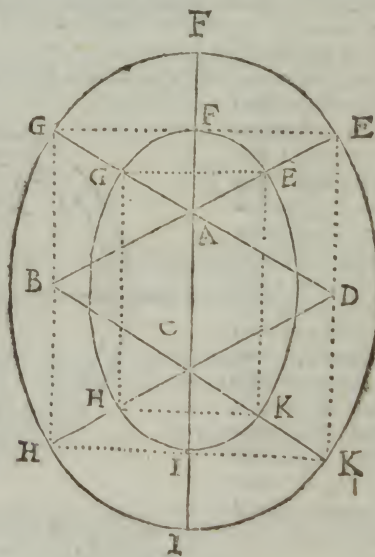
POTES etiam, ſi placet, primo loco ex centris *B*, *D*, deſcribere arcus *EMK*, *GLH*, ad quodcunque interuallum, pro latitudine figuræ deſcribendæ: deinde



deinde ex centris A, C, minores arcus delineare EFG,HIK.

QVIN etiam line constructione triangularum idem efficiemus hoc modo. Duclis duabus rectis AC, BD, ad angulos rectos se secantibus in N; sumptisque æqualibus NA, NC, quantiscunque pro longitudine figuræ, describantur ex A, C, arcus circuli EFG, HIK, parvi, aut magni, prout defideras extremitates figuræ secundum longitudinem habere anguliores, latioresve. Deinde acceptis alijs duabus rectis æqualibus NB, ND, quantiscunque, (quo autem puncta B, D, remotiora fuerint ab N, eo angustior figura euadet: & quo minus remora, eo latior. Sed vsus magister optimus facile docebit, quantæ debeant esse rectæ NB, ND,) ducantur ex B, D, per centra A, C, rectæ secantes priores arcus in E, K, & c. Nam si ex B, D, per puncta E, K, & c. alijs duo arcus describantur, perfecta erit figura Ellipsi huius.

VT autem videas, venustiores figuras describi, si triangula ABC, ADC, sint æquilatera, quæ fere ratio ab artificibus seruari solet, descriptum hic duas figuras. In minori est latus BA, rectæ AE, duplum, in maiori vero æquale, &c.



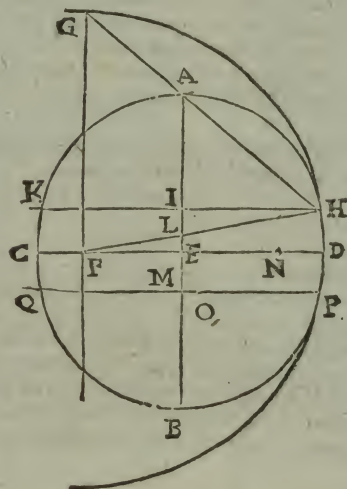
Area figurę  
quatę hie de  
scripte.

TAM vero area figuræ ovata, beneficio trianguli æquilateri descriptæ, quam artifices non raro expetunt, facile invenietur, hoc modo. Secor BEK, est sexta pars circuli, cuius semidiameter BE, nota, nimirum latus trianguli æquilateri BEK, quod est in maiori figura duplum lateris AB, æsum

pti ad libitum: in minori vero sesquialterum est eiusdem lateris AB. Inuenta ergo area illius circuli, ut lib. 4. ca. 7. docuimus, si ex eius sexta parte dematur triangulum æquilaterum BEK, cuius area reperietur per ea, quæ in eodem lib. 4. cap. 2. Num. 5. tradita sunt: reliquum fiet segmentum EK, ac proinde & GH, notum. Item sector AGE, est pars duo decima circuli, cuius semidiameter AG, nota, nimirum vel æqualis lateri assumpto AB, vel semissis ipsius. Si igitur ex duodecima parte area illius circuli auferatur area lloſcelis AGE, quæ reperietur per ea, quæ lib. 4. cap. 2. Num. 4. scripsimus: remanebit segmentum GFE, notum, ideoque & segmentum HIK. Quocirca si quatuor segmentis cognitis adijciatur area rectanguli EGHK, cognita erit area totius figuræ. Cognoscetur autem area huius rectanguli ex doctrina cap. 1. lib. 4. cum latus EK, chorda sit sextæ partis circuli, hoc est, semidiametro æquale: at EF, sit sinus grad 60. id est, semillis chordæ grad. 120.

VERVM quia hac ratione describi requirit figura ad datam longitudinem, latitudinemque; (quoniam si longitudo eligatur FI, ignotum erit, quanta sit futura latitudo: propterea quod arcus ex B, D, descripti raro transeunt per electa puncta latitudinis: Si vero eligatur latitudo LM, in prima figura ignorabitur futura longitudo: quippe cum arcus ex A, C, descripti raro etiam per electa puncta longitudinis transeant: ut perspicuum est.)

doce bimus cum Ioan. Baptista Benedicto, quo pacto, data tam longitudine, quam latitudine figura Ellipsi similis describenda sit. Sit ergo data longitudo AB, & latitudo CD, quæ se interficiant, & ad rectos angulos faciant in E. Ex latitudine CD, abscindatur recta DE, quantacunque ultra E, maior tamen intervallo inter punctum F, & A, extremum longitudinis. Hoc enim nisi fiat, describi non poterit figura ouata. Deinde centro F & intervallo FD, describatur circulus DG, qui necessario ultra punctum A, transibit, quippe cum semidiameter FD, maior posita sit intervallo FA. Ducta autem FG, longitudini AB, parallela secante circulum descriptum in G; ducatur ex G, per A, recta secans eundem circulum in H, puncto, è quo ducatur HIK, latitudini CD, parallela, iungaturque HF, secans AB, longitudinem in L; eruntque FG, FH, æquales è centro F, ad circumferentiam. Et quia trian- gula HGF, HAL, similia sunt; b erit ut GF, ad FH, ita AL, ad LH. Cum ergo GE, ipsi FH, sit æqualis; erit quoque AL, ipsi LH, æqualis. Circulus ergo AH, ex L, per A, descriptus transibit per H, & ibique priorem circulum DG, tan-



get

a coroll. 4.  
sexti.  
b 4. sexti.  
c schol. 13.  
get  
tertij.



get. Si igitur capiatur EO, æqualis ipsi EI, & EM, ipsi EL, ducaturque POQ, per O, rectæ CD, parallela, atque ex M, centro, intervallo autem LH, vel MP, circulus PBQ, describatur, tanget hic quoque priorem circumlunum in P. Si denique sumpta EN, ipsi EF, æquali, describatur ex N, ad intervallo FD, prioris circuli circulus KCQ, tanget hic circulos HAK, PBQ, in K, Q, perfecta que erit figura ouata.

SED quia, ut dictum est, constatque ex descriptione, nisi latitudo CD, tanta sit, ut ex ea abscindi possit recta DF, maior intervallo FA, figura hac ratione describi nequit; adeo ut longitudo, ac latitudo ad libitum assumi non possint; instituetur operatio alio modo, sumpta quacunque longitudine AB, & latitudine CD. Secent se in prima figura longitudine, latitudoque FI, LM, datae mutuo bifariam in N, & ad angulos rectos, & sumantur rectæ FA, IC, æquales, & minores semisse latitudinis LN; describanturque ex A, & C, per F, & I, circelli EFG, HIK. Sumpta deinde MO, semidiametro AF, æquali, innigatur OA, ex O, ad centrum A, quam bifariam, & ad angulos rectos in P, secet recta PB, secans LM, etiam productum, si opus est, in B. ducaturque BA, usque ad circumlunum GFE. Et quoniam dua latera OP, PB, duobus lateribus AP, PB, æqualia sunt, angulosque continent rectos, id est, æquales: æ erunt bases OB, AB, æquales; additisque æqualibus OM, AE, (sumpta namque sunt MO, æqualis semidiametro FA, vel IC,) totæ BE, BM, æquales erunt. Descriptus ergo circulus ex B, per M, transibit per E, ibique circumlunum GFE, tanget. Eodemque modo circumlunum HIK, tanget. Si igitur sumpta ND, ipsi NB, æquali, describatur ex D, per L, circulus tangens eosdem priores circumlunos in G, H, absoluta erit figura.

## S C H O L I V M.

QVO autem semidiameter FA, sumpta fuerit minor, quam MN, eo certius centrum B, reperietur, ut liquet.

ROGATV multorum placet Epilogi loco apponere tabulam quadratorum, & cuborum, qui ex numeris ab 1. usque ad 1000. producuntur: propterea quod huiusce tabulæ multiplex, & insignis est usus cum in alijs rebus Mathematicis, tum vero maxime in radicibus quadratis, & cubicis ex magnis numeris extrahendis, ut post tabulam paucis exponam. Non extendi autem tabulam ultra radicem 1000. contentis radicibus tres figuras non superantibus: propterea quod si excederetur usque ad radicem 10000. ut radices haberentur quatuor figurarum, decies maior tabula conficienda esset. Si quis tamen eam extendere volet, inueniet ad finem tabulæ regulas, quibus id facile possit exequi. Quamvis quadratorum tabulam Doctissimus Maginus in sua tabula Tetragonica usque ad radicem. 10000. promouerit.

SEQVITVR TABVLA QVADRATORVM,  
& Cuborum, quorum radices maiores non  
sunt, quam 1000.

TABVLA

LIBER OCTAVVS. 425

Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
1	1	1	41	1681	68921	81	6561	531441
2	4	8	42	1764	74088	82	6724	551368
3	9	27	43	1849	79507	83	6889	571787
4	16	64	44	1936	85184	84	7056	592704
5	25	125	45	2025	91125	85	7225	614125
6	36	216	46	2116	97336	86	7396	636056
7	49	343	47	2209	103823	87	7569	658503
8	64	512	48	2304	110592	88	7744	681472
9	81	729	49	2401	117649	89	7921	704968
10	100	1000	50	2500	125000	90	8100	729000
11	121	1331	51	2601	132651	91	8281	753571
12	144	1728	52	2704	140608	92	8464	778688
13	169	2197	53	2809	148877	93	8649	804357
14	196	2744	54	2916	157464	94	8836	830584
15	225	3375	55	3025	166375	95	9025	857375
16	256	4096	56	3136	175616	96	9216	884736
17	289	4913	57	3249	185193	97	9409	912673
18	324	5832	58	3364	195112	98	9604	941192
19	361	6859	59	3481	205379	99	9801	970299
20	400	8000	60	3600	216000	100	10000	1000000
21	441	9261	61	3721	226981	101	10201	1030301
22	484	10648	62	3844	238328	102	10404	1061208
23	529	12167	63	3969	250047	103	10609	1092727
24	576	13824	64	4096	262144	104	10816	1124864
25	625	15625	65	4225	274625	105	11025	1157625
26	676	17576	66	4356	287496	106	11236	1191016
27	729	19683	67	4489	300763	107	11449	1225043
28	784	21952	68	4624	314432	108	11664	1259712
29	841	24389	69	4761	328509	109	11881	1295029
30	900	27000	70	4900	343000	110	12100	1331000
31	961	29791	71	5041	357911	111	12321	1367631
32	1024	32768	72	5184	373248	112	12544	1404928
33	1089	35937	73	5329	389017	113	12769	1442897
34	1156	39304	74	5476	405224	114	12996	1481544
35	1225	42875	75	5625	421875	115	13225	1520875
36	1296	46656	76	5776	438976	116	13456	1560896
37	1369	50653	77	5929	456533	117	13689	1601613
38	1444	54872	78	6084	474552	118	13924	1643032
39	1521	59319	79	6241	493039	119	14161	1685159
40	1600	64000	80	6400	512000	120	14400	1728000

Hh h



## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
121	14641	1771561	161	25921	4173281	201	40401	8120601
122	14884	1815848	162	26244	4251528	202	40804	8242408
123	15129	1860867	163	26569	4330747	203	41209	8365427
124	15376	1906624	164	26896	4410944	204	41616	8489664
125	15625	1953125	165	27225	4492125	205	42025	8615125
126	15876	2000376	166	27556	4574296	206	42436	8741816
127	16129	2048383	167	27889	4657463	207	42849	8869743
128	16384	2097152	168	28224	4741632	208	43264	8998912
129	16641	2146689	169	28561	4826809	209	43681	9129329
130	16900	2197000	170	28900	4913000	210	44100	9261000
131	17161	2248091	171	29241	5000211	211	44521	9393931
132	17424	2299968	172	29584	5088448	212	44944	9528128
133	17689	2352637	173	29929	5177717	213	45369	9663597
134	17956	2406104	174	30276	5268024	214	45796	9800344
135	18225	2460375	175	30625	5359375	215	46225	9938375
136	18496	2515456	176	30976	5451776	216	46656	10077696
137	18769	2571353	177	31329	5545233	217	47089	10218313
138	19044	2628027	178	31684	5639752	218	47524	10360232
139	19321	2685619	179	32041	5735339	219	47961	10503459
140	19600	2744000	180	32400	5832000	220	48400	10648080
141	19881	2803221	181	32761	5929741	221	48841	10793861
142	20164	2863288	182	33124	6028568	222	49284	10941048
143	20449	2924207	183	33489	6128487	223	49729	11089567
144	20736	2985984	184	33856	6229504	224	50176	11239424
145	21025	3048625	185	34225	6331625	225	50625	11390625
146	21316	3112136	186	34596	6434856	226	51076	11543176
147	21609	3176523	187	34969	6539203	227	51529	11697083
148	21904	3241792	188	35344	6644672	228	51984	11852352
149	22201	3307949	189	35721	6751269	229	52441	12008989
150	22500	3375000	190	36100	6859000	230	52900	12167000
151	22801	3442951	191	36481	6967871	231	53361	12326391
152	23104	3511808	192	36864	7077888	232	53824	12487168
153	23409	3581577	193	37249	7189057	233	54289	12649337
154	23716	3652264	194	37636	7301384	234	54756	12812904
155	24025	3723875	195	38025	7414875	235	55225	12977875
156	24336	3796416	196	38416	7529536	236	55696	13144256
157	24649	3869893	197	38809	7645373	237	56169	13312053
158	24964	3944312	198	39204	7762392	238	56644	13481272
159	25281	4019679	199	39601	7880599	239	57121	13651919
160	25600	4096000	200	40000	8000000	240	57600	13824000

## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
241	58081	13997521	281	78961	22188041	321	103041	33076161
242	58564	14172488	282	79524	22425768	322	103684	33386248
243	59049	1438907	283	80089	22665187	323	104329	33698267
244	59536	14526784	284	80656	22909304	324	104976	34012224
245	60025	14706125	285	81225	23149125	325	105625	34328125
246	60516	14886936	286	81796	23393656	326	106276	34645976
247	61009	15069223	287	82369	23639903	327	106929	34965783
248	61504	15252992	288	82944	23887872	328	107584	35287552
249	62001	15438249	289	83521	24137569	329	108241	35611289
250	62500	15625000	290	84100	24389000	330	108900	35937000
251	63001	15813251	291	84681	24642171	331	109561	36264691
252	63504	16003008	292	85264	24897088	332	110224	36594368
253	64009	16194277	293	85849	25153757	333	110889	36926037
254	64516	16387064	294	86436	25412184	334	111556	37259704
255	65025	16581375	295	87025	25672375	335	112225	37595375
256	65536	16777216	296	87616	25934336	336	112896	37933056
257	66049	16974593	297	88209	26198073	337	113569	38272753
258	66564	17173512	298	88804	26463592	338	114244	38614472
259	67081	17373979	299	89401	26730899	339	114921	38958219
260	67600	17576000	300	90000	27000000	340	115600	39304000
261	68121	17779581	301	90601	27270901	341	116281	39651821
262	68644	17984728	302	91204	27543608	342	116964	40001688
263	69169	18191447	303	91809	27818127	343	117649	40353607
264	69696	18399744	304	92416	28094464	344	118336	40707584
265	70225	18609625	305	93025	28372625	345	119025	41063625
266	70756	18821096	306	93636	28652616	346	119716	41421736
267	71289	19034163	307	94249	28934443	347	120409	41781923
268	71824	19248832	308	94864	29218112	348	121104	42144192
269	72361	19465109	309	95481	29503629	349	121801	42508549
270	72900	19683000	310	96100	29791000	350	122500	42875000
271	73441	19902511	311	96721	30080231	351	123201	43243551
272	73984	20123648	312	97344	30371328	352	123904	43614208
273	74529	20346417	313	97969	30664297	353	124609	43986977
274	75076	20570824	314	98596	30956144	354	125316	44361864
275	75625	20796875	315	99225	31255875	355	126025	44738875
276	76176	21024576	316	99856	31554496	356	126736	45118016
277	76729	21253933	317	100489	31855013	357	127449	45499293
278	77284	21484952	318	101124	32157432	358	128164	45882712
279	77841	21717639	319	101761	32461759	359	128881	46268279
280	78400	21952000	320	102400	32768000	360	129600	46656000

Hh h 2



## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
361	130321	47045881	401	160801	64481201	441	194481	85766121
362	131044	47437928	402	161604	64964808	442	195364	86350888
363	131769	47832147	403	162409	65450827	443	196249	86938307
364	132496	48228544	404	163216	65939264	444	197136	8752884
365	133225	48627125	405	164025	66430125	445	198025	88121125
366	133956	49027896	406	164836	66923416	446	198916	88716536
367	134689	49430863	407	165649	67419143	447	199809	89314623
368	135424	49836032	408	166464	67917312	448	200704	89915392
369	136161	50243409	409	167281	68417929	449	201601	90518819
370	136900	50653000	410	168100	68921000	450	202500	91125000
371	137641	51064811	411	168921	69426531	451	203401	91733851
372	138384	51478848	412	169744	69934528	452	204304	92345408
373	139129	51895117	413	170569	70444997	453	205209	92959677
374	139876	52313624	414	171396	70957944	454	206116	93576664
375	140625	52734375	415	172225	71473375	455	207025	94196375
376	141376	53157376	416	173056	71991296	456	207936	94818816
377	142129	53582633	417	173889	72511713	457	208849	95443993
378	142884	54010152	418	174724	73034632	458	209764	96071912
379	143641	54439939	419	175561	73560059	459	210681	96702579
380	144400	54872000	420	176400	74088000	460	211600	97336000
381	145161	55306341	421	177241	74618461	461	212521	97972181
382	145924	55742968	422	178084	75151448	462	213444	98611128
383	146689	56181887	423	178929	75686967	463	214369	99252847
384	147456	56623104	424	179776	76225024	464	215296	99897344
385	148225	57066625	425	180625	76765625	465	216225	100544625
386	148996	57512456	426	181476	77308776	466	217156	101194696
387	149769	57960603	427	182329	77854483	467	218089	101847363
388	150544	58411072	428	183184	78402752	468	219024	102503232
389	151321	58863869	429	184041	78953589	469	219961	103161709
390	152100	59319000	430	184900	79507000	470	220900	103823000
391	152881	59776471	431	185761	80062991	471	221841	104487111
392	153664	60236288	432	186624	80621568	472	222784	105154048
393	154449	60698457	433	187489	81182737	473	223729	105823817
394	155236	61162984	434	188356	81746504	474	224676	106496124
395	156025	61629875	435	189225	82312875	475	225625	107171875
396	156816	62099136	436	190096	82881856	476	226576	107850176
397	157609	62570773	437	190969	83453453	477	227529	108531133
398	158404	63044792	438	191844	84027672	478	228484	109214852
399	159201	63521199	439	192721	84604519	479	229441	109902229
400	160000	64000000	440	193600	85184000	480	230400	110592000



## LIBER OCTAVVS

429

## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
481	231361	111284641	521	271441	141420761	561	314721	176558481
482	232324	111980168	522	272484	142236648	562	315844	177504328
483	233289	112678587	523	273529	143055667	563	316969	178453547
484	234256	113379904	524	274576	143877824	564	318096	179406144
485	235225	114081125	525	275625	144703125	565	319225	180362125
486	236196	114791256	526	276676	145531576	566	320356	181321496
487	237169	115501303	527	277729	146363183	567	321489	182284263
488	238144	116214272	528	278784	147197952	568	322624	183250432
489	239121	116930169	529	279841	148035889	569	323761	184220009
490	240100	117649000	530	280900	148877000	570	324900	185193000
491	241081	118370771	531	281961	149721291	571	326041	186169411
492	242064	119095488	532	283024	150568768	572	327184	187149248
493	243049	119823157	533	284080	151419437	573	328329	188131517
494	244036	120553784	534	285156	152273304	574	329476	189119224
495	245025	121287375	535	286225	153130375	575	330625	190109375
496	246016	122023936	536	287296	153990656	576	331776	191102916
497	247009	122763473	537	288369	154854153	577	332929	192100033
498	248004	123505992	538	289444	155720872	578	334084	193100552
499	249001	124251499	539	290521	156590819	579	335241	194104539
500	250000	125000000	540	291600	157464000	580	336400	195112000
501	251001	125751501	541	292681	158340421	581	337561	196122941
502	252004	126506008	542	293764	159220088	582	338724	197137368
503	253009	127263527	543	294849	160103007	583	339889	198155287
504	254016	128024064	544	295936	160989184	584	341056	199176704
505	255025	128787625	545	297025	161878625	585	342225	200201625
506	256036	129554216	546	298116	162771336	586	343396	201230056
507	257049	130323843	547	299209	163667323	587	344569	202262003
508	258064	131096512	548	300304	164566592	588	345744	203297472
509	259081	131872229	549	301401	165469149	589	346921	204336469
510	260100	132651000	550	302500	166375000	590	348100	205379000
511	261121	133432831	551	303601	167284151	591	349281	206425071
512	262144	134217728	552	304704	168196608	592	350464	207474688
513	263169	135005697	553	305809	169112377	593	351649	208527857
514	264196	135796744	554	306916	170031464	594	352836	209584584
515	265225	136590875	555	308025	170953875	595	354025	210644875
516	266256	137388096	556	309136	171879516	596	355216	211708736
517	267289	138188413	557	310249	172808593	597	356409	212776173
518	268324	138991832	558	311364	173741112	598	357604	213847192
519	269361	139798359	559	312481	174676879	599	358801	214921799
520	270400	140608000	560	313600	175616000	600	360000	216000000



## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
601	361201	217081801	641	410881	263374721	681	463761	315821241
602	362404	21876720	642	412164	264609288	682	465124	317214568
603	363609	219256227	643	413449	265847707	683	466489	318619887
604	364816	220348864	644	414736	267089984	684	467856	320013504
605	366025	221445125	645	416025	268336125	685	469225	321419125
606	367236	222545016	646	417316	269586136	686	470596	322828856
607	368449	223648543	647	418609	270840023	687	471969	324242703
608	369664	224755712	648	419904	272097792	688	473344	325660672
609	370881	225866529	649	421201	273359449	689	474721	327082769
610	372100	226981000	650	422500	274625000	690	476100	328509000
611	373321	228099131	651	423801	275894451	691	477481	329939371
612	374544	229220928	652	425104	277167808	692	478864	331373888
613	375769	230346397	653	426409	278445077	693	480249	332812557
614	376996	231475544	654	427716	279726264	694	481636	334255384
615	378225	232608375	655	429025	281011375	695	483025	335702375
616	379456	233744896	656	430336	282300416	696	484416	337153536
617	380689	234885113	657	431649	283593393	697	485809	338608873
618	381924	236029032	658	432964	284890312	698	487204	340068392
619	383161	237176659	659	434281	286191179	699	488601	341532099
620	384400	238328000	660	435600	287496000	700	490000	343000000
621	385641	239483061	661	436921	288804781	701	491401	344472101
622	386884	240641848	662	438244	290117528	702	492804	345948408
623	388129	241804367	663	439569	291434247	703	494209	347428927
624	389376	242970624	664	440896	292754944	704	495616	348913664
625	390625	244140625	665	442225	294079625	705	497025	350402625
626	391876	245314376	666	443556	295408296	706	498436	351895816
627	393129	246491883	667	444889	296740963	707	499849	353393243
628	394384	247673152	668	446224	298077632	708	501264	354894912
629	395641	248858189	669	447561	299418309	709	502681	356400829
630	396900	250047000	670	448900	300763000	710	504100	357911000
631	398161	251239591	671	450241	302111711	711	505521	359425431
632	399424	252435968	672	451584	303464448	712	506944	360944128
633	400689	253636137	673	452929	304821217	713	508369	362467097
634	401956	254840104	674	454276	306182024	714	509796	363993344
635	403225	256047875	675	455625	307546875	715	511225	365523875
636	404496	257259456	676	456976	308915776	716	512656	367061696
637	405769	258474853	677	458329	310288733	717	514089	368601813
638	407044	259694072	678	459684	311665752	718	515524	370146232
639	408321	260917119	679	461041	313046839	719	516961	371694959
640	409600	262144000	680	462400	314432000	720	518400	373248000



## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi	Radices	Quadrati	Cubi
721	519841	374805361	761	579121	440711081	801	641601	513922401
722	521284	376367048	762	580644	442450728	802	643204	515849608
723	522729	377933067	763	582169	444194947	803	644809	517781627
724	524176	379503424	764	583696	445943744	804	646416	519718464
725	525625	381078125	765	585225	447697125	805	648025	521660125
726	527076	382657176	766	586756	449455096	806	649636	523606616
727	528529	384240583	767	588289	451217663	807	651249	525557943
728	529984	385828352	768	589824	452984832	808	652864	527514112
729	531441	387420489	769	591361	454756609	809	654481	529475129
730	532900	389017000	770	592900	456533000	810	656100	531441000
731	534361	390617891	771	594441	458314011	811	657721	533411731
732	535824	392223168	772	595984	460099648	812	659344	535387328
733	537289	393832837	773	597529	461889917	813	660969	537367797
734	538756	395446904	774	599076	463684824	814	662596	539353144
735	540225	397065375	775	600625	465484375	815	664225	541343375
736	541696	398688256	776	602176	467288576	816	665856	543338496
737	543169	400315553	777	603729	469097433	817	667489	545338513
738	544644	401947272	778	605284	470910952	818	669124	547343432
739	546121	403583419	779	606841	472729139	819	670761	549353259
740	547600	405224000	780	608400	474552000	820	672400	551368000
741	549081	406869021	781	609961	476379541	821	674041	553387661
742	550564	408518488	782	611524	478211768	822	675684	555412248
743	552049	410172407	783	613089	480048687	823	677329	557441767
744	553536	411830784	784	614656	4818860304	824	678976	559476224
745	555025	413493625	785	616225	483736625	825	680625	561515625
746	556516	415160936	786	617796	485587656	826	682276	563559976
747	558009	416832723	787	619369	487444403	827	683929	565609283
748	559504	418508992	788	620944	489303872	828	685584	567663552
749	561001	420189749	789	622521	491169009	829	687241	569722789
750	562500	421875000	790	624100	493039000	830	688900	571787000
751	564001	423564751	791	625681	494913671	831	690561	573856191
752	565504	425259008	792	627264	496793088	832	692224	575930368
753	567009	426957777	793	628849	498677257	833	693889	578009537
754	568516	428661064	794	630436	500566184	834	695556	580093704
755	570025	430368875	795	632025	502459875	835	697225	582182875
756	571536	432081216	796	633616	504358336	836	698896	584277056
757	573049	433798093	797	635209	506261573	837	700569	586376253
758	574564	435519512	798	636804	508169592	838	702244	588480472
759	576081	437245479	799	638401	510082399	839	703921	590589719
760	577600	438976000	800	640000	512000000	840	705600	592704000



## Tabula Quadratorum, &amp; Cuborum.

Radices	Quadratus.	Cubi	Radices	Quadratus.	Cubi	Radices	Quadratus.	Cubi
841	707281	594823321	881	776161	683797841	921	848241	781229961
842	708964	596947688	882	777924	686128968	922	850084	783777448
843	710649	599077107	883	779689	688465387	923	851929	786330467
844	712336	601211584	884	781456	690807104	924	853776	788889024
845	714025	603351125	885	783225	693154125	925	855625	791453125
846	715716	605495736	886	784996	695506456	926	857476	794022776
847	717409	607645423	887	786769	697864103	927	859329	796597983
848	719104	609800192	888	788544	700227072	928	861184	799178752
849	720801	611960049	889	790321	702595369	929	863041	801765089
850	722500	614125000	890	792100	704969000	930	864900	804357000
851	724201	616295051	891	793881	707347971	931	866761	806954491
852	725904	618470208	892	795664	709732288	932	868624	809557568
853	727609	620650477	893	797449	712121957	933	870489	812166237
854	729316	622835864	894	799236	714516984	934	872356	814780504
855	731025	625026375	895	801025	716917375	935	874225	817400375
856	732736	627222016	896	802816	719323136	936	876096	820025856
857	734449	629422793	897	804609	721734273	937	877969	822656953
858	736164	631628712	898	806404	724150792	938	879844	825293672
859	737881	633839779	899	808201	726572699	939	881721	827936019
860	739600	636056000	900	810000	729000000	940	883600	830584000
861	741321	638277381	901	811801	731432701	941	885481	833237621
862	743044	640503928	902	813604	733870808	942	887364	835896888
863	744769	642735647	903	815409	736314327	943	889249	838561807
864	746496	644972544	904	817216	738763264	944	891136	841232384
865	748225	647214625	905	819025	741217625	945	893025	843908625
866	749956	649461896	906	820836	743677416	946	894916	846590536
867	751689	651714363	907	822649	746142643	947	896809	849278123
868	753424	653972032	908	824464	748613312	948	898704	851971392
869	755161	656234909	909	826281	751089429	949	900601	854670349
870	756900	658503000	910	828100	753571000	950	902500	857375000
871	758641	660776311	911	829921	756058031	951	904401	860085351
872	760384	663054848	912	831744	758550528	952	906304	862801408
873	762129	665338617	913	833569	761048497	953	908209	865523177
874	763876	667627624	914	835396	763551914	954	910116	868250664
875	765625	669921875	915	837225	766060875	955	912025	870983875
876	767376	672221376	916	839056	768575296	956	913936	873722816
877	769129	674526133	917	840889	771095213	957	915849	876467493
878	770884	676836152	918	842724	773620632	958	917764	879217912
879	772641	679151439	919	844561	776151559	959	919681	881974079
880	774400	681472000	920	846400	778688000	960	921600	884736000

# LIBER OCTAVVS 433

## Tabula Quadratorum, & Cuborum.

Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi	Radices	Quadrati.	Cubi
961	923521	887503681	975	950625	926859375	989	978121	967361669
962	925444	890277128	976	952576	929714176	990	980100	970299000
963	927369	893056347	977	954529	932574833	991	982081	973242271
964	929296	895841344	978	956484	935441352	992	984064	976191488
965	931225	898632125	979	958441	938313719	993	986049	979146657
966	933156	901428696	980	960400	941192000	994	988036	982107784
967	935089	904231063	981	962361	944076141	995	990025	985074875
968	937024	907039232	982	964324	946966168	996	992016	988047936
969	938961	909853209	983	966289	949862087	997	994009	991026973
970	940900	912673000	984	968256	952763904	998	996004	994011992
971	942841	915498611	985	970225	955671625	999	998001	997002999
972	944784	918330048	986	972196	958585256	1000	1000000	1000000000
973	946729	921167317	987	974169	961504803			
974	948676	924010424	988	976144	964430272			

lii

DE



434 GEOMETR. PRACT. I  
DE DIFFERENTIIS QVADRATORVM  
& cuborum, & de continuatione tabulæ  
eorundem.

Diff. rētiæ QVONIAM quadrati numeri creantur per continuam additionem  
quadratorū numerorum imparium, vt Arithmetici demonſtrant: ſit vt differentia in-

Compoſitio tabulæ qua- dratorum.	Numeri impares	Quadra- ti.	Radices.
	1	1	1
	3	4	2
	5	9	3
	7	16	4
	9	25	5
	11	36	6
	13	49	7
	15	64	8
	17	81	9
	19	100	10
	21	121	11
	23	144	12

ter quemlibet quadratum, & proxime inſequentem ſit dupla radicis minoris, addita inſuper vnitare. Itaq. duobus modis tabula quadratorum componi po- teſt, & continuari. Vno modo ſi omnes numeri impares ordi- ne ponantur, initio ſumpto ab 1. Nam 1. dat primum quadratum 1. Et ex 1. & 3. ſit ſecundus 4. cui ſi addatur ſequens impar 5. ſit tertius 9. & ſi addatur impar ſe- quens 7. ſit quartus quadratus 16. atque ita deinceps. Habet au- tem quilibet quadratus radicem tot vnitatum, quot numeri im- pares ipſum conſciunt. Vt quia ſolus impar 1. dat primum qua- dratum 1. propterea eius radix eſt 1. Deinde quia duo impares 1. & 3. conſciunt ſecundum qua- dratum 4. erit eius radix 2. Sic quia duodecim numeri impares 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. cōponūt quadratū 144. erit eius radix 12. & ſic de cæteris.

Atque in hunc modum ſi ſem- per ſequens numerus impar adijciatur ad quadratum præcedentem, confla- tur ſequens numerus quadratus, continuabiturque tabula in infinitum: ſi ta- men prius ſeries numerorum imparium continuetur. Radices ſerie numero- rum naturali prægrediuntur.

ALIO modo condi poteſt tabula quadratorum, & in infinitum conti- nuari, ſine numerorum imparium ſerie, ſi omnes radices ponantur ordine, vt in tabula vides. Cum enim primus quadratus ſit 1. cuius radix 1, ſi hæc radix duplicata, addita inſuper 1. addatur primo quadrato 1 ſit ſecundus 4. cuius radix 2. Hæc duplicata, & inſuper addita 1. ſi adijciatur ſecundo qua- drato 4 ſit tertius 9. cuius radix 3. quæ duplicata, & inſuper addita 1. facit 7. Si igitur addantur 7. ad quadratum 9. ſit quartus quadratus 16. & ſic in- infinitum.

NVMERI au- tem cubi gignuntur quoque ex additione numerorum im- parium

parium, hoc modo. Descripta serie imparium numerorum ab 1. incipien- Generatio  
tium, primus 1. dat primum cuborum.

cubum 1. cuius radix 1. Duo de  
inde sequentes 3. 5. coaceruari  
præbent secundum cubum 8. cu  
ius radix 2. Tres insequentes 7.  
9. 11. exhibent tertium cubum  
27. cuius radix 3. Atque eundē  
in modum sequentes quatuor  
impares efficiunt quartum cu  
bum, & insequentes quinque  
quintum, & sic deinceps in infi  
nitum. Quilibet autem cubus  
radicem habet tot unitatum  
quot impares numeri coacerua  
ti ipsum componunt.

PRODVCTIVR quoque  
cubus cuiuscunque radicis, si  
ea radix in suum quadratum  
ducatur. Vt cubus radicis 16.  
est 4096. genitus ex radice 16.  
multiplicata in 256. quadratū  
eiusdem radicis.

VERVM quia permole  
stum est, tam seriem numero  
rum imparium in tot terminis  
continuare, vt ex eorum addi  
tione omnes cubi generentur,  
vt dictum est, quam radices oēs  
per suos quadratos multiplica  
re: obseruauit Ioan. Baptista  
Villalpandus nostræ Societatis

sacerdos Theologus, ac Mathematicus egregius, cuius eruditionis in rebus  
Mathematicis specimen præclarum extat in apparatu Urbis, ac Templi Hie  
rosolimitani, præsertim vero in multiplici duarum mediarum proportiona  
lium inter duas rectas inuentione; obseruauit inquam pulcherrimam pro  
prietatem cuborum numerorum, per quam differentiæ cuborum ordine  
sine magna difficultate reperiuntur, quæ postea ordine ad cubos præceden  
tes additæ efficiunt cubos insequentes. Res autem sic se habet. In colum  
na sinistra scribatur progressio Arithmetica, quæ à 6. incipiat, & per 6 pro  
grediatur. In secunda columna reponantur numeri, qui ex numeris primæ  
columnæ componuntur hac arte. Iuxta 6. ponatur 1. Deinde 7. qui numerus  
ex 1. & 6. constatur. Post hæc numerus 19. ex 7. & 12. coaceruatus. Atque  
ita deinceps quilibet bini numeri primæ, ac secundæ columnæ simul additi  
constituant numerum inferiorem in secunda columna. In tertia deinde co  
lumna collocentur omnes cubi, qui per continuam additionem numerorum  
secundæ columnæ, quæ quidem differentias cuborum continet, colliguntur  
hac ratione. Primus cubus est 1. cui si addas sequentem differentiam 7. fa  
ciat

Numeri impares	Cubi	Radices
1	1	1
3		
5	8	2
7		
9		
11	27	3
13		
15		
17		
19	64	4
21		
23		
25		
27		
29	125	5

Differentiæ  
cuborum quo  
modo repe  
riantur.  
Constructio  
tabulæ cubo  
rum.

Iii 2 cics



cies secundum cubum 8. & addendo differentiam sequentem 19. conflabis  
tertium cubum 27. & ita deinceps. Semper enim in tabella apposita iuxta

Progressio senarij	Differen- tię cuborū	Cubi	Radices
6	1	1	1
12	7	8	2
18	19	27	3
24	37	64	4
30	61	125	5
36	91	216	6
42	127	343	7
48	169	512	8
54	217	729	9
60	271	1000	10
66	331	1331	11
72	397	1728	12
78	469	2197	13
84	547	2744	14
90	631	3375	15
96	721	4096	16

quemlibet cubum ponitur differentia, qua à præcedenti cubo differt. In quarta denique columna scribantur ordine cuborum radices.

E AEDEM differentię cuborum in secunda columna descriptę inveniuntur quoque hoc modo. Radicis propositę quadratum triplicetur, addaturque radix triplicata, atque insuper 1. Conflatus enim numerus erit differentia, qua cubus propositę radicis ab insequenti cubo differt. Vt si desideretur differentia inter cubum 216. radicis 6. & cubum proxime maiorem. Quadratum radicis 6. est 36. triplum eius est 108. cui si addatur triplum radicis, videlicet 18. & insuper unitas, conflabitur differentia 127. quę sita. Atque hoc modo, si continuentur differentię cuborum ope progressionis senarij, extendetur tabula cuborum, quācum libuerit. Sunt autem, ut vides, numeri progressionis senarij sextupli radicum cuborum, singuli singularum. Vt 60, sextuplus est radicis 10.

QVIA

**QVIA** vero diximus, cubos gigni ex additione numerorum imparium, nimirum primum esse 1. secundum ex duobus sequentibus 3. 5. confici, & tertium ex tribus sequentibus 7. 9. 11. &c. ita ut quilibet ex tot imparibus coaceruetur, quot unitates in eius radice continentur; si curiosus quispiam nosse desideret, (quod scire non iniucundum est) quoniam sint illi numeri impares propositum cubum componentes, hoc est, à quoniam impari illi impares incipiant, & in quo desinant, consequetur id hoc artificio. Radix propositi cubi, si impar est, multiplicetur per semissem numeri proxime minoris, & duplo producti addatur 1. Numerus enim conflatus erit primus imparium quæsitum. Quod si radix fuerit par, ducatur eius semis in numerum proxime minorem radice, & duplo producti adijciatur 1. Rursus enim primus imparium, qui quærentur, conficietur. Exempli gratia. Propositus sit cubus 125. cuius radix 5. ac proinde ex quinque numeris imparibus coaceruatus. Duco radicem 5. quia est impar, in 2. semissem numeri 4. proxime minoris, efficioque 10. duplico, fiunt 20. & addita 1. fit primus imparium 21. Ergo quinque impares quæsi sunt. 1. 3. 5. 7. 9. qui in vnam summam collecti constituunt cubum 125. Rursus datus sit cubus 1728. cuius radix 12. ideoque ex 12. imparibus numeris coagmentatus. Semissem radices, quia par est, nimirum 6. duco in 11. numerum proxime minorem radice, numerumque productum 66. duplico, addoque 1. Numerus enim compositus 133. erit primus 12. imparium, quos quærimus. Ergo omnes 12. erunt hi. 133. 135. 137. 139. 141. 143. 145. 147. 149. 151. 153. 155. conficientes cubum 1728.

Qui numeri  
impares da-  
tum cubum  
componant

**REGVLA** hæc sic demonstratur. Quando radix impar per semissem numeri proxime minoris multiplicatur, vel semis radices paris per numerum proxime minorem radice, producitur summa terminorum seriei naturalis numerorum ab 1. usque ad numerum proxime minorem radice, ut in progressionem Arithmetica diximus, hoc est, numerus terminorum imparium, qui primum imparem quæsitum præcedunt in serie numerorum imparium; cum primus sit vnus, deinde sequantur duo, postea tres &c. Igitur ea summa indicat, quotum locum occupet impar numerus imparem quæsitum antecedens: quia vero is locus duplicatus, dempta 1. ex duplo, exhibet ultimum illum imparem, si ad eundem duplicatum addatur 1. efficietur primus imparium quæsitum. Verbi gratia, si quærat primus septem imparium, qui efficiunt cubum 343. cuius radix 7. quærimus prius summam 6. terminorum seriei naturalis, quæ est 21. quod fit, si ad 6. addo 1. & summam 7. id est, radicem imparem, ducam in 3. semissem 6. terminorum. Igitur impar numerus præcedens primum quæsitum ponitur in 21. loco. Duplico, addoque 1. fit primus impar quæsitus 43. Sunt ergo septem quæsi, 43. 45. 47. 49. 51. 53. 55. qui constituunt cubum 343.

**SED** ut certi sumus, quando radix est magna, num primus imparium rectè sit inuentus, ne cogamur omnes impares continuare, quod laboriosum est, inuestigabimus ultimum ex primo, deinde summam omnium, hoc modo, Differentiam progressionis numerorum imparium, nimirum 2. ducemus in numerum terminorum, minus vno, productumque primo inuento addemus. Conflatus enim numerus erit postremus imparium quæsitum. Si igitur ad hunc apponamus primum, & summam semissem in numerum terminorum, id est, in radicem



radicem cubi propositi ducamus, producet cubus, si primus imparium recte inuentus est. Vt in proximo cubo 343. cuius radix 7. si ad 43. primum imparem inuentum addamus 12. numerum scilicet productum ex 2. in radicem 7. minus vno, fit septimus numerus quatuordecim. ad quem si apponatur primus 43. sunt 98. Et si huius numeri semissis 49. ducatur in radicem 7. producet cubus 343. &c.

Alia etiam ratione perfacili eosdem numeros impares datum cubum componentes reperiemus hoc modo. Sit datus cubus 117649. cuius radix 49. ac proinde reperiendi 49. numeri impares, quorum summa sit 117649. Ponamus primum imparem esse 1. &c. id est, 1. Radicem (ut in Algebra fieri solet) Et quia differentia numerorum imparium est 2. erit secundus impar 3. &c. hoc est, 3. plus 2. tertius 5. &c. Et ne cogamur continuare omnes 49. terminos, ducemus differentiam 2. in 48. numerum terminorum, minus vno, & ad productum 96. addemus primum, quem posuimus esse 1. Ita enim fiet vltimus terminus quatuordecim 97. cui si addamus primum, videlicet 1. fit summa 98. cuius semissis 49. ducta in 49. numerum terminorum, facit numerum 49. qui aequatur cubo proposito 117649. Ablatis ergo vtriusque 49. remanebunt 49. æquales numero 115297. quo diuiso per 49. fit Quotiens 2353. pro primo impari quæsito, quod ut probemus, ducemus differentiam imparium, nimirum 2. in 48. numerum terminorum, minus vno, productumque 96. primo 2353. addemus, ut constet vltimum terminum 2449. Deinde primum huic adiciemus, & summa 4802. semissem 2401. in 49. numerum terminorum ducemus, procreabiturque numerus 117649. qui dato cubo æqualis est. Recte ergo primus impar inuentus est.

### VSVS PRÆCEDENTIS TABULÆ quadratorum, & cuborum in radicibus extrahendis.

INTER alias utilitates habet superior tabula quadratorum, & cuborum eorumque vsum in radicibus quadratis, & cubicis extrahendis; quippe cum per eam statim expediantur tria prima puncta ad similitudinem, simulque tres figure radices inueniantur: quod vno, aut altero exemplo planum fiet.

SIT primum extrahenda radix quadrata ex appposito numero. Primum

1 1 7 6 8 9 0 1 4 5 ( 3 4 3 0 5.

quæro inter quadratos numerum 117689. trium punctorum, quem quia non inuenio capio proxime minorem quadratum 117649. cuiusque radicem 343 in Quotientem pono Inuēto autē quadrato subtractio ex numero 117689. trium punctorum, remanent 40. Ergo sequens punctum erit 4001. quo (relieta figura 1.) diuiso per 686. duplum radices inuentæ, reperitur Quotiens 5. eritque vltimum punctum 400145. quo (relieta etiam figura 5.) diuiso per 6896. duplum radices inuentæ, inuenitur Quotiens 5. Est ergo tota radix

34305 6 1 2 1 1.

SIT

SIT deinde ex appposito numero extrahenda radix cubica. Primum in-

4 2 5 0 9 5 4 9 6 1 3 0 7 ( 1 6 1 9 9

ter cubos quæro numerum 4250954. trium primorum punctorum, quem quia non reperio, accipio cubum proxime minorem 4173281. cum sua radice 161. qui cubus ex tribus punctis subtractus relinquit 77673. ita ut sequens punctum sit 77673961.

PARO ergo diuisorem, ut lib. 6. ad finem propof. 19. docuimus, multiplicando radicis inuentæ quadratum ex eadem tabula excerptum, nimirum 25921. per 300. qui erit 7776300. per quem si meum punctum diuido, reperio Quotientem 9 & facta operatione remanent 7295302. adeo ut vltimum punctum sit 7295302307.

DENIQUE paro nouum diuisorem, multiplicando radicis 1619. inuentæ quadratum 2621161. per 300 qui erit 786348300. per quem si vltimum meum punctum diuido, inuenio Quotientem 9. Facta autem operatione, remanent 214252708. absolutaque est extractio.

NEQUE vero negligendum videtur non inutile compendium in extractione cubica, quod est eiusmodi. Quando nouus diuisor parandus est, necogamur totius radicis inuentæ quadratum supputare, diuidemus radicem inuentam in duas partes, ita ut vna pars sit vltima figura Quotientis inuentæ, nimirum inuenta quarta figura 9. in dato exemplo, partiemur radicem inuentam 1619. in 1610. & 9. quas partes bis scribemus, ut

in appposita formulæ vides. Si igitur singulas partes in 1610. 9.  
singulas partes ducemus, producetür quadratus quæsitus 1610. 9.

radicis 1619. ut ad propof. 1. lib. 2. Eucl. demonstrauimus. Verbi gratia quia præcedens quadratum numeri 161. fuit 25921. appofitis duabus cifris, habebimus productum 2592100. ex 1610. in 1610. cui si addemus 14490. bis numerum videlicet productum ex 1610. in 9. vel ex 9. in 1610. & insuper 81. productum ex 9. in 9. conficiemus 2621161. quadratum radicis inuentæ 1619. Eadem ratione si huius numeri 16199. quadratum desideremus, diuidemus eum in 16190. 9. bis, ut in hac formulæ vides. Deinde quia iam quadratum habuimus 2621161. numeri

1619. appofitis duabus cifris, habebimus 262116100. 16190. 9.

quadratum numeri 16190. cui si addemus 145710. 16190. 9.

bis, productum videlicet ex 16190. in 9. vel ex 9. in

16190 & insuper 81. productum ex 9. in 9. efficiemus 262407601. quadratum numeri 16199. & sic de cæteris. Hoc ergo compendium reddet facilitatem cubicæ radicis extractionem, cum semper præcedentis radicis inuentæ quadratum habeamus, & appofitis duabus cifris, quadratum conficiamus eiusdem radicis, appofita ei vna cifra, &c.

BENE autem vides, si tabula superior extenderetur, ut haberentur quadrati, & quot radicum 4. aut 5. figurarum, multo facilitorem effici extractionem radicum. Sed quia tabula exerceceret hac ratione in immensum, contenti fuimus tabula, in qua radices habent 3. figuras ad summum, cum eam quilibet ex ijs, quæ diximus, extendere possit, & continuare.

FINIS OCTAVI LIBRI.

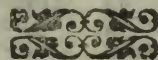




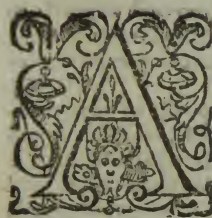
# INDEX

## ALPHABETICVS

### RERVM, AC VERBORVM.



#### A.



**ACCLIVEM** distantia montis à loco menforis vsque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, vnà cum ipsa altitudine, quādo mensor in ascensu montis consistit, propè verum, beneficio quadrati efficere cognitam. 147

**ACCLIVEM** montis ascensum à loco menforis, vsq. ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, vnà cum ipsa altitudine, quando mensor in ascensu montis consistit, prope verum, beneficio quadrantis notum efficere. 86

**ACERUUS** tritici, quo pacto mensuretur. 232

**AEDIFICIJ** cuiuscumque ad perpendicularum erecti, vel putei profunditatem, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 88

**AEDIFICIJ** cuiusvis ad perpendicularum erecti, vel putei profunditatem, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per

quadratum efficere cognitam. 149

**Aequilateri** trianguli area. 183

**Agri**, campiue, aut vrbs, vel regionis situm in plano describere. 164

**Agro** proposito figuram similem in charta describere. 190

**Alberti** Dureri quadratura circuli per numeros falsa est. 357

**Aliquotæ** partes similes plurium magnitudinum eandem habent proportionem. 242

**Altera** parte longioris area. 175

**Altimetra** scala quid. 93

**Altitudinem**, ad cuius basem pateat accessus beneficio speculi plani, vnà cum distantia speculi à cacumine altitudinis deprehendere. 160

**Altitudinem**, cuius basis imposita sit monti, vel alteri cuiuspiam altitudini, & vtraque illius extremitas cerni possit, etiam si infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & eiusdem puncti infimi distantia à loco menforis cognita non sit, per quadratum ex valle, aut ex plano Horizontis explorare. 145

**Altitudinem** cuiuslibet rei erectæ, per eius distantiam ab oculo menforis, beneficio quadrati conijcere. 116

**Altitudinem** cuiuslibet rei erectæ, etiā

K k k

si eius



# I N D E X.

- si eius distantia ab oculo mensuris  
neque data sit, neque inuenta, per  
duas rationes in plano factas, auxi-  
lio quadrati patefacere. 117
- Altitudinem cuius basis imposita sit al-  
teri altitudini, & utraque illius ex-  
tremitas cerni possit, etiam si infimū  
punctum alterius, cui imponitur, la-  
teat, & eiusdem puncti infimi distan-  
tia à loco mensuris cognita non sit,  
per quadrantem ex valle, aut ex pla-  
no Horizontis explorare. 84
- Altitudinem cuiusque rei erectæ, ex  
eius umbra, quam Sole lucente pro-  
ijcit, si nota fuerit, per quadratum  
deprehendere. 155
- Altitudinem inaccessibilem beneficio  
speculi plani, una cum speculi distan-  
tia tam à base, etiam non visa, quam  
à cacumine altitudinis, cognosce-  
re. 161
- Altitudinem inaccessibilem, quando ne-  
que distantia à loco mensuris ad eius  
basem nota est, neque è directo ip-  
sius duæ stationes in plano fieri pos-  
sunt, neque denique basis apparet,  
per quadrantem notam reddere. At-  
que hinc obiter ipsam quoque di-  
stantiam elicere. 73
- Altitudinem inaccessibilem, cuius ba-  
sis non videatur, & ad quam per nul-  
lum spatium secundum lineam rectā  
accedere possimus, aut recedere, ut  
duæ stationes fieri possint, sed solum  
ad dextram, sinistramve ad locum, è  
quo eius basis appareat, per quadran-  
tem explorare. 78
- Altitudinem inaccessibilem, cuius ba-  
sis non videatur, & ad quam per nul-  
lum spatium secundum rectam lineā  
accedere possit mensur, aut recede-  
re, ut duæ stationes fieri possint, sed  
solum ad dextram, sinistramve ad lo-  
cum, è quo eius basis cernatur, per  
quadratum explorare. 142
- Altitudinem inaccessibilem, quando di-  
stantia à loco mensuris ad basem al-  
titudinis ignota est, per duas statio-  
nes in plano factas, per quadrantem  
dimetiri. Atque hinc distantia quo-  
que ipsam eruere, etiam si extremus  
eius terminus non cernatur. 60
- Altitudinem maiorem ex minori inco-  
gnita, si tamen basis maioris cerni  
possit, per quadratum venari. 143
- Altitudinem maiorem ex minori co-  
gnita, etiam si solum maioris vertex  
cernatur, per quadratum efficere no-  
tam. 142
- Altitudinem maiorem ex minori co-  
gnita, per duas stationes in summi-  
tate, vel in duabus fenestris factas,  
etiam si solū maioris altitudinis ver-  
tex cernatur, per quadrantem adin-  
venire. Atque hinc distantiam quoque  
inter altitudines colligere. 80
- Altitudinem maiorem ex minori inco-  
gnita, dummodo basis maioris cerni  
possit, per quadrantem perscruta-  
ri. 81
- Altitudinem minorem ex maiori co-  
gnita, licet basis minoris cerni non  
possit, per quadratum scrutari. 144
- Altitudinem minorem ex maiori inco-  
gnita, dummodo basis minoris appa-  
reat, per quadratum elicere. 144
- Altitudinem minorem ex maiori co-  
gnita, licet basis minoris non cerni  
possit, ope quadrantis peruestigare.  
Atque hinc distantiam quoque in-  
ter altitudines duas eruere. 82
- Altitudinem minorem ex maiori inco-  
gnita, dummodo basis minoris vide-  
ri possit, per quadrantem explorare.  
Atque hinc distantiam quoque inter  
duas altitudines conjicere. 83
- Altitudinem montis, vel turris ex eius  
fastigio, quando è directo mensuris  
intervallum aliquod inter duo signa  
vel etiam inter signum quoddam ac  
turrim cognitum è sit, per quadratum  
conjicere. 135
- Altitudinem montis, aut turris ex eius  
vertice per duas stationes in eiusdē  
summitate factas, è quibus signū ali-  
quod in Horizonte appareat, per  
quadratum

- quadrantem dimetiri. Atque hinc ipsam quoque distantiam à turris base, vel perpendicularo montis ad signū illud inuestigare. 63
- Altitudinem monti impositam, si modo altitudinis basis possit conspici: vel portionem superiorem alicuius turris, beneficio speculi plani efficere notam. 163
- Altitudinem montis metiri per quadrantem. 60. & 62
- Altitudinem montis, aut turris ex eius vertice per duas stationes in hasta aliqua erecta, vel in duabus fenestris turris, quarum vna supra aliam existat, factas, è quibus signum aliquod in Horizonte videri possit, per quadrantem metiri. Atque hinc distantiam quoque à perpendicularo montis vel turris, vsque ad signum visum cognoscere. 66
- Altitudinem montis, aut turris ex eius vertice per quadrantem metiri, si in plano, cui insistit, spatium aliquod è directo mensuris notum sit, deprehendere. 69
- Altitudinem per vnicam stationem metiri per quadrantem, quando distantia nota est. 60
- Altitudo pyramidum, in quas corpora regularia è centrīs resoluuntur. 237
- Altitudinem propositam singulari quodam modo inuestigare 118. & 120
- Altitudinem propositam, eiusq. distantiam ab oculo mensuris, vnā cum hypotenusa ab oculo ad fastigium altitudinis extensa, venari ope quadrati stabilis per vnicam stationem, etiā si solum fastigium rei erectæ cernatur. 123
- Altitudinem propositam, quādo distantia ab oculo mensuris neq. data est, neque inuenta, neque è directo altitudinis duæ stationes fieri possunt, per duas stationes in aliqua hasta erecta factas, per quadratum indagare. 121
- Altitudo quando maior sit, quam distantia, & quando æqualis, & quādo minor. 165
- Altitudinem Solis, vel stellæ cuiusvis per quadratum obseruare. 96
- Altitudinem turris, aut alterius rei per baculum indagare. 153
- Altitudinem turris vel mōis ex eius summitate per vnicam stationem, ope quadrati stabilis metiri, vnā cum distantia signi in Horizonte visū vsque ad turrem, vel montis perpendicularum. 129
- Altitudinem turris ex eius vertice, per vnicam stationem per quadrantem metiri, si distantia signi in Horizonte visū vsque ad basem turris nota sit. 68
- Altitudinem turris, aut mōis, ex eius summitate per quadratum dimetiri, quando in plano summitatis Horizonti æquidistante duæ stationes fieri possunt, & signum aliquod in Horizonte cernitur. 129
- Altitudinem turris, vel mōis ex eius summitate per duas stationes in hasta aliqua erecta factas, inuestigare per quadratum, quando signum aliquod in Horizonte videri potest. 128
- Altitudinem turris, aut alterius rei, per Normam inuestigare. 154
- Altitudinis maioris portionem ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere. 145
- Altitudinis maioris portionem ex minori altitudine, & minoris portionem ex maiori, per quadrantem cognoscere. 83
- Altitudinis minoris portionem ex minore altitudine, & maioris portionem ex minore, per quadratum elicere. 145
- Ambitum terræ ex edito aliquo monte metiri. 412
- Anguli quantitas, quem latera instrumenti partium continent, quo pacto cognoscatur. 12

Kkk 2 Angu.



# INDEX.

<b>Angulorum, &amp; linearum quarundam mechanicam mensurationem admittendam esse.</b>	186	<b>se circumferentiæ circuli.</b>	329
<b>Angulos duos trianguli obliquanguli ex duobus lateribus, &amp; angulo ab ipsis comprehenso, reperire.</b>	50	<b>Area circuli tribus vijs, ex cognita diametro, &amp; circumferentia.</b>	212
<b>Angulos duos trianguli obliquanguli ex duobus lateribus, &amp; angulo vni eorum opposito, (si modo constet species anguli alteri lateri oppositi, quâdo datus angulus acutus est) expiscari.</b>	50	<b>Area Conoidis Hyperbolici.</b>	259
<b>Angulos omnes tres trianguli obliquanguli ex omnibus tribus lateribus peruestigare.</b>	50	<b>Area Conoidis parabolici.</b>	258
<b>Angulum acutum trianguli rectanguli ex base, &amp; vno latere inquirere.</b>	47	<b>Area corporis planis superficiebus contenti &amp; circa sphaeram circumscriptibilis, cui solido rectangulo sit æqualis.</b>	344
<b>Angulum acutum trianguli rectanguli ex utroque latere reddere cognitum.</b>	47	<b>Area corporum omnino irregularium, quæ.</b>	260
<b>Angulum rectilineum datum in tres æquales angulos diuidere.</b>	399	<b>Area cuiuslibet portiois sphaeræ.</b>	256
<b>Angulus incidentiæ cur angulo reflexionis sit æqualis.</b>	381	<b>Area cuiusvis figuræ pulchra inuentio.</b>	191
<b>Angulus obseruationis quis.</b>	55	<b>Area cuiuslibet trianguli cui rectangulo sit æqualis.</b>	326
<b>Angulus, quem filum cû proximo quadrati latere facit, quando offerat altitudinem Solis, vel stellæ, &amp; quando complementum altitudinis.</b>	96	<b>Area datæ Ellipsis.</b>	224
<b>Arabum quadratura circuli per numeros falsa est.</b>	357	<b>Area datæ parabolæ.</b>	224
<b>Arcus circuli ad arcum similem alterius circuli est, vt chorda ad chordâ, &amp; contra.</b>	377	<b>Area doliorum.</b>	259
<b>Arcus datorum grad. ac Min. quo pacto ex circulo quouis ope instrumenti partium absceindantur.</b>	9. & 10	<b>Area figuræ lenticularis.</b>	221
<b>Area altera parte longioris.</b>	175	<b>Area figuræ quadrilateræ omnino irregularis.</b>	188
<b>Area campi, intra quem lacus, vel silua existat.</b>	190	<b>Area figuræ ex varijs circulorum segmentis coagmentatæ.</b>	227
<b>Area campi, quando in triangula resolui non potest.</b>	189	<b>Area figuræ regularis, cuius latus est vnitas, quo pacto inueniatur.</b>	199
<b>Area circuli accuratio.</b>	219	<b>Area figuræ regularis, cui rectangulo æqualis sit.</b>	327
<b>Area circuli cui triangulo rectangulo sit æqualis, secundum Archimedeum.</b>	200	<b>Area figuræ regularis, quo pacto ex area alterius figuræ similis cognita eruatur.</b>	197
<b>Area circuli æqualis est rectangulo comprehenso sub semidiametro, &amp; semis</b>		<b>Area figuræ regularis, cui triangulo rectangulo sit æqualis.</b>	328
		<b>Area figurarum regularium à triangulo vique ad Dodecagonum, quando latus est vnitas.</b>	193
		<b>Area frusti pyramidis, &amp; coni.</b>	230
		<b>Area frusti sphaeræ.</b>	257
		<b>Aream circuli vera maiorem ex diametro inuestigare.</b>	217
		<b>Aream circuli vera maiorem, ex circumferentia concludere.</b>	218
		<b>Aream circuli vera minorem, ex diametro colligere.</b>	213
		<b>Aream circuli vera minorem, ex circumferentia inferre.</b>	218
		<b>Aream figuræ Ellipsi similis, quæ circulo describitur, inquirere.</b>	422
		<b>Area</b>	

# INDEX.

445

- Area multilateræ figuræ irregularis** quæ. 189  
**Area parallelogrammorum.** 187  
**Area parallelepipedorum, Prismaticum,** & cylindrorum. 227. & 228  
**Area portionum sphaeroidis.** 258  
**Area pyramidis cui solido rectangulo** sit æqualis. 343  
**Area pyramidum, & conorum.** 229  
**Area quadrati.** 175  
**Area quadrilaterorum non rectangulo-**rum. 187  
**Area quinque corporum regularium** quæ. 233. & 237  
**Area rectangulorum.** 175  
**Area regularium figurarum.** 193  
**Area Rhombi, & Rhomboidis.** 187  
**Area sectoris circuli.** 220  
**Area semicirculi, quadrantis, octavæ** partis, &c. 213  
**Area segmentorum circuli.** 220. & 221  
**Area segmentorum sphaeræ.** 254  
**Area sphaeræ vera minor, ex diametro** circuli maximi. 254  
**Area sphaeræ vera maior, ex circums-**ferentia maximi circuli. 253  
**Area sphaeræ vera minor, ex circums-**ferentia circuli maximi. 253  
**Area sphaeræ vera maior, ex diametro** circuli maximi. 254  
**Area sphaeræ æqualis est solido rectan-**gulo comprehenso sub semidiametre, & tertia parte superficiei connexæ. 255  
**Area sphaeræ, & superficies eiusdem cõ-**nexa. 242 & 248  
**Area, vel soliditas sectoris sphaeræ.** 256  
**Area, vel soliditas hemisphaerij.** 256  
**Area sphaeroidis.** 257  
**Area trapezij nulla habentis latera pa-**rallæla. 183  
**Area trapezij habentis duo latera pa-**rallæla. 188  
**Area triangulorum.** 175. & 178  
**Area trianguli rectanguli.** 182  
**Area trianguli rectanguli, ex vno late-**re circa angulum rectum, & vno angulo acuto. 186  
**Area trianguli rectanguli, ex vno late-**re circa angulum rectum, & latere quod recto angulo opponitur. 185  
**Area trianguli rectanguli, ex latere,** quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto. 185  
**Area trianguli isoscelis.** 183  
**Area trianguli æquilateri.** 183  
**Area trianguli obliquanguli, ex duo-**bus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso. 186  
**Area trianguli obliquanguli, ex vno la-**tere, ac duobus angulis. 186  
**Area vasis excavati.** 232  
**Arundinis, vel baculi beneficio distan-**tiam propositam metiri. 109  
**Ascensum acclivem montis à loco men-**soris vsque ad basem altitudinis monti impositæ, etiam non visam, vna cum ipsa altitudine, quando mensor in ascensu montis consistit, prope verum, beneficio quadrantis efficere cognitum. 86
- B**
- Baculi beneficio distantiam inter** pedes mensoris, & signum aliquod in plano Horizontis metiri, quando extremus terminus distantie videri potest. 152  
**Baculi beneficio turrim, aut alterius rei** altitudinem metiri. 153  
**Baculi, aut arundinis beneficio distan-**tiam propositam metiri. 109  
**Basem trianguli rectanguli ex vno late-**re, & vno angulo acuto investigare. 46  
**Basem trianguli rectanguli ex utroque** latere pericrurari. 47  
**Basis quadratricis, semidiameter qua-**drantis, & quadrans sunt continue proportionales. 364
- C**
- Campano ascripta circuli quadra-**tura per lineas falsa est. 357  
 Campa.



# INDEX.

- Campi, agriue, aut vrbs, vel regionis  
suum in plano describere. 164  
Campi area, quando in triangula resol-  
ui non potest. 189  
Campi, intra quem lacus, vel silua exi-  
stat, area. 190  
Campo proposito figuram in charta si-  
milem describere. 190  
Centesimæ, vel millesimæ partes in-  
quavis recta linea quo pacto capian-  
tur, ope instrumenti partium. 6  
Chorda alicuius arcus data, vna cum  
perpendiculari ex medio eius pun-  
cto ad arcumeducta, quor gradus,  
vel palmos tam arcus, quam semi-  
diameter cõplectitur, inuenire. 395  
Circuli pulcherrima proprietas. 402  
Circuli quadraturam esse possibilẽ. 359  
Circuli quadratura per Hyppocratem  
Chium falsa est. 357. & 358  
Circuli quadratura per lineas Campa-  
no ascripta falsa est. 357  
Circuli quadratura per numeros secun-  
dum Arabes falsa est. 357  
Circuli quadratura per numeros ex Al-  
berto Durerio falsa est. 357  
Circuli quadratura per lineas. 356  
Circuli area tribus vijs, ex cognita dia-  
metro, & circumferentia. 212  
Circuli area accuratior. 219  
Circuli aream vera maiorem, ex diame-  
tro inuestigare. 217  
Circuli aream vera minorem, ex diame-  
tro colligere. 218  
Circuli aream vera minorem, ex circun-  
ferentia inferre. 218  
Circuli aream vera maiorem, ex cir-  
cumferentia concludere. 218  
Circuli area cui triangulo rectangulo  
sit æqualis, secundum Archimedis  
doctrinam. 200  
Circuli area æqualis est rectangulo cõ-  
prehensio sub semidiametro, & semel  
se circumferentiæ circuli. 329  
Circuli dimensio ex Archimede. 200  
Circuli diameter quam proportionem  
habeat ad peripheriam, secundum  
Archimedem. 204  
Circuli diameter in numeris, ex dato  
arcu. 222  
Circuli diameter ex data periphēria,  
& periphēria ex data diametro accu-  
rator. 219  
Circuli diametrum vera maiorem, ex  
data circumferentia indagare. 214  
Circuli diametrum vera minorem ex  
data periphēria inuestigare. 214  
Circuli diameter ducta in  $3\frac{1}{2}$ . gignit  
numerus maiorẽ circumferentia. 214  
Circuli periphēria, ac diameter, ex  
eius area. 222  
Circuli periphēria ex data diametro,  
& diameter ex data periphēria accu-  
rator. 219  
Circuli periphēria quam proportio-  
nem habeat ad diametrum, secun-  
dum Archimedem. 204  
Circuli periphēria diuisa per  $3\frac{1}{2}$ . facit  
numerus minorem diametro. 211  
Circuli periphēriam vera maiorem, ex  
data diametro reperire. 213  
Circuli periphēriam vera minorem, ex  
data diametro elicere. 214  
Circuli parti octauæ, decimæ sextæ, &c.  
rectangulum constituere Isoperime-  
trum, & æquale. 352  
Circuli sectoris area. 220  
Circulo figuram rectilineam æqualem,  
& alteri similem constituere. 370  
Circulo dato quadratum æquale consti-  
tuere. 367  
Circulo quadratum æquale quo pacto  
facile exhibeatur ex propria fi-  
gura. 368  
Circulorum periphēria inter se sunt,  
vt diametri. 215. & 376  
Circulorum duorum, vel figurarum si-  
milium proportio, ex datis diame-  
tris circumferentijsue, vel duobus la-  
teribus homologis. 223  
Circulorum diametri inter se sunt, vt  
circumferentiæ. 215. & 376  
Circulum quadrato æqualem descri-  
bere. 369  
Circulum, vel figuram planam recti-  
lineam

# I N D E X.

447

- lineam, in data proportione augere  
vel minuire. 304
- Circulum cuiuslibet figuræ rectilineæ æ-  
qualem describere. 370
- Circulum per tria puncta describere,  
inuicem nimirum alijs punctis, per  
quæ transire debet. 385
- Circulum pluribus circulis, quorum  
diametri, vel circumferentiæ datæ  
sint, æqualem: Et figuram similem  
pluribus figuris similibus, quarum  
latera homologa data sint, æqualem  
describere. 223
- Circulus ad quadratum diametri pro-  
portionem habet, quam 11. ad 14.  
proxime, secundum Archimedē. 211
- Circulus ad quadratum circumferentiæ  
maiorem proportionem habet, quam  
7. ad 88. minorem vero, quam 71.  
ad 892. 216
- Circulus omnibus figuris rectilineis re-  
gularibus sibi isoperimetris maior  
est. 342
- Circulus omnium figurarum rectilinea-  
rum sibi isoperimetrarum maximus  
est. 343
- Circulus ad quadratum diametri ma-  
iorem proportionem habet, quam  
223. ad 284. minorem vero, quan-  
tum 11. ad 14. 216
- Circumferentiæ circuli ad diametrum  
proportio accuratior, quæ. 219
- Compendium pulchrum in longitudi-  
nibus metiendis per quadratum sta-  
bile. 107
- Conchoideos lineæ descriptio, eiusque  
duæ proprietates insignes. 301
- Coni, & cylindri superficies conue-  
xa. 261
- Conicæ superficiei proportio ad suam  
basem. 262
- Conoidis Hyperbolici soliditas. 259
- Cono, cylindro, prismati, ac pyramidi  
cubum æqualem efficere. 416
- Cono, vel pyramidi æqualem cylin-  
dram, aut prismam sub eadem altitudi-  
ne: Et contra cylindro, vel prismati  
æqualem conum, aut pyramidem  
sub eadē altitudine constituere. 414
- Conoidis parabolici soliditas. 258
- Conorum, ac pyramidum area. 229
- Constructio tabulæ Gnomonicæ facilli-  
ma, eiusque vsus. 97
- Constructio & vsus tabellæ pro minu-  
tis, & secundis. 19
- Constructio & vsus tabulæ pro minu-  
tis, & sec. cognoscendis ex quadran-  
te. 21
- Constructio quadrantis ad min. & sec.  
cognoscenda. 15
- Constructio quadrati Geometrici. 93
- Constructio pinnacidiorum pro radio  
visuali. 17
- Constructio regulæ loco fili cum per-  
pendiculo. 17
- Constructio instrumenti partium. 4. & 13
- Conum, ac pyramidem in cylindrum,  
& prismam: Item prismam, & cylindrum  
in conum, ac pyramidem transmuta-  
re. 414
- Conum, cylindrum, prismam, ac pyrami-  
dē in æqualem sub data altitudine, &  
supra basem quouis angulorum re-  
uocare. 415
- Conum, cylindrum, prismam, ac pyrami-  
dem in parallelepipedum æquale da-  
tæ altitudinis vel basis commuta-  
re. 415
- Conum datæ sphaeræ constituere æ-  
qualem. 418
- Conum pyramidi, & cylindrum prif-  
mati æqualem: Ac vicissim pyrami-  
dem cono æqualem, & prismam cylin-  
dro æquale constituere. 414
- Conum, pyramidem, prismam, & cylin-  
dram in parallelepipedum supra ba-  
sem quadratam conuertere. 415
- Corpori regulari sphaeram æqualem  
exhibere. 418
- Corporum quinque regularium super-  
ficies conuexæ. 237
- Corporum quinque regularium area  
quæ. 233. & 237
- Corporum omnino irregularium area. 260
- Corpus regulare quoduis dato cubo æ-  
quale constituere. 419

Cor-



# I N D E X.

Corpus planis superficiebus contentū,  
& circa sphæram circumscribibile,  
cui solido rectangulo sit æquale. 334  
Cubicam, & quadratam radicem in nu-  
meris nō quadratis, & non cubis per  
lineas Geometricè inuenire. 322  
Cubicæ radicis extractio. 313  
Cubicæ & quadratæ radicis extractio  
ex data minoria 320. & 321  
Cubo dato corpus regulare quodcunq.  
æquale construere. 419  
Cubo dato parallelepipedum rectangu-  
lum sub data altitudine, vel supra da-  
tam basem, æquale constituere. 416  
Cuborum differentia quo pacto repe-  
riantur. 435  
Cuborum, & quadratorum tabula vsq.  
ad radicem 1000. 425  
Cuborum generatio. 435  
Cubum cylindri, prismati, cono, ac py-  
ramidi æqualem construere. 416  
Cubū datæ sphære æqualem: Et sphæ-  
ram dato cubo æquale efficere. 417  
Cubum datum, aut parallelepipedum  
in datam proportionem secare. 420  
Cubum duobus, aut pluribus cubis æ-  
qualem construere. 419  
Cubum minorem ex maiori detrahare  
residuumq. in cubū conuertere. 419  
Cubum parallelepipedo rectangulo æ-  
qualem construere. 416  
Cubum solidis quolibet æqualem con-  
stituere. 419  
Cubus alterutrius mediarum propor-  
tionalium inter duas rectas, æqua-  
lis est parallelepipedo sub quadrato  
extremæ prope mediam assumptam  
& altera extrema comprehenso. 307  
Cubus diametri sphære ad sphæram,  
maiorem proportionem habet, quā  
21. ad 11. minorem vero, quā 426.  
ad 223. 247  
Cubus circumferentiæ maximi circuli  
in sphæra ad sphæram, maiorem  
proportionem habet, quā 298374.  
ad 5041. minorem autem, quā 2904.  
ad 49. 246  
Cylindri, & coni superficies conue-

261  
Cylindrica superficies, demptis basi-  
bus, 262  
Cylindrorum, prismatum, ac parallele-  
pipedorum area, 227. & 228  
Cylindro, aut prismati æqualem con-  
um, vel pyramidem sub eadem alti-  
tudine; Et vicissim cono, vel pyra-  
midi æqualem cylindrum, aut pris-  
ma eiusdem altitudinis constitue-  
re. 414  
Cylindro prismati, cono, ac pyramidi  
cubum æqualem constituere. 416  
Cylindrum datæ sphære constituere  
æqualem. 417  
Cylindrum, ac prismam in pyramidem,  
& conum: Item conum, ac pyrami-  
dem in cylindrum, vel prismam æqua-  
le transmutare. 415  
Cylindrum, aut prismam datum in pro-  
portionem datam diuidere. 421  
Cylindrum, conum, prismam, ac pyrami-  
dem in parallelepipedum rectangulū  
æquale datæ altitudinis, vel basis  
commutare. 417  
Cylindrum, prismam, conum, ac pyrami-  
dem cuiuscunque altitudinis, in æ-  
qualem sub data qualibet alia altitu-  
dine, & supra basem quocunq. angu-  
lorum conuertere. 415  
Cylindrum prismati, & conum pyra-  
midi æqualem: Et vicissim prismam  
cylindro æquale, & pyramidem co-  
no æqualem construere. 414  
Cylindrum, prismam, conum, & pyrami-  
dem in parallelepipedum supra ba-  
sem quadratam conuertere. 415

## D

Decimæ partes millesimarum, quo  
pacto sunt, etiamli instrumē-  
tum partium diuisum sit in 100. par-  
tes duntaxat. 8  
Decimæ, vel centesimæ partes quocun-  
que, quo pacto ex quauis parte recte  
in partes æquales diuisæ per circi-  
num auterantur. 45

De-



# I N D E X.

- Declinationem cuiuslibet paralleli  
in diametro Astrolabij, per instru-  
tum partium inuenire. 11
- Diameter circuli, ac peripheria, ex eius  
area. 222
- Diameter circuli in numeris, ex dato  
arcu. 222
- Diametri circuli ad circumferentiam  
proportio accuratior, quæ. 219
- Diameter circuli ducta in  $3\frac{1}{2}$ , facit nu-  
merum maiorem circumferentia. 211
- Diametrum circuli vera maiorem, ex  
data circumferentia indagare. 214
- Diametrum circuli vera minorem, ex  
data circumferentia inuestigare. 214
- Diameter circuli quam proportionem  
habeat ad peripheriam, secundum  
Archimedeum. 204
- Diameter circuli ex data peripheria,  
& peripheriam ex data diametro ac-  
curatior. 219
- Diametri circulorum inter se sunt, vt  
circumferentia. 215. & 376
- Differentia cuborum quo pacto repe-  
riantur. 435
- Differentia quadratorum. 434
- Differentia stationum quid. 54
- Difficultas in extractionibus radicum,  
quæ sit, & quo pacto superetur. 315
- Dimensiones quo modo siue numero-  
rum supputatione fiant. 57. 62. 65. 68
- Dimensio altitudinis quo pacto fiat, si-  
ne reductione vmbrae versæ ad re-  
ctam, quando in vna statione um-  
bra recta, & versa in altera seca-  
tur. 112
- Dimensiones distantiarum eodem mo-  
do fiunt in quadrato stabili, ac pen-  
dulo. 112
- Dimensio distantia quo modo fiat sine  
reductione vmbrae rectarum ad  
versas, quando in vtraque statio-  
ne latas vmbrae rectæ secatur. 114
- Dimensio distantia quo modo fiat sine  
reductione vmbrae rectæ ad versam,  
quando in vna statione vmbra recta  
& in altera versa secatur. 115
- Dimensio circuli ex Archimede. 200
- Dioptra portio intra quadratum stabi-  
le quo pacto reperiatur. 124
- Distantiam ab oculo vel pede mensoris  
ad quoduis punctum in Horizonte  
notatum, per vnicam stationem, per  
quadrantem metiri. 136. & 139
- Distantiam accliuem montis à loco  
mensoris vsque ad basem altitudinis  
monti impositæ, etiam non visam,  
vna cum ipsa altitudine, quando me-  
sor in ascensu montis consistit, pro-  
pe verum efficere cognitam, benefi-  
cio quadrantis. 86
- Distantiam accliuem montis à loco  
mensoris vsque ad basem altitudi-  
nis monti impositæ, etiam non visam,  
vna cum ipsa altitudine, quando  
mensor in ascensu montis consistit,  
prope verum, beneficio quadrati ef-  
ficere cognitam. 147
- Distantiam à summitate turris, vel mu-  
ri vsque ad signum aliquod in Hori-  
zonte positum, licet ad illud accessus  
non pateat, per quadratum eruere,  
vbiunque mensor existat. 141
- Distantiam horizontalem inter tur-  
rim aliquam, & aliud quodpiam  
signum, ex turri, per duas stationes  
in fastigio factas, vel in duabus fene-  
stris, quarum vna ad perpendicularum  
sit sub alia, quando spatium inter il-  
las fenestras notum est, etiam si to-  
tius turris altitudo ignota sit, per  
quadrantem dimetiri. Atque hinc  
obiter altitudinem turris pateface-  
re. 75
- Distantiam ab oculo, vel pede menso-  
ris (vbiunque existat) ad quoduis  
punctum in aliqua altitudine, vel  
etiam in Horizonte notatū per qua-  
dratum exquirere, per vnicam etiam  
stationem. 136. & 139
- Distantiam inter duo puncta in quoli-  
bet plano eleuato, siue illud ad Ho-  
rizontem sit rectum, siue inclinatum  
per quadrantem metiri. 72
- Distantiam in plano, siue accessibilis ea  
sit, siue inaccessibilis, per duas sta-  
tio-



# INDEX.

- tiões in eodem plano factas per  
quadrantem tam pendulum, quam  
stabilem metiri, quando in eius ex-  
tremo erecta est altitudo aliqua,  
perpendicularis, etiamsi infimum  
eius extremum non cernatur. Atque  
hinc altitudinem quoque ipsam eli-  
cere. 54. & 57
- Distantiam à base turris ad signum pro-  
positum in Horizonte, ex summitate  
turris, vel ex aliqua eius fenestra,  
per quadratum cognoscere. 121
- Distantiam ab oculo, vel pede menso-  
ris ad quoduis punctum in aliqua  
altitudine notatum, per duas sta-  
tiones in plano factas, per quadran-  
tem metiri. 69
- Distantiam inter signum quodpiam in  
Horizonte positum, & summitatem  
turris, vel muri alicuius, licet ad ip-  
sum signum accessus non pateat, per  
quadrantem colligere. 77
- Distantiam inter te, & signum quodeun-  
que in plano Horizontis positum, per  
quadratum peruestigare. 105. & 106
- Distantiam in Horizonte inter menso-  
rem, & signum aliquod visum, per  
simplicissimum quoddam instrumen-  
tum indagare. 157
- Distantiam in plano per duas stationes  
in eodem plano factas, per quadra-  
tum metiri, quando in eius extre-  
mo erecta est altitudo aliqua per-  
pendicularis, etiamsi infimum eius  
extremum non cernatur. 110
- Distantiam inter duo montium, aut  
turrium cacumina, per simplicissi-  
mum quoddam instrumentum re-  
perire. 158
- Distantiam in plano Horizontis inter  
mensorem, & signum quoduis, bene-  
ficio Normæ adinuenire. 154
- Distantiam inter duo signa in plano,  
cui altitudo insistit, si ea distantia  
è directo mensuris iaceat, & verum  
que eius extremum cerni possit, ex  
altitudinis fastigio, etiamsi altitudo  
sit mensuris statuta, per quadratum  
comprehendere. 133
- Distantiam in plano Horizontis, quæ  
non sit valde magna, facillimo quo-  
dam modo dimetiri. 155
- Distantiam inter pedes mensuris, & si-  
gnum aliquod in plano Horizontis  
beneficio baculi metiri, quando ex-  
tremus terminus distantie videri  
potest. 152
- Distantiam inter duo signa, vel puncta  
in quolibet plano siue recto ad Ho-  
rizontem, siue inclinato, per quadra-  
tum metiri. 139
- Distantiam per vnicam stationem me-  
tiri per quadrantem, quando altitu-  
do nota est. 62
- Distantiam, quando mensur in vno  
eius extremo, vel in aliqua altitudi-  
dine nota ad planum, in quo est di-  
stantia, perpendiculari existens alto-  
rum extremum videre potest, per  
quadrantem metiri. 73
- Doliorum capacitas. 259
- ## B
- E**llipsis centro dato in linea axis,  
vna cum duobus punctis Ellipsis,  
vtrumque axis vtriusque extremum  
reperire. 401
- Ellipsis datæ area 224
- Ellipsi similem figuram, quam ouatam  
dicunt, circino describere. 421
- Examen extractionis radicem. 312
- Extrahere radicem cuiusvis generis ex  
dato numero. 303
- ## F
- F**acilis inuentio lineæ rectæ cuius  
circumferentiæ æqualis, ex propria  
figura. 367
- Facilis inuentio quadrati circulo æqua-  
lis. 368
- Figura regularis circulo circumscripta  
maiores ambitum habet, quam  
circulus. 372. & 375
- Figuræ numeri, ex quo radix extra-  
hitur



# I N D E X . I

hitur, quo modo per puncta signen- tur.	309	Sam, angulum constituit ipsius alti- tudinis.	98
Figuræ rectilineæ cuilibet circum- qualem describere.	370	Fractionem magnam ad minorem fere æquivalentem reducere.	196
Figuræ regularis area, cui triangulo re- ctangulo sit æqualis.	328	Fractionis inter duas mediæ facili in- uentio.	196
Figuræ regularis area, cui rectangulo æqualis sit.	327	Fruſti marmoris regularis soliditas.	232
Figuræ Ellipſi ſimilem, quam ouatam dicunt, circino describere.	421	Fruſti pyramidis, & conĩ area.	230
Figuram rectilineam circulo æqualē, & alteri ſimilem conſtituere.	370	Fruſti ſphæræ ſoliditas.	257
Figuram rectilineam in quotuiſ partes æquales per rectam datæ rectæ pa- rallelam diſtribuire.	289	<b>G</b>	
Figuram ſolidam quæcumque ex ijs, de quibus Eucl. in Stereometria agit augere vel minuere in data propor- tione.	305	Genera radicum innumera.	308
Figuram rectilineam ex dato angulo, vel puncto in latere, in quotuiſ par- tes æquales parti-ri.	280	Generatio cuborum.	435
Figuram planam rectilineam, vel circu- lum, in data proportionē augere, vel minuere.	304	Generatio quadratorum.	434
Figuram ſimilem pluribus figuris ſimi- libus, quarum latera homologa data ſint, æqualem. Et circumlum pluribus circulis, quorum diametri, circunfe- rentiæve datæ ſint, æqualem deſcri- bere.	223	Gendæſia, æ Geometria quid.	264
Figurarum duarum ſimilium, aut circu- lorum proportio, ex datis duobus la- teribus homologis, vel diametris, circunferentijsve.	223	Geometria, & Geodæſia quid.	264
Figurarum iſoperimetrarum latera, numero æqualia habentium, maxi- ma & æquilatera eſt, & æquian- gula.	339	Geometrici quadrati conſtructio.	93
Figurarum regularium Iſoperimetra- rum maior eſt illa, quæ plures con- tinet angulos, pluraue latera.	330	Gnomonica tabula.	100
Figuris rectilineis regularibus circu- lus, cui iſoperimetræ ſunt, maior eſt.	342	Gnomonicæ tabulæ facillima conſtru- ctio, eiufq. uſus.	97
Filum perpendiculari ſecans umbram re- ctam facit angulum completē alti- tudinis: ſecans uero umbram ver-		Gnomon, ſeu latus quadrati medio lo- co proportionale eſt inter umbram rectam, ac verſam.	95
		Gradus ac Min. in dato arcu quot con- tineantur, per inſtrumentum partiū cognoſcere.	10
		Gradus, ac Min quotlibet, quo pacto ex circulo quouis, ope inſtrumenti par- tium, abſcindantur.	9. & 10
		<b>H</b>	
		Hæmiſphetij conuexa ſuperfi- cies.	254
		Hæmiſphæræ ſoliditas.	256
		Heptagoni latus non rectè à Carolo Mariano, Alberto Durerò, & Franci- ſco Fluſſate inueniri.	408
		Hyperbolici Conoidis ſoliditas.	259
		Hypotenuſe inuentio per qua dran- tem.	56. 61. 65. & 67
		<b>I</b>	
		Impares numeros quemlibet cubum componentes inuenire.	437
		Imperata pars quo pacto ex data recta Lil 2 abſcin-	



abscindatur, per instrumentum par-

10  
Inaccessibilem altitudinem, cuius basis  
non videatur, & ad quam per nullū  
spatium secundum rectam lineam  
accedere possit mensor, aut recede-  
re, ut duæ stationes fieri possint, sed  
solum ad dextram, sinistramve ad lo-  
cum, è quo eius basis cernatur, per  
quadratum explorare. 142

Inaccessibilem altitudinem, cuius basis  
non videatur, & ad quam per nullum  
spatium secundum lineam rectā ac-  
cedere possimus, aut recedere, ut duæ  
stationes fieri possint, sed solum ad  
dextram, sinistramve ad locum, è  
quo eius basis appareat, per quadra-  
tem explorare. 78

Inaccessibilem altitudinem, quando di-  
stantia à loco mensoris ad basem al-  
titudinis ignota est, per duas statio-  
nes in plano factas, per quadrantem  
dimetiri. Atque hinc distantia quo-  
que ipsam eruere, etiam si extremus  
eius terminus non cernatur. 60

Inaccessibilem altitudinem, quando ne-  
que distantia à loco mensoris ad eius  
basem nota est, neque è directo ip-  
sius duæ stationes in plano fieri pos-  
sunt, neque denique basis apparet,  
per quadrantem notam reddere. At-  
que hinc obiter ipsam quoque distan-  
tiam elicere. 78

Inaccessibilem altitudinem beneficio  
speculi plani, unā cum speculi distan-  
tia tam à base, etiam non visā, quam  
à cacumine altitudinis cognosce-  
re. 161

Inaccessibilem distantiam per quadran-  
tem tam pendulum, quam stabilem  
metiri, quando in eius extremo ere-  
cta est altitudo perpendicularis, etiā  
si infimum eius extremum non cer-  
natur. Atque hinc altitudinem quo-  
que ipsam elicere 54. & 57

Incidentiae angulus cur angulo refle-  
xionis sit æqualis. 381

Instrumenta mensurandi varia. 51

Instrumenti, quod Italis Squadra zop-  
pa dicitur, constructio, & usus. 167

Instrumentum partium quid, & quo pa-  
cto construat. 3. & 4.

Instrumentum partium quo pacto ali-  
ter construat. 13

Instrumentum pro librationibus aptis-  
simum. 170

Intervalum, ad cuius extrema accede-  
re non liceat, dummodo ea appareāt  
& ipsi intervallo productum ad  
pedes mensoris pertingat, ex altitu-  
dine aliqua nota, per quadrantem  
metiri. 73

Intervallo è directo mensoris positi  
cuius utrumque extremum, vel alte-  
rum non appareat, nisi mensor ad  
dextram, vel sinistram accedat, per  
quadrantem comprehendere. 77

Intervallo in Horizonte inter turrim  
aliquam, & aliud quodpiam signum,  
ex turri per duas stationes in fasti-  
gio factas, vel in duabus fenestris,  
quarum una sit ad perpendiculari sub  
alia, quando spatium inter illas fene-  
stras notum est, etiam si totius turris  
altitudo ignota sit, per quadrantem  
dimetiri. Atque hinc obiter altitudi-  
nem turris patefacere. 75

Intervallo in Horizonte, inter menso-  
rem, & signum aliquod visum, per  
simplicissimum quoddam instrume-  
tum indagare. 157

Intervallo in plano Horizontis inter  
mensorem, & signum quodvis, benefi-  
cio Normæ adinuenire. 154

Intervallo inter duo puncta in quoli-  
bet plano elevato, siue illud ad Hori-  
zontem sit rectum, siue inclinatum,  
per quadrantem metiri. 72

Intervallo inter duo signa, vel puncta  
in quolibet plano siue recto ad Hori-  
zontem, siue inclinato, per quadra-  
tum metiri. 139

Intervallo, quando mensor in uno  
eius extremo, vel in aliqua altitudi-  
ne nota ad planum, in quo interval-  
lum est, perpendiculari existens alte-  
rum



# INDEX

- rum extremum videre potest, per  
quadrantem metiri. 73
- Interuallum transuersum in Horizon-  
te, cuius utrumque extremum videri  
potest, per quadratum metiri. 141
- Interuallum inter pedes mensuris, & li-  
gnum aliquod in plano Horizontis,  
beneficio baculi metiri, quando ex-  
tremus terminus interualli videri po-  
test. 152
- Interuallum transuersum in Horizon-  
te, cuius utriusq. extremum inspicere pos-  
sumus, per quadrantem efficere notum. 74
- Iosephus Scaliger perperam Archime-  
dem de Dimensione circuli repre-  
hendit. 203
- Irregularium omnino corporum area. 260
- Iso-perimetra figurarum quarum, & tractatio  
de eis instituta. 325
- Iso-perimetrarum figurarum regularium  
maior est illa, quae plures continet  
angulos, pluraue latera. 330
- Iso-perimetrarum figurarum latera nu-  
mero habentium aequalia, maxima  
& aequaliter est, & aequiangula. 339
- Iso-perimetrorum triangulorum eandem  
habentium basem, maius est illud,  
quod duo latera habet aequalia. 332
- Iso-scelis trianguli area. 183
- Iso-scelia duo triangula similia basium  
inaequalium, simul maiora sunt duo-  
bus Iso-scelibus simul super eadem  
bases, quae quidem inter se sunt dissi-  
milia, prioribus vero Iso-perimetra,  
habeantque quatuor latera inter se  
aequalia. 335
- Iso-scelibus duobus triangulis datis,  
quorum bases inaequales sint, & duo  
latera unius duobus alterius aequa-  
lia: super eisdem basibus duo trian-  
gula Iso-scelia similia, & prioribus si-  
mul sumptis Iso-perimetra constitue-  
re. 334
- L**
- Latera duo trianguli obliquanguli,  
ex tertio latere, & duobus quibus-  
uis angulis, inuenire. 48
- Latera tria in quadrilatero maiora  
sunt quarto latere. 385
- Lateralis trianguli obliquanguli segmen-  
ta à perpendiculari facta, ex datis  
tribus lateribus cognoscere. 47
- Lateralis proportionem ex datis angulis  
cuiusvis trianguli patefacere. 46
- Latus figurae regularis, quo pacto ex  
eius area deprehendatur. 199
- Latus figurae regularis quo pacto ex se-  
midiametro circuli circumscripti co-  
gnoscatur. 196
- Latus polygoni propositi quo pacto in  
dato circulo per instrumentum par-  
tium inueniatur. 11
- Latus quadratricis aequale est quadran-  
ti circuli, cuius semidiameter est ba-  
sis quadratricis. 366
- Latus trianguli rectanguli, ex base, &  
alterutro angulorum acutorum, no-  
tum efficere. 46
- Latus trianguli rectanguli, ex base, &  
altero cognoscere. 46
- Latus trianguli rectanguli ex altero latere  
& alterutro angulo acuto eruere. 46
- Latus trianguli obliquanguli ex duo-  
bus lateribus, & angulo ab ipsis con-  
prehensio colligere. 48
- Latus trianguli obliquanguli ex duobus  
reliquis lateribus, & duobus quibus-  
uis angulis, addiscere. 48
- Latus trianguli obliquanguli ex duo-  
bus lateribus, & angulo vni eorum,  
opposito, (si modo constet species an-  
guli alteri lateri dato oppositi, quan-  
do datus angulus acutus est) exqui-  
rere. 50
- Lenticularis figurae area. 221
- Librare spatium terrae inaequale, pro du-  
cendis aquis: aut etiam, si lubet, Ho-  
rizonti aequidistans efficere. 170
- Linea recta diuisa in quotuis partes ae-  
quales, quot eiusmodi partes in qua  
uis alia recta contineantur, ope instru-  
menti partium cognoscere. 6
- Linea recta in quotuis partes aequales  
diuisa, quot decimarum, vel centesi-  
marum, &c. in quavis particula unius  
partis contineantur, per circinnam  
de-



# I N D E X.

deprehendere. 43  
**Lineæ superficies, ac solida, penes quid mensurentur.** 174  
**Lineæ rectæ sub dimensionem cadentes quæ sint.** 53  
**Lineæ duæ, una recta, & altera inflexa, nunquam concurrentes, licet in infinitum producantur, & semper magis una ad alteram accedat.** 302  
**Lineam quadratricem describere.** 359  
**Lineam rectam, ad cuius extrema accedere non liceat, dummodo ea appareant, & ipsa linea recta producta ad pedes mensoris pertingat, ex altitudine aliqua nota, per quadrantem metiri** 73  
**Lineam rectam in Horizonte inter turrim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris quarum una ad perpendicularum sit sub alia, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiam si totius turris altitudo sit ignota, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere.** 75  
**Lineam rectam datam per instrumentum partium diuidere, ut alia recta diuisa est.** 71  
**Lineam rectam è directo mensoris positam, cuius vtrumque extremum, vel alterum non appareat, nisi ad dextram vel sinistram mensor accedat, per quadrantem comprehendere.** 77  
**Lineam rectam in Horizonte per quadratum metiri, quando mensor in vno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat.** 133  
**Lineam rectam arcui quadrantis æqualem reperire.** 363  
**Lineam rectam in Horizonte è directo mensoris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque**

accedere liceat, neque è loco mensoris eam dimetiri: dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo vtrumque extremum appareat 135  
**Lineam rectam, quando mensor in vno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota ad planum, in quo est linea, perpendiculari existens alterum extremum videre potest, per quadrantem metiri.** 73  
**Lineam rectam transversam in Horizonte, cuius vtrumque extremum videri potest, per quadrantem metiri.** 141  
**Lineam rectam transversam in Horizonte, cuius vtrumque extremum inspicere potest, per quadrantem notam efficere.** 74  
**Linearum quarundam, & angulorum mechanicam mensurationem admittendam esse** 186  
**Longitudinem transversam in Horizonte, cuius vtrumque extremum inspicere potest, per quadrantem notam efficere.** 74  
**Longitudinem trabis ad Horizontem inclinatæ, cuius portio superior tantum conspiciatur, vna cum angulo inclinationis, distantia basis à mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per quadratum metiri.** 167  
**Longitudinem rectæ è directo mensoris positæ, cuius vtrumque extremum vel alterum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram accedat mensor, per quadrantem comprehendere.** 77  
**Longitudinem umbræ ab altitudine, Sole lucente projectæ, quâdo altitudo est cognita, ope quadrati adipisci.** 156  
**Longitudinem lineæ rectæ, quando mensor in vno eius extremo, vel in altitudine aliqua nota, quæ perpendicularis sit in eo extremo ad planum, in quo linea iacet, existens alterum extremum videre potest, per quadrantem comprehendere.** 73  
**Longitudinem in Horizonte inter tur-**  
rimam

# I N D E X.

- rim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris quarum vna sit sub alia ad perpendicularum, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiam si totius turris altitudo ignota sit, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patefacere. 75
- Longitudinem in Horizonte extensam per quadratum metiri, quando mensor in vno eius extremo existens alterum videre non potest, propter tumorem aliquem interiectum, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat. 133
- Longitudinem in Horizonte è directo mensoris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque accedere liceat, neque è loco mensoris eam dimetiri, neque vlla adfit altitudo: dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo vtrumque extremum appareat. 135
- Longitudinem, ad cuius extrema accedere non liceat, dummodo ea appareant, & ipsa longitudo producta ad pedes mensoris pertingat, ex altitudine aliqua nota, per quadrantem metiri. 73
- Longitudinem ascensus alicuius montis, si eius cacumen ab oculo in radice constituto videatur, per instrumentum simplicissimum cognoscere. 159

## M

- Magnitudinum quatuor proprietates quædam. 373
- Magnitudinibus in partes proportionales sectis, si in singulis vna pars iterum secetur proportionaliter, erunt ibidem totæ etiam sectæ proportio-

- naliter. 265
- Marmoris regularis soliditas. 232
- Mechanica mensuratio in nonnullis lineis, & angulis admittenda est. 186
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Nicomede, prope verum, adinuenire. 303
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Diocle, prope verum, inquirere. 299
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Herone, & Apollonio Pergæo, prope verum, inuenire. 297
- Medias duas proportionales inter duas datas, ex Philone Bysantio, & Philopono, prope verum, inquirere. 298
- Medium numerum proportionalem, vel duos medios inter duos numeros comperire. 306
- Mensorum ratio communis in area cuiusvis figuræ, vel agri inuestiganda. 190
- Mensurandi varia instrumenta. 51
- Mensuræ linearum, superficierum, ac solidorum penes quid sumantur. 174
- Millesimarum decimarum partes quomodo sumantur, etiam si instrumentum partium diuisum sit in 100. partes duntaxat. 8
- Millesimarum partes quomodo capiantur, etiam si in instrumento partium contineantur tantum 100 partes. 7
- Millesimarum, vel centesimarum partes in quavis recta linea quo pacto capiantur, ope instrumenti partium. 6
- Minuta quolibet quo pacto ex gradu quouis abscindantur per circinũ. 42
- Minuta ac secunda quo pacto per circinũ in quavis particula gradus deprehendantur. 40
- Minuta, & secunda quo pacto ex quadrante constructo reperiantur. 18
- Minutia, cuius Numerator ex duarum minutiarum Numeratoribus, & Denominator ex denominatoribus constitatur, maior est minore, & maiore minor. 303
- Minutia inter duas medias facilius inuentio



# INDEX.

uentio. 196  
 Minutiam magnam ad minorem fere  
 æquivalentem reducere. 196  
 Montis altitudinem metiri per qua-  
 drantem. 60. & 62  
 Montis vel turris altitudinem ex eius  
 summitate per vnicam stationem,  
 ope quadrati stabilis metiri, vna  
 cum distantia signi in Horizonte  
 visi vsque ad perpendicularum mon-  
 tis, aut turris. 129  
 Montis, aut turris altitudinem ex eius  
 vertice per quadrantem metiri, si in  
 plano, cui insitit, spatium aliquod  
 è directo mensuris notum sit, de-  
 prehendere. 69  
 Montis, aut turris altitudinem ex eius  
 summitate per quadratum dimetiri,  
 quando in plano summitatis Hori-  
 zonti æquidistante duæ stationes fie-  
 ri possunt, & signum aliquod in Ho-  
 rizonte cernitur. 125  
 Montis aut turris altitudinem ex eius  
 vertice per duas stationes in hasta  
 aliqua erecta, vel in duabus fenestris  
 turris, quarum vna sit supra aliam,  
 factas, e quibus signum aliquod in  
 Horizonte videri possit, per quadratū  
 metiri. Atque hinc distantia quoq.  
 a perpendicularo montis, vel turris,  
 vsq. ad signū visum cognoscere. 66  
 Montis, aut turris altitudinem ex eius  
 vertice per duas stationes in eiusdē  
 summitate factas, e quibus signū ali-  
 quod in Horizonte appareat, per qua-  
 drantem dimetiri. Atque hinc ip-  
 sam quoque distantiam à montis  
 perpendicularo, vel turris base ad si-  
 gnum illud inuestigare. 63  
 Montis vel turris altitudinē ex eius fa-  
 stigio, quando e directo mensuris  
 intervallum aliquod inter duo signa  
 vel etiam inter signum quodpiam  
 ac turrim cognitum est, per quadra-  
 tum conijcere. 135  
 Montis, vel turris altitudinem ex eius  
 summitate per duas stationes in ha-  
 sta aliqua erecta factas, inuestigare

per quadratum, quando signum ali-  
 quod in Horizonte videri potest. 123  
 Multilateræ figuræ irregularis area,  
 quæ. 189  
 Muri cuiusque soliditas. 232

## N

**N**ormæ beneficio altitudinem tur-  
 tis, aut alterius rei inuestiga-  
 re. 154  
 Normæ beneficio distantiam in plano  
 Horizontis inter mensorem, & signū  
 quodvis, percipere. 154  
 Numeri particulares pro singulis ra-  
 dicū speciebus, quo modo reperian-  
 tur. 310  
 Numeros impares datum cubum compo-  
 nentes reperire. 437  
 Numerum aliquo concipiente, quot ei  
 vnitates remaneant post tres opera-  
 tiones imperatas, conijcere. 381

## O

**O**bliquanguli trianguli area, ex  
 vno latere, ac duobus angu-  
 lis. 186  
 Obliquanguli trianguli area, ex duo-  
 bus lateribus, & angulo ab ipsis com-  
 prehenso. 186  
 Obliquangulorum quadrilaterorum  
 area. 187  
 Obliquangulorum triangulorum recti  
 lineorum problemata. 47  
 Observationis angulus quis. 55  
 Quatam figuram Ellipsi similem circi-  
 no describere. 421  
 Octogonum regulare ad datam altitu-  
 dinem latitudinemue constituere.  
 re. 411  
 Octogonum regulare circulo inscri-  
 ptum medium proportionale est in-  
 ter quadratum circulo circumferi-  
 tum, & quadratum eidem inscri-  
 ptum. 410

Pa.

# I N D E X.

P

- P**arabolici Conoidis soliditas. 258  
 Parabolæ datæ area. 224  
 Parallelepipedum sub quadrato alteru-  
 trius extremarum, ( si sint quatuor  
 linearum continue proportionales ) &  
 altera extrema comprehensum, æ-  
 quale est cubo mediæ propor- tion-  
 alis, quæ priori extremæ assumptæ  
 est propinquior. 307  
 Parallelepipedorum, Prismatum, & cy-  
 lindrorum area. 227. & 228  
 Parallelepipedo rectangulo cubum æ-  
 qualem exhibere. 416  
 Parallelepipedum, aut cubum in datam  
 proportionem diuidere. 420  
 Parallelepipedum rectangulum sub da-  
 ta altitudine, vel supra datam ba-  
 sem dato cubo æquale constitue-  
 re. 416  
 Parallelogrammum datum in quocun-  
 que partes æquales diuidere per  
 rectas duobus lateribus oppositis pa-  
 rallelas. 296  
 Parallelogrammum datum per rectam  
 ex puncto siue extra, siue intra ipsū,  
 siue in aliquo latere dato ductam bi-  
 fariam secare. 296  
 Parallelogrammum in dato angulo æ-  
 quale dato quadrilatero constitue-  
 re. 379  
 Pars imperata quo pacto ex data re-  
 cta abscindatur, per instrumentum  
 partium. 10  
 Partes aliquotæ similes plurium ma-  
 gnitudinum eandem habent propor-  
 tionem. 242  
 Partes decimæ millesimarum quo pa-  
 cto sumantur, etiam si instrumentum  
 partium diuisum sit in 100. partes  
 duntaxat. 8  
 Partes centesimæ, vel millesimæ in-  
 quavis recta linea, quo pacto ope in-  
 strumentum partium capiantur. 6  
 Partes quocunque decimæ, vel cente-  
 simæ, &c. quo pacto ex quavis parte  
 rectæ in partes æquales diuise per  
 circinum auferantur. 45  
 Partes millesimæ, quo modo capian-  
 tur, etiam si in instrumento partium  
 contineantur tantum 100. par-  
 tes. 7  
 Particula quælibet vnius partis cente-  
 simæ instrumenti partium, quot par-  
 tes decimas vnius centesimæ, vel  
 quot millesimas totius lateris instru-  
 menti complectatur, quo pacto co-  
 gnoscatur. 9  
 Partium instrumentum quid, & quo pa-  
 cto construatur. 3. & 4  
 Partium instrumentum, quo pacto ali-  
 ter construatur. 13  
 Pendulus quadrans quid. 18  
 Pentagonum regulare non recte con-  
 strui ab Alberto Durero, & alijs. 405  
 Peripheria circuli ex data diametro;  
 & diameter ex data peripheria, ac-  
 curatior. 219  
 Peripheria circuli, ac diameter, ex eius  
 area. 222  
 Peripheria circuli quam proportionē  
 habeat ad diametrum, secundum Ar-  
 chimedem. 204  
 Peripheria circuli diuisa per  $3\frac{1}{7}$ , gi-  
 gnet numerum maiorem diame-  
 tro. 211  
 Peripheriæ circuli ad diametrum pro-  
 portio accuratior, quæ. 219  
 Peripheriæ circulorum inter se sunt, ut  
 diametri. 215. & 376  
 Peripheriam circuli vera maiorem, ex  
 data diametro reperire. 213  
 Peripheriam datæ rectæ æqualem repe-  
 rire. 370  
 Peripheriam circuli vera minorem, ex  
 data diametro elicere. 214  
 Perpendicularem in latus quodcunque  
 trianguli ex angulo opposito caden-  
 tem, ex omnibus tribus lateribus  
 efficere notam. 51  
 Perpendicularis quæ segmenta faciat  
 in latere trianguli obliquanguli 47  
 Perpendicularis ex quolibet gradu qua-  
 drantis demissa, in quodnam pun-  
 ctum semidiametri cadat, per instru-  
 mentum



# I N D E X.

- mentum partium cognoscere. 11
- Perpendicularis in triangulo quando est numerus surdus, quid agendum. 182
- Perpendicularis in triangulo æquilatere quo pacto cognoscatur. 193
- Perpendicularis è centro figuræ regularis, quo pacto cognoscatur. 193
- Perpendiculari filum secans umbram rectam facit angulum complementi altitudinis: secans vero umbram versam, angulum constituit ipsius altitudinis. 98
- Pinnacidia pro radio visuali quo pacto construenda sint. 17
- Pinnacidia quo pacto in quadrante sint affigenda. 17
- Polygoni propositi latus quo pacto in dato circulo per instrumentum partium inueniatur. 11
- Portionē altitudinis maioris ex minori altitudine, & minoris portionem, ex maiori, per quadrantem cognoscere. 83
- Portionem altitudinis maioris ex minore altitudine, & minoris portionem ex maiore, per quadratum percipere. 145
- Portionis sphaeræ superficies conuexa. 254
- Portionis sphaeræ soliditas. 256
- Portionum sphaeroidis soliditas. 258
- Primi inter se numeri si ambo non sint quadrati, aut cubique vlli eorum æque multiplices quadrati erunt aut cubi. Et si duorum numerorum eque multiplices sint ambo quadrati, aut cubi, etiam ipsi quadrati erunt, aut cubi. 384
- Prisma, ac cylindrum in conum, & pyramidem: Item, conum, ac pyramidem in cylindrum, vel prisma æquale transmutare. 415
- Prisma, conum, cylindrum, ac pyramidem in æqualem sub data altitudine, & supra basem quocuis angulorum conuertere. 415
- Prisma, cylindrum, conum, ac pyramidem in parallelepipedum supra basem quadratam conuertere. 415
- Prismati, cono, cylindro, ac pyramidi cubum æqualem construere. 416
- Prismati cuiusque cylindrum æqualem, & pyramidem conum æqualem: Ac vicissim cylindro prisma æquale, & cono æqualem pyramidem construere. 414
- Prismati dato sphaeram æqualem construere. 418
- Prisma pyramidem, cylindrum, & conum in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basibus commutare. 417
- Prisma, vel cylindrum datum in datam proportionem diuidere. 421
- Prismati, aut cylindro æqualem pyramidem vel conum sub eadem altitudine: Et contra pyramidem, vel cono æquale prisma, vel cylindrum constituere eiusdem altitudinis. 414
- Prismatum, parallelepipedorum, & cylindrorum area. 227. & 228
- Probatio extractionis radicum. 312
- Problemata 3. 4. 5. 6. & 7. libri 3. quo pacto per vnicam stationem, opus quadrati stabilis absoluantur. 123
- Problemata triangulorum rectilineorum rectangulorum. 46
- Profunditatem putei, vel ædificij cuiusvis ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadratum efficere cognoscere. 149
- Profunditatem putei, vel ædificij cuiusque ad perpendicularum erecti, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 83
- Profunditatem vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, eiusque terminus, vel aliquod in valle signum conspici possit, per quadrantem scrutari. 90

Pra-

# I N D E X.

- Profunditatem vallis, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere. 151
- Propinquam radicem veræ, in numeris non quadratis non cubis, non Zenonis, non surdesolidis, &c. inuenire 317
- Proportionalem numerum medium, vel duos medios, inter datos duos numeros reperire. 306
- Proportionales duas medias inter duas datas, ex Diocleprope verum inuestigare. 299
- Proportionales duas medias inter duas datas, ex Nicomede, prope verum, adinuenire. 303
- Proportionales duas medias inter duas datas, ex Philone Byfancio, & Philo pono, prope verum, inquirere. 298
- Proportionales duas medias inter duas datas rectas, prope verum, ex Herone, & Apollonio Pergæo inuenire. 297
- Proportionales laterum ex datis angulis cuiusvis trianguli patefacere. 46
- Proportionalis tertia, & quarta quo pacto per instrumentum partium reperitur. 13
- Proprietas pulchra quadrati. 411
- Proprietas circuli pulcherrima. 402
- Proprietas quædam quatuor magnitudinum. 373
- Proprietas pulchra Quadratricis. 363
- Punctum, in quo duæ rectæ ad inuicem inclinatæ concurrant, inuenire. 58
- Punctum declinationis cuiuslibet paralleli in diametro Astrolabij per instrumentum partium inuenire. 11
- Putei, vel ædificij cuiuscunque ad perpendicularum erecti profunditatem, si modo angulus fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadrantem reperire. 88
- Putei, vel ædificij cuiusvis ad perpendicularum erecti profunditatem, si modo angulus in fundi, vel signum aliquod in fundo positum conspiciatur, per quadratum efficere cognoscere. 149
- Pyramidem, conum, cylindrum, ac prismam in æqualem sub data altitudine, & supra basem quotvis angulo rem reuocare. 415
- Pyramidem, prismam, conum, & cylindrum in parallelepipedum rectangulum æquale datæ altitudinis, vel basibus commutare. 417
- Pyramidem datæ sphaeræ æqualem extruere. 418
- Pyramidem, prismam, cylindrum, & conum in parallelepipedum supra basem quadratam conuertere. 415
- Pyramidi, cono, cylindro, ac prismati cubum æqualem efficere. 416
- Pyramidi conum æqualem, & prismati cylindrum æqualem: Et contra cono pyramidem æqualem, & cylindro prismam æqualem construere. 414
- Pyramidi, vel cono æquale prisma, vel cylindrum eiusdem altitudinis: Et vicissim cylindro, vel prismati æquale conum, vel pyramidem sub eadem altitudine constituere. 414
- Pyramidum, & conorum area. 229
- Pyramis cui solido rectangulo æqualis sit. 343

Q

- Q**uadrans pendulus quid. 18
- Q**uadrans stabilis quid 18
- Q**uadrans, semidiameter, & basis Quadratricis, continue sunt proportionales. 364
- Q**uadrantis lib. 1. cap. 2. constructi vsus in minutis, & secundis exquirendis. 18
- Q**uadranti circuli rectangulum constituere Iloperimetro, & æquale. 352

M m m 2 Qua-



# INDEX.

Quadrantis constructio ad Min. & Sec. cognoscenda.	15	proportionem habet quam 7. ad 22. minorem vero, quam 11. ad 223.	245
Quadrati area.	175	Quadratum datæ figuræ æquale, quo pacto facile construatur.	191
Quadratæ radices extractio.	312	Quadratum diametri circuli ad circum- lum proportionem habet, quam 14. ad 11. proximè, secundum Archi- medem.	211
Quadratæ, & cubicæ radices extractio ex data minutia.	320	Quadratum diametri circuli ad circu- lum habet maiorem proportionem, quam 14. ad 11. minorem vero, quā 284. ad 223.	216
Quadratam & cubicam radicem in numeris non quadratis, & non cu- bis per lineas Geometricè inueni- re.	322	Quadratum circumferentiæ circuli ad circulum habet maiorem proportio- nem, quam 892. ad 71. minorem vero, quam 88. ad 7.	216
Quadrati Geometrici constructio.	93	Quadratum circumferentiæ circuli ma- ximi in sphaera ad superficiem con- uexam sphaeræ, maiorem proportio- nem habet, quam 223. ad 71. mino- rem vero, quam 22. ad 7.	215
Quadrati pulchra proprietates.	411	Quadratum maximi lateris trianguli minus est, quam duplum summæ quadratorum ex reliquis duobus la- teribus descriptorum.	396
Quadratorum differentia.	434	Quadratura circuli per numeros secun- dum Arabes falsa est.	357
Quadratorum, & cuborum tabula vsq. ad radicem 1000.	425	Quadratura circuli per lineas Cāpano ascripta falsa est.	357
Quadratorum generatio.	424	Quadratura circuli per numeros ex Al- berto Durerō falsa est.	357
Quadratum, altera parte longius, Rhombum, ac Rhomboides, ex ex- cessu diametri supra latus, &c. descri- bere.	387	Quadratura circuli per lineas.	356
Quadratum numerum in quolibet qua- drato distribuere.	383	Quadratura circuli per Hippocratem Chium falsa est.	357. & 358
Quadrilateri tria latera maiora sunt quarto latere.	385	Quadraturam circuli esse possibi- lem.	359
Quadrato circumulum æqualem descri- bere.	369	Quadrilateri oīno irregularis area.	188
Quadratricis latus æquale est quadran- ti circuli, cuius semidiameter est ba- sis quadratricis.	366	Quadrilatero æquale parallelogram- mum facile construere in dato angu- lo.	379
Quadratricis basis, semidiameter qua- drantis, & quadrans sunt continue proportionales.	364	Quadrilaterorum non rectangulorum area.	187
Quadratricis pulchra proprietates.	363	Quantitas anguli, quem latera instru- menti partium continent, quo pacto cognoscatur.	112
Quadratricem lineam describere.	359	Quarta & tertia proportionalis, quo pa- cto	
Quadratum pendulum, ac itabile, quo modo usurpetur.	94		
Quadratum circumferentiæ circuli ma- ximi in sphaera ita est a i superficie sphaeræ, ut circumferentia circuli maximi ad diametrum.	244		
Quadratum circulo æquale quo pacto facile exhibeatur ex propria figu- ra.	308		
Quadratum dato circulo æquale con- stituere.	367		
Quadrati diametri circuli maximi in sphaera ad superficiem sphaeræ, maiore			

# I N D E X

461

Ad per instrumentum partium repe-  
riatur. 13

## R

**R**adicis cubicæ extrahendæ regu-  
la propria. 316

Radicis cubicæ extractio. 313

Radicis quadratæ, & cubicæ extractio  
ex data minutia 320

Radicis quadratæ extractio. 312

Radicis surdesolidæ extractio. 314

Radice cuiuslibet generis extrahere  
ex dato numero. 308

Radice cuiusque generis ex data mi-  
nutia extrahere 319

Radice quadratam, & cubicam in nu-  
meris non quadratis, & non cubis  
per lineas Geometricè inueni-  
re. 322

Radice veræ propinquam in nume-  
ris non quadratis, non cubis, non  
zenfizenfis, non surdesolidis, &c. in-  
uenire. 317

Radice infinitæ species. 303

Radix quadratæ numeri fracti quo pa-  
cto eruat. 184

Radix quælibet extrahenda quot figu-  
ras habere possit. 311

Recta linea in quotuis partes æquales  
diuisa, quot decimæ, vel centesimæ,  
&c. in quavis particula vnus partis  
contineantur, per circinum depre-  
hendere. 43

Recta ducta ex angulo acuto trianguli  
rectanguli in oppositum latus, maior  
est proportio huius lateris ad eius  
segmentum prope rectum angulum,  
quam illius anguli acuti ad eius par-  
tem dicto segmento lateris opposi-  
tam. 329

Recta linea diuisa in quotuis partes æ-  
quales, quot eiusmodi partes in qua-  
uis alia recta contineantur, ope in-  
strumenti partium, cognoscere. 6

Recta data, quamuis minima, partem,  
vel partes imperatas ex ea aufer-

re.

399

Recta connectens duos angulos opposi-  
tos in duobus triangulis æqualibus  
latus commune habentibus, & in di-  
uersas partes vergentibus, à commu-  
ni latere bifariam diuiditur. 290

Recta cuius circumferentiæ æqualis,  
quo pacto facile reperitur ex pro-  
pria figura. 367

Rectæ duæ tangentes circulum, & in  
vno puncto coeunt, maiores sunt  
omnibus chordis interceptum arcum  
diuidentibus in quocunque partes  
æquales. 373

Rectæ lineæ adiungere rectam, ita vt  
quadratum totius compositæ æqua-  
le sit quadrato rectæ adiunctæ, vna  
cum quadrato rectæ, quæ ex adiun-  
ctæ, & proximo segmento prioris li-  
neæ constatur. 394

Rectæ tres circulum tangentes, & in  
duobus punctis coeunt, maiores  
sunt omnibus chordis arcus duos in-  
terceptos in partes æquales secanti-  
bus. 374

Rectæ lineæ circumferentiæ æqualem  
reperire. 370

Rectæ quamuis minimæ exhibere mul-  
tiplicem quamcumque, etiam si circi  
no ipsa non accipiat. 398

Rectæ lineæ sub dimensionem cadentes  
quæ sint. 53

Rectam lineam transversam in Hori-  
zonte, cuius vtrumque extremum in  
spici potest, per quadrantem notam  
efficere. 74

Rectam lineam transversam in Hori-  
zonte, cuius vtrumque extremum vi-  
deri potest, per quadratum metri-  
ri. 141

Rectam lineam, ad cuius extrema acce-  
dere non liceat, dummodo ea appa-  
reant, & ipsa recta linea producta ad  
pedes mensuris pertingat, ex altitu-  
dine aliqua nota, per quadratam me-  
tiri. 73

Rectam lineam in Horizonte per qua-  
dra-



# INDEX.

- dratum metiri, quando mensor in vno eius extremo existens alterum extremum videre non potest, neque altitudo in promptu est, sed solum ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem recedere potest ad locum, è quo alterum extremum appareat. 133
- Rectam lineam, quando mensor in vno eius extremo, vel in aliqua altitudine nota ad planum, in quo est recta, perpendiculari existens alterum extremum videre potest, per quadrantem metiri. 73
- Rectam lineam è directo mensoris positam, cuius vtrumq. extremum, vel alterum non appareat, nisi ad dextram, vel sinistram mensor accedat, per quadrantem comprehendere. 77
- Rectam lineam in Horizonte è directo mensoris iacentem, per quadratum cognoscere, ad cuius extrema neque accedere liceat, neque è loco mensoris eam dimetiri: dummodo ad dextram, vel sinistram per lineam perpendicularem ad locum aliquem ire possit mensor, ex quo vtrumque extremum appareat. 135
- Rectam lineam in Horizonte inter turrim aliquam, & aliud quodpiam signum, ex turri per duas stationes in fastigio factas, vel in duabus fenestris, quarum vna sit ad perpendicularum sub alia, quando spatium inter illas fenestras notum est, etiamsi totius turris altitudo sit ignota, per quadrantem dimetiri. Atque hinc obiter altitudinem turris patet facere. 75
- Rectam arcui quadrantis æqualem reperire. 365
- Rectam lineam datam per instrumentum partium diuidere, vt alia recta diuisa est. 11
- Rectanguli trianguli area, ex latere, quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto. 185
- Rectanguli trianguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & vno angulo acuto. 186
- Rectangulorum duorum triangulorum similium proprietates quædam. 333
- Rectanguli trianguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & latere, quod recto angulo opponitur. 185
- Rectanguli trianguli area. 182
- Rectangulo dato supra datam rectam æquale rectangulum facile construere. 179
- Rectangulum, cuius duo excessus dantur, quibus diameter vtrumque latus superat, constituere. 392
- Rectangulum dato rectilineo æquale facile construere. 380
- Rectangulum, in quo excessus diametri supra maius latus, & maioris lateris supra minus datur, constituere. 393
- Rectangulum sub differentia excessuum, quibus diameter alicuius rectanguli vtrumque latus superat, & minore excessu bis sumptum, vnâ cum quadrato minoris excessus bis sumpto, æquale est quadrato recte, quæ minus latus minore excessum superat. 391
- Rectangulum sub segmentis diametri alicuius rectanguli (ductis per idem punctum diametri parallelis) comprehensum, æquale est duobus rectangulis sub segmentis duorum laterum inæqualium comprehensis. 400
- Rectangulum sub diametro, & circumferentia maximi circuli in sphaera, quadruplum est circuli maximi, & superficiei conuexæ eiusdem sphaeræ æquale. 243
- Rectangulorum area. 175
- Rectangulorum triangulorum rectilinearum problemata. 46
- Rectarum duarum proportionem habentium, quæ latus quadratricis ad basem, maior æqualis est quadranti circuli, cuius semidiameter est minor recta. 367
- Rectilineam figuram planam, vel circum

# I N D E X

463

- lum in data proportione augere, vel minuire. 304
- Rectilineum angulum in tres æquales angulos diuidere. 399
- Rectis tribus datis in vno plano non parallelis, rectam ducere, etiam per datum interdum punctum in media, ita vt eius segmenta inter mediam, & extremas sint æquales, vel datam habeant proportionem. 397
- Rectilineis duobus inæqualibus datis, ex maiore per lineam vni lateri parallelam detrahare rectilineum minori æquale. 271
- Rectilineo cuiilibet æquale rectangulū facile construere. 380
- Rectilineo dato æquale quadrilaterum inter duas rectas super datam rectam per lineam parallelam constituere. 266
- Rectilineo intriangulari resolutio ex vno aliquo puncto, rectas ipsis triangulis ordine proportionales inuenire. 274
- Rectilineo dato parallelogrammum rectangulum æquale, & Isoperimetrū constituere. 355
- Rectilineum datum per rectam à quouis angulo, vel puncto lateris, in datam proportionem secare. 276
- Rectilineum datum ex angulo, vel puncto dato in latere, in quouis partes æquales distribuere. 280
- Rectilineum datum in quouis partes æquales per rectam datæ rectæ parallelam distribuere. 289
- Rectilineum datum per rectam datæ rectæ parallelam in datam proportionem diuidere. 282
- Rectilineorum triangulorum obliquangulorum problemata. 47
- Rectilineorum triangulorum rectangulorum problemata. 46
- Regionis, aut vrbs, vel campi situm in plano describere. 164
- Rectis duabus datis, quarum maior diameter quadrati minoris non superet maiorem ita secare, vt partium quadrata simul sumpta quadrato minoris lineæ sint æqualia. 394
- Reflexionis angulus cur angulo incidentiæ sit æqualis. 381
- Regula communis mensuræ in area cuiusvis figuræ, vel agri inuestiganda. 190
- Regula propria extractionis radices cubicæ. 316
- Regula vnica ad omnes rectas dimetiendas, quando rerum extrema videntur. 169
- Regulæ constructio loco fili cum perpendicularo. 17
- Regulare corpus quodlibet dato cubo æquale constituere. 419
- Regulari corpori sphaeram æqualem exhibere. 418
- Regularis figuræ area, cui rectangulo æqualis sit. 327
- Regularis figuræ area, cui triangulo rectangulo sit æqualis. 328
- Regularis figura circulo circumscripta maiorem ambitum habet, quam circulus. 372. & 375
- Regularibus figuris rectilineis circulus, cui isoperimetra sunt, maior est. 342
- Regularium figurarum Isoperimetrarum maior est illa, quæ plures continet angulos, pluraue latera. 330
- Regularium figurarum area à triangulo vsque ad Dodecagonum, quando latus est vnitas. 198
- Regularium figurarum area. 193
- Regularium quinque corporum area quæ. 233. & 237
- Regularium quinque corporum superficies conuexa. 237
- Rhomboidis, ac Rhombi area. 187
- Rhombi ac Rhomboidis area. 187
- Rhombum, ac Rhomboides, ex excessu diametri supra latus, &c. describere. 388

Saccus



# I N D E X.

## S

- S** Accus tritici, quo pacto mensure-  
tur. 232
- Saxi regularis soliditas. 232
- Scala altimetra quid. 93
- Secantes ac sinus quo pacto in instrumē-  
to partium capiantur. 8
- Sectoris circuli area. 220
- Sectoris sphaeræ soliditas. 256
- Segmenta lateris trianguli obliquangu-  
li à perpendiculari facta, ex datis tri-  
bus lateribus cognoscere. 47
- Semicirculo, quadranti, octauæ parti  
circuli, &c. rectangulum constituere  
Isoperimetrum, & æquale. 352
- Semidiametri circuli inuentio ex late-  
re figuræ regularis inscriptæ. 196
- Similem figuram pluribus figuris simi-  
libus, quarum latera homologa da-  
ta sint, æqualem: Et circulum pluri-  
bus circulis, quorū diametri, circun-  
ferentiaue datae sint, æqualem de-  
scribere. 223
- Similium duorum triangulorum re-  
ctangulorum proprietates quæ-  
dam. 333
- Similium duarum figurarum, aut circu-  
lorum proportio, ex datis duobus la-  
teribus homologis, vel diametris,  
circumferentijsue. 223
- Similes partes aliquotæ plurium ma-  
gnitudinum eandem habent propor-  
tionem. 242
- Sinus totus quando tam parvus est, ut  
in instrumentum partium transferri  
nequeat, quid agendum. 12
- Sinu toto posito 10000. quo pacto in-  
strumento partium Tangentes su-  
mantur. 8
- Sinu toto posito 100. quo pacto Tan-  
gentes per instrumentum partium  
capiantur. 6
- Sinus ac secantes quo pacto in instru-  
mento partium capiantur. 7
- Solidam figuram quamcunque ex ijs,  
de quibus Eucl. in Stereometria agit  
secundum proportionem datam au-  
gere, vel minuire. 395
- Solida, vel corpora præcipua, quorum  
areae inuestigantur, quæ. 226
- Solida, superficies, ac lineæ, penes  
quid mensurentur. 174
- Soliditas cuiusvis portionis sphae-  
ræ. 256
- Soliditas sphaeræ. 248
- Soliditas sphaeræ vera minor, ex circun-  
ferentia maximi circuli. 253
- Soliditas sphaeræ vera maior, ex diame-  
tro circuli maximi. 253
- Soliditas sphaeræ vera minor, ex diame-  
tro maximi circuli. 254
- Soliditas sphaeræ vera maior, ex cir-  
cunferentia circuli maximi. 253
- Soliditas sphaeroidis. 257
- Soliditas, vel area hemisphaerij. 256
- Soliditas portionum sphaeroidis. 258
- Soliditas sectoris sphaeræ. 256
- Soliditas muri cuiusque. 232
- Soliditas frusti regularis marmo-  
ris. 232
- Soliditas frusti sphaeræ. 257
- Soliditas Conoidis Hyperbolici. 259
- Soliditas Conoidis parabolici. 258
- Soliditas vasis excavati. 232
- Solidum planis superficiebus conten-  
tum, & circa sphaeram circunferi-  
ptibile, cui solido rectangulo sit æ-  
quale. 344
- Solidorum quinque regularium area  
que. 237. & 237
- Solidorum quinque regularium super-  
ficies conuexa. 237
- Solidorum omnino irregularium  
area. 260
- Solidum minus ex maiori detrahente,  
residuūque in cubum transforma-  
re. 419
- Solidum rectangulū supra basem quot-  
cunque angulorum, datæ sphaeræ æ-  
qualem construere. 418
- Solis, vel stellæ cuiusvis altitudinē per  
quadratum obseruare. 96
- Spatium terræ inæquale pro ducendis  
aquis

# I N D E X

- aëquis libraretur aut etiam, si lubet, Ho-  
 rizonti æquidistans efficere. 170  
 Spatiū inter duo pūcta in quolibet pla-  
 no elevato, siue illud ad Horizontem  
 sit rectum, siue inclinatum, per qua-  
 drantem metiri, 72  
 Species radicum infinitæ. 308  
 Speculi plani beneficio altitudinem  
 monti impostam, si modo altitudi-  
 nis basis possit conspici: Vel portio-  
 nem superiorem alicuius turris, me-  
 tiri. 163  
 Speculi plani beneficio altitudinem,  
 ad cuius basem pateat accessus, vna  
 cum distantia speculi à cacumine al-  
 titudinis, deprehendere. 160  
 Speculi plani beneficio altitudinem  
 inaccessibilem, vna cum speculi di-  
 stantia tam à base, etiam non visa,  
 quam à cacumine altitudinis, co-  
 gnoscere. 161  
 Sphæra ad cubum circumferentiæ ma-  
 ximi circuli, maiorem proportio-  
 tionem habet, quam 49. ad 2904.  
 minorem vero, quam 5041. ad  
 298374. 246  
 Sphæra quolibet cono, & cylindro sibi  
 isoperimetro maior est. 351  
 Sphæra æqualis est solido rectangulo  
 comprehenso sub semidiametro, &  
 tertia parte superficiei conuexæ. 345  
 Sphæra maior est quouis corpore re-  
 gulari sibi isoperimetro. 348  
 Sphæra omnibus corporibus sibi isope-  
 rimetris, quæ planis superficiei-  
 bus cōtineantur, circaque alias sphæras  
 circūscriptibilia sint, maior est. 348  
 Sphæra omnibus corporibus sibi isope-  
 rimetris, & circa alias sphæras cir-  
 cūscriptilibus, quæ superficiei-  
 bus conicis contineantur, maior est. 349  
 Sphære area, vel soliditas, ex diametro  
 maximi circuli. 253  
 Sphære datæ conum efficere æqua-  
 lem. 418  
 Sphære datæ cylindrum æqualem ex-  
 hibere. 417  
 Sphære datæ cubum æqualem: Et dato  
 cubo æqualem sphæram efficere. 417  
 Sphære datæ pyramidem constituere  
 æqualem. 418  
 Sphære datæ solidum rectangulum æ-  
 quale supra basem quocunque an-  
 gulorum constituere. 418  
 Sphære superficies vera minor, ex cir-  
 cumferentia maximi circuli. 252  
 Sphære superficies vera inior, ex dia-  
 metro circuli maximi. 252  
 Sphære superficies vera maior, ex dia-  
 metro circuli maximi. 252  
 Sphære area, seu soliditas vera minor,  
 ex circumferentia circuli maxi-  
 mi. 252  
 Sphære area, seu soliditas maior, quā  
 vera, ex circumferentia maximi cir-  
 culi. 253  
 Sphære area, siue soliditas, ex diame-  
 tro maximi circuli. 254  
 Sphære soliditas. 248  
 Sphæra ad cubum diametri sphære,  
 maiorem proportionē habet, quam  
 223. ad 426. minorem verò, quā  
 11. ad 21. 247  
 Sphære superficies cohæxa cui rectan-  
 gulo sit æqualis. 243  
 Sphære superficies conuexa ad quadra-  
 tum circumferentiæ circuli maximi,  
 maiorem proportionem habet, quam  
 7. ad 22. minorem verò, quā  
 71. ad 223. 245  
 Sphære segmentorum area. 254  
 Sphære superficies ad quadratum cir-  
 cumferentiæ circuli maximi est, vt  
 diameter ad circumferentiam circuli  
 maximi. 244  
 Sphære superficies vera maior, ex cir-  
 cumferentia circuli maximi. 251  
 Sphære portionis superficies conue-  
 xa. 258  
 Sphære portionis soliditas. 256  
 Sphære area, eiusdemque superficies  
 conuexa. 242. & 248  
 Sphære superficies ad quadratum dia-  
 metri sphære, vel circuli maximi,  
 n n n m a-



# I N D E X.

- maiolem proportionem habet ,  
quam 223. ad 71. minorem vero ,  
quam 22. ad 7. 245
- Sphæram duabus, aut pluribus spheris æqualem describere . 420
- Sphæra dato corpori regulari æqualem constituere . 418
- Sphæram dato prismati æqualem construere . 418
- Sphæram minorem ex maiori detrahere, residuoque æqualem sphæram exhibere . 420
- Spheroidis portionum soliditas. 258
- Sphæroidis area, vel soliditas. 257
- Sphæram, vel figuram solidam in data proportionem augere, vel minuire . 305
- Squadra zoppa apud Italos quid, eiusque usus . 167
- Stabilis quadrans quid . 18
- Stationum differentia quid . 54
- Stellæ cuiusvis, vel Solis altitudinem per quadratum obseruare . 96
- Superficies conuexa quinque corporum regularium . 237
- Superficies conicæ proportio ad suam basem . 262
- Superficies conuexa sphære, eiusdem que area . 242. & 248
- Superficies conuexa hemisphærij. 254
- Superficies conuexa sphære ad quadratum circumferentiæ circuli maximi, maiorem proportionem habet, q̃ 71. ad 22. minorem verò, q̃ 71. ad 223. 245
- Superficies, linearum, ac solida, penes quid mensurentur . 174
- Superficies conuexa sphære cui rectangulo sit æqualis. 243
- Superficies sphære vera maior, ex circumferentia circuli maximi. 251
- Superficies sphære vera maior, ex diametro maximi circuli. 252
- Superficies sphære vera minor, ex circumferentia circuli maximi. 252
- Superficies sphære vera maior, ex diametro maximi circuli. 252
- Superficies sphære ad quadratum circumferentiæ circuli maximi est, ut diameter ad circumferentiam circuli maximi . 244
- Superficies conuexa portionis sphære . 254
- Superficies sphære ad quadratum diametri circuli maximi, maiorem proportionem habet, quam 223. ad 71. minorem verò quam 22. ad 7. 245
- Superficies conuexa coni, & cylindri recti. 261
- Superficies cylindrica, demptis basibus . 262
- Superficies frusti coni, demptis basibus . 261
- Surde solidæ radicis extractio. 314

## T

- T**abula continens latera figurarum regularium à triangulo usque ad figuram 80. laterum, posita diametro 20000000. vel sinu toto 10000000. 195
- Tabula mirifica ad depromendos numeros pro singulis radicum speciebus . 310
- Tabulæ constructio & usus pro minutis, & sec. ex quadrante cognoscendis. 21
- Tabula gnomonica. 100
- Tabulæ gnomonicæ facillima constructio, eiusque usus . 97
- Tabulæ pro minutis ad plures quadrantes extensio sine regula aurea. 21
- Tabula pro minutis, & secundis ex quadrante inuestigandis. 23
- Tabula quadratorum, & cuborum usque ad radicem 1000. 425
- Tabella pro min. & sec. cognoscendis ex quadrante constructo. 20
- Tangens quando superat sinum totum, quid agendum, ut per unicam translationem per instrumentum partium punctum quæsitum reperiri.

# I N D E X.

- riatur. 12
- Tangentes, posito sinu toto 10000. quo pacto in instrumento partium sumantur. 8
- Tangentes quo modo inveniatur ope instrumenti partium, posito sinu toto 1000. 7
- Tangentes tres in duobus punctis coeuntes, maiores sunt omnibus chordis duos arcus interceptos in partes æquales secantibus. 374
- Tangentes duæ in vno puncto coeuntes, maiores sunt omnibus chordis arcum interceptum in quocunque partes æquales diuidentibus. 373
- Tangentes quo modo accipiantur respectu sinus totius 100. ope instrumenti partium. 6
- Tangentes quo pacto sumantur, quando instrumentum partium continet 1000. partes. 6
- Tangente aliqua inuenta in latere in instrumenti partium, quo pacto eadem reperitur respectu dati sinus totius. 8
- Tangentes per exiguæ quo pacto in instrumento partium sumantur. 8
- Terræ ambitum ex edito aliquo monte metiri. 412
- Tertia & quarta proportionalis, quo pacto per instrumentum partium reperitur. 13
- Trabis longitudinem ad Horizontem inclinatæ, cuius portio superior tantum conspiciatur, vñ cum angulo inclinationis, distantia basæ à mensore, & altitudine fastigij supra Horizontem, per quadratum metiri. 167
- Trapezij habentis duo latera parallela, area. 188
- Trapezij irregularis facilis dimensio. 193
- Trapezij nulla latera habentis parallela, area. 288
- Triangula duo Isoscelia similia basium inæqualium, simul maiora sunt duobus Isoscelibus simul super easdem bases, quæ quidem inter se sint dissimilia, prioribus vero Isoperimetra, habeantque quatuor latera inter se æqualia. 335
- Trianguli Isoscelis area. 183
- Trianguli obliquanguli area, ex vno latere, ac duobus angulis. 186
- Trianguli obliquanguli area, ex duobus lateribus, & angulo ab ipsis comprehenso. 186
- Trianguli rectanguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & latere, quod recto angulo opponitur. 185
- Trianguli pulchra proprietas, si in eo ducatur vni lateri parallela, &c. 291
- Triangulis duobus Isoscelibus datis, quorum bases sint inæquales, & duo latera vnius duobus alterius æqualia: super eisdem basibus duo triangula Isoscelia similia, & prioribus simul sumptis Isoperimetra constituere. 334
- Trianguli æquilateri area. 183
- Trianguli cuiuslibet area cui rectangulo sit æqualis. 326
- Trianguli rectanguli area. 182
- Trianguli rectanguli area, ex vno latere circa angulum rectum, & vno angulo acuto. 186
- Trianguli rectanguli area, ex latere, quod recto angulo opponitur, & vno angulo acuto. 185
- Trianguli insignis proprietas, si in eo à duobus angulis ad media puncta oppositorum laterum rectæ ducantur, &c. 291
- Triangulo duorum laterum inæqualium supra tertium latus triangulum constituere priori Isoperimetrum duorum æqualium laterum. 331
- Triangulo parallelogrammum æquale, & Isoperimetrum constituere. 353
- Triangulorum rectilineorum rectangulorum problemata. 46
- Triangulorum duorum rectangulorum similitum proprietas quædam. 333

N n n 2 Trian-

467



# I N D E X.

- Triangulorum Isoperimentrorum ean-**  
dem habentium basem, maius erit  
illud, quod duo latera habet æqua-  
lia. 332
- Triangulorum rectilineorum obliqua-**  
gulorum problemata. 47
- Triangulum datum ex dato puncto in**  
latere in quolibet partes æquales  
diuidere. 293
- Triangulum datum per lineas vni la-**  
teri parallelas in quolibet partes  
æquales distribuere. 294
- Triangulum datum per rectam ex pun-**  
cto extra triangulum dato in duas  
partes æquales parti. 295
- Triangulum totum ad triangulum ab-**  
scissum per rectam, est, ut rectan-  
gulum sub duobus lateribus sectis  
ad rectangulum sub duobus lateribus  
trianguli abscissi cōprehensum. 292
- Triticici aceruus, quo pacto mensure-**  
tur. 232
- Triticici saccus, quo pacto mensure-**  
tur. 232
- Turris, aut montis altitudinem, ex**  
eius summitate per quadratum di-  
metiri, quando in plano summita-  
tis Horizonti æquidistante duæ  
stationes fieri possunt, & signum  
aliquod in Horizonte cernitur. 125
- Turris, aut alterius rei altitudinem**  
per baculum indagare. 153
- Turris, aut alterius rei altitudinem,**  
per Normam inuestigare. 154
- Turris, vel montis altitudinem ex**  
eius summitate per duas stationes  
in hasta aliqua erecta factas, inue-  
stigare per quadratum, quando si-  
gnum aliquod in Horizonte videri  
potest. 128
- Turris altitudinem ex eius vertice**  
per unicam stationem per quadrā-  
tem metiri, si distantia signi in Ho-  
rizonte visi vsque ad basem turris  
nota sit. 68
- Turris, vel montis altitudinem, ex e-**  
ius summitate per unicam statio-
- nem, ope quadrati stabilis metiri,  
vnā cum distantia signi visi in Ho-  
rizonte vsque ad turrem, vel mon-  
tis perpendicularum. 129
- Turris, aut montis altitudinem ex e-**  
ius vertice per quadrantem metiri,  
si in plano, cui insistit, spatium ali-  
quod è directo mensuris positum  
notum sit. 69
- Turris, vel montis altitudinem ex**  
eius fastigio, quando è directo  
mensuris interuallum aliquod in-  
ter duo signa, vel etiam inter  
signum quodpiam, ac turrim co-  
gnitum est, per quadratum con-  
ijcere. 135
- Turris, aut montis altitudinem ex**  
eius vertice per duas stationes in  
eiusdem summitate factas, è quib-  
us signum aliquod in Horizonte  
appareat, per quadrantem dime-  
tiri. Atque hinc ipsam quoque  
distantiam à turris base, vel per-  
pendicularo montis ad signum illud  
inuestigare. 63
- Turris, aut montis altitudinem ex**  
eius vertice per duas stationes in  
hasta aliqua erecta, vel in duabus  
fenestris turris, quarum vna sit su-  
pra aliam, factas, è quibus signum  
aliquod in Horizonte videri possit,  
per quadrantem metiri. Atque hinc  
distantiam quoque à perpendicularo  
turris, vel montis, vsque ad signum  
visum cognoscere. 66
- Turrium duarum summitatibus visis,**  
etiāsi bases propter ædificia in-  
teriecta occultentur, distantiam  
tam inter earum bases, quā inter  
earūdem fastigia, vnā cum ipsarum  
altitudinibus, ac distantis à men-  
sore, per quadratum conijcere. 169

Vallis ]

# I N D E X.

V

**V**allis profunditatem, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, eiusque terminus, vel aliquod in valle signum conspicui possit, per quadrantem scrutari. 90

**V**allis profunditatem, eiusdemque descensum obliquum, si non sit valde inæqualis, & eius terminus, vel aliquod in ea signum conspici possit, per quadratum cognoscere. 151

**V**aria instrumenta mensurandi. 51

**V**asis excavati soliditas. 232

**V**asis excavati capacitas. 232

**V**mbra recta, ac versa quo pacto in quadrato Geometrico cognoscenda sit. 94

**V**mbra longitudinem ab altitudine,

Sole lucente, proiectæ, quando altitudo est cognita, ope quadrati adipsi sci. 156

**V**mbra recta ac versa in quadrato quæ & in quot partes à Geometris utraque secetur. 93

**V**mbra recta ac versa in quot partes in hoc opere diuidatur. 93

**V**mbra rectæ ad versam reductio, & contra. 95

**V**rbis, vel campi, aut regionis situm in plano describere. 164

**V**sus & constructio tabulæ pro minutis & sec. cognoscendis ex quadrante. 21

**V**sus quadrantis constructi in minutis, & secundis exquirendis. 18

**V**sus tabulæ quadratorum, & cuborum in extrahendis radicibus quadraticis & cubicis, 438

## F I N I S.

469



# REGESTVM.

† a b c.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S  
T V X Y Z.

Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm  
Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz.

Aaa Bbb Ccc Ddd Eee Fff Ggg Hhh Iii  
Kkk Lll Mmm Nnn.

Omnia sunt folia integra.



ROMAE,  
Ex Typographia Aloisij Zannetti. MDCIIII.  
*Superiorum Permissu.*

471

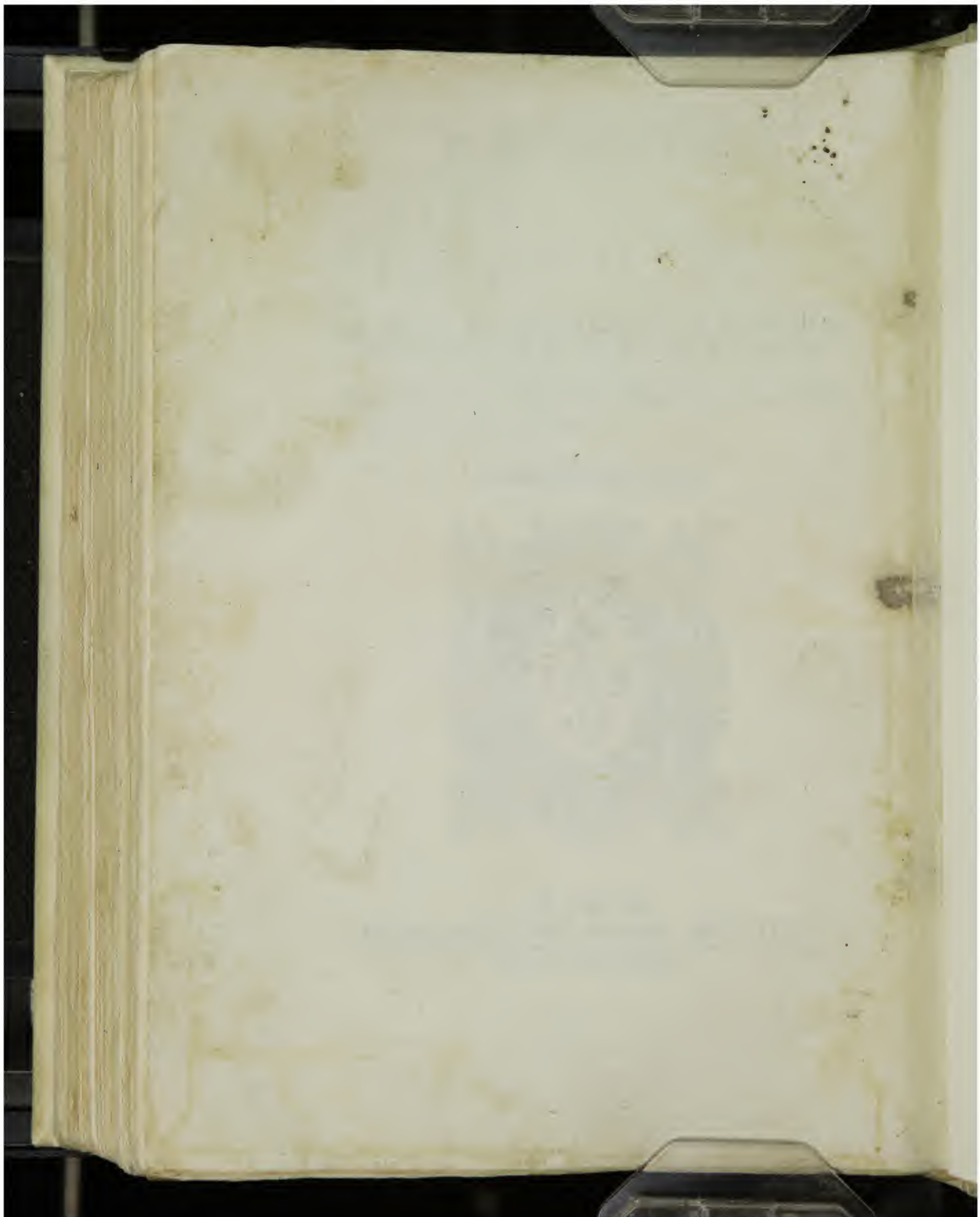
S

m

z.

lii















005643762

